دراسة مقارنة لنماذج الضرر اللدن للخرسانة

عمار فجلات [1] عبد الكريم الجرف [2] محمد علي عيسى [3]

الملخص : تعتبر نمذجة السلوك الفيزيائي للمواد الخرسانية في العناصر الإنشائية أحد أهم المجالات التي تشكل تحدياً في الهندسة الإنشائية. و قد تم عبر السنوات استخدام مفاهيم مختلفةٍ تتضمن نظرية اللدونة و/أو آليات الضرر المتصلة لمحاكاة السلوك الملاحظ تجريبياً للمواد الخرسانية. و أُجريت العديد من المحاولات من قبل الباحثين لتعديل نظرية اللدونة التقليدية بالإضافة لجعلها أكثر ملاءمةً للمواد الخرسانية بتضمين التطرية مباشرةً في التعبير عن سطح الخضوع اللدن بواسطة توابع تصلب–تطرية. [20]

تمت في هذا البحث محاولة تلخيص و تبسيط نموذج الضرر اللدن للخرسانة بتقديم معادلاتٍ و حساباتٍ و محاكاةٍ لعناصر إنشائيةٍ على برنامج *Abaqus CAE* باستخدام طريقة العناصر المحدودة للتحقق من النموذج.

لوحظ أن النموذج المقدم يعطي نتائج مقبولةً بالمقارنة مع التجارب المخبرية، لكن يبالغ أحياناً في تقييم قدرة التحمل لبعض العناصر الإنشائية الخرسانية. و أيضاً توجد بعض الاختلافات للعناصر الخرسانية المعرضة للشد.

كلمات مفتاحية: نموذج الضرر اللدن – انهيار الخرسانة – الخرسانة غير المطوقة – تحليل عددي – طريقة العناصر المحدودة – معيار انهيار .

[1] طالب دكتوراه في قسم الهندسة الإنشائية في كلية الهندسة المدنية – جامعة حمص.
[2] أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية في كلية الهندسة المدنية – جامعة حمص.
[3] مدرس في قسم الهندسة الإنشائية في كلية الهندسة المدنية – جامعة حمص.

Comparative Study for Damaged Plasticity Models of Concrete

Ammar Fejlat [1] Abdul-Karim Al-Jerf [2] Mohammad Ali Issa [3]

Abstract: Modeling the physical behavior of concrete materials in structural components remains as one of the most challenging fields in structural engineering. Throughout the years, different concepts involving plasticity theory and/or continuum damage mechanics have been used to simulate the experimentally observed behavior of concrete materials. Many efforts were presented by researchers to modify the classical theory of plasticity in order to make it more suitable for concrete materials by including the softening directly in the expression of a plastic yield surface by means of a hardening-softening function [20].

In this research, a trying to summarize and simplify of concrete damaged plasticity model by presenting equations, calculations and simulations of structural elements on *Abaqus CAE* Software using finite element method to verify the model.

It has been observed that the presented model gives an acceptable results comparing with laboratory experiments, but sometimes, overestimate the load carrying capacity for some structural concrete elements. Also there is some differences for concrete elements subjected to tension.

Keywords: Concrete Damaged Plasticity - Concrete Failure - Unconfined Concrete - Numerical Analysis - Finite Element Method (FEM) - Failure Criterion .

(1) Doctorate Student at Structural Department in Faculty of Civil Engineering – Homs University.
(2) Assistant Professor at Structural Department in Faculty of Civil Engineering – Homs University.
(3) Lecturer at Structural Department in Faculty of Civil Engineering – Homs University.

1. مقدمة Introduction

يُعتبر تعيين المتغيرات البنيوية التي توصّف خصائص مادةٍ معينةٍ شيئاً جوهرياً. الأسلوب العددي لحل أي مسألة قيمة حدية موضع التشقق يجب أن يعتبر نموذجاً بنيوياً معقداً. في حالة مادة إنشائية كالخرسانة، يجب تعريف عددٍ كبيرٍ من المتغيرات (البارامترات). الفكرة العامة أن الخرسانة تتكون من مجالٍ واسعٍ من المواد و التي تختلف خصائصها كمياً و نوعياً من أجل الاختبارات النموذجية (الشد و الضغط). و حديثاً أصبحت نمذجة الانهيار و التمزق إحدى المسائل الأساسية في ميكانيك الإنشاءات، و بشكلٍ محددٍ في المنشآت الخرسانية.[10]

يُستخدم نموذج الضرر اللدن لمحاكاة سلوك الخرسانة، أُعيد العمل على معيار Lubliner [12] وإعادة حساب العديد من حالات الإجهاد في المنشآت الهندسية. و تشير الأبحاث أنه من المعقد تمثيل سلوك الخرسانة المسلحة باستخدام نماذج الضرر اللدن [8]، و لذلك لا بدّ من تبسيطه و توصيفه ضمن حدود معقولة.

كلمحةٍ عامةٍ، فقد تم تأسيس معيار انهيار دراكر–براغر (Drucker–Prager) كتعميمٍ لمعيار مور–كولومب (Mohr–Coulomb) من أجل الترب، في عام 1952، و يمكن التعبير عنه كالآتي: [3]

$$\sqrt{J_2} = \lambda I_1' + \kappa \qquad (1)$$

كما يُعتبر تمديداً لمعيار انهيار فون–مايزس (Von Mises) عندما $\lambda = 0$

حيث : λ و κ هي ثوابت المادة

J_2 : الثابت الثاني لتنسور (إما مصفوفة أو شعاع) الإجهاد الديفياتوري (في مستوٍ ثلاثي المحاور)

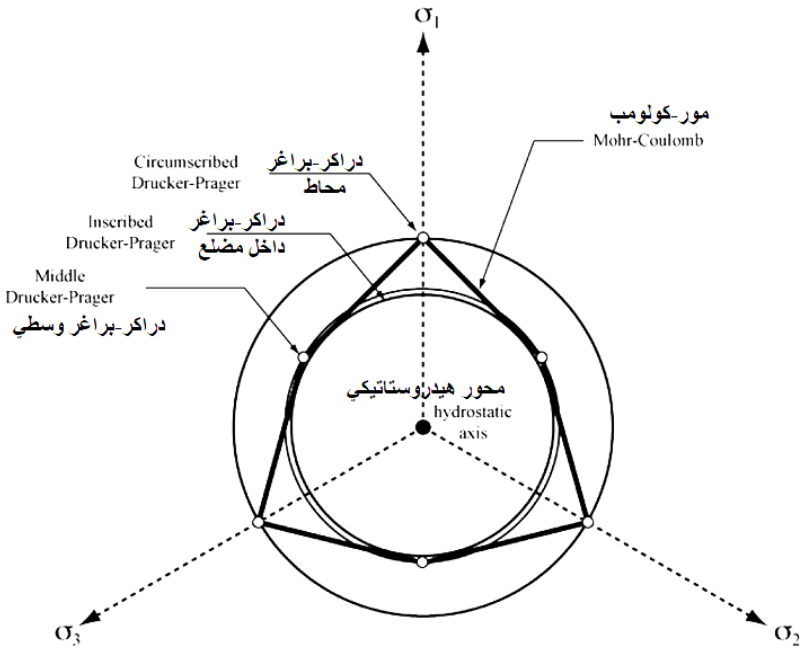
I_1' : الثابت الثاني لتنسور الإجهاد، و تُعرّف كما يلي: [3]

$$I_1' = \sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3' \qquad (2)$$

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1' - \sigma_2')^2 + (\sigma_1' - \sigma_3')^2 + (\sigma_3' - \sigma_1')^2] \qquad (3)$$

حيث : $\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3'$ الإجهادات الفعالة الرئيسية.

يوصف المعيار الأساسي مخروطاً دائرياً تماماً في فضاء الإجهاد عندما $\lambda > 0$ ، أو اسطوانة دائرية تماماً عندما $\lambda = 0$. كما هو مبين في الشكل (1).



الشكل (1) : معيارا انهيار دراكر–براغر و مور–كولومب في فضاء الإجهاد [3]

يمكن تحديد المتغيرين λ و κ من اختبارات ثلاثية المحاور برسم النتائج بيانياً في فضاء I_1' و $\sqrt{J_2}$. وبشكلٍ اختياريٍ يمكن الحصول على البارامترات من خلال اختبارات الضغط ثلاثي المحاور القياسية، و التعبير عنها بمعايير زاوية الاحتكاك الداخلية و التماسك المقيد: [3]

$$\lambda = \frac{2\sin\emptyset}{\sqrt{3}(3-\sin\emptyset)} \qquad (4)$$

$$\kappa = \frac{6c\ \cos\emptyset}{\sqrt{3}(3-\sin\emptyset)} \qquad (5)$$

حيث : c و $\emptyset$ التماسك المقيد و زاوية الاحتكاك الداخلية للصخر. على التوالي.

من أجل التشوه المستوي، يُفترض أن زاوية التمدد للصخر تساوي زاوية الاحتكاك الداخلي، مثل قاعدة التدفق المرافق (المخروط داخل المضلع في الشكل 1): [3]

$$\lambda = \frac{tan\,\emptyset}{\sqrt{9 + 12\ tan^2\,\emptyset}} \qquad (6)$$

$$\kappa = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12\ tan^2\,\emptyset}} \qquad (7)$$

2. مشكلة البحث Research Problem:

سلوك الخرسانة معقّدٌ، و هنالك العديد من البارامترات التي يجب اعتبارها في التحليل، كونه مركّبٌ من عدة أنواعٍ مختلفة النوع و الكمية من المواد ذات الخصائص الرئيسية المختلفة على الشد والضغط. و لذلك لا بدّ من توصيف نموذج مادة مفهوم بناءً على الأبحاث السابقة، لاستخدامه في طريقة العناصر المحدودة لتحليل العناصر الإنشائية.

3. أهداف البحث Objectives

- عرض الدراسات السابقة و كيف وصّف الباحثون نموذج الضرر اللدن كمعيار لنمذجة الخرسانة.
- استخلاص و تبسيط المعادلات الهامة المستخدمة في توصيف نموذج الضرر اللدن.
- معايرة النموذج المقترح عبر أمثلة عددية باستخدام برنامج محاكاة بطريقة العناصر المحدودة.

4. منهجية البحث Methodology

تشمل متغيرات البحث مقاومة الضغط و مقاومة الشج للخرسانة، و قيمة التشوه الحدي للخرسانة ε_c' ، و نموذج تطرية الشد بعد الوصول للمقاومة الحدية. كما يتم افتراض معامل المرونة و نسبة بواسون للخرسانة.

يشير الشكل (2) على افتراض أن استجابة الخرسانة على الضغط و الشد تتأثر بالضرر اللدن. و يمكن اعتبار استجابات الضغط و الشد المحورية للخرسانة باعتبار الضرر معطاة بالمعادلتين الآتيتين: [8]

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl,h}\right) \qquad (8)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0\left(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl,h}\right) \qquad (9)$$

حيث أن:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_c^{pl,h} + \varepsilon_c^{el} \qquad (10)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_t^{pl,h} + \varepsilon_t^{el} \qquad (11)$$

$\varepsilon_c^{pl,h}$: تشوه التصلب اللدن في الضغط

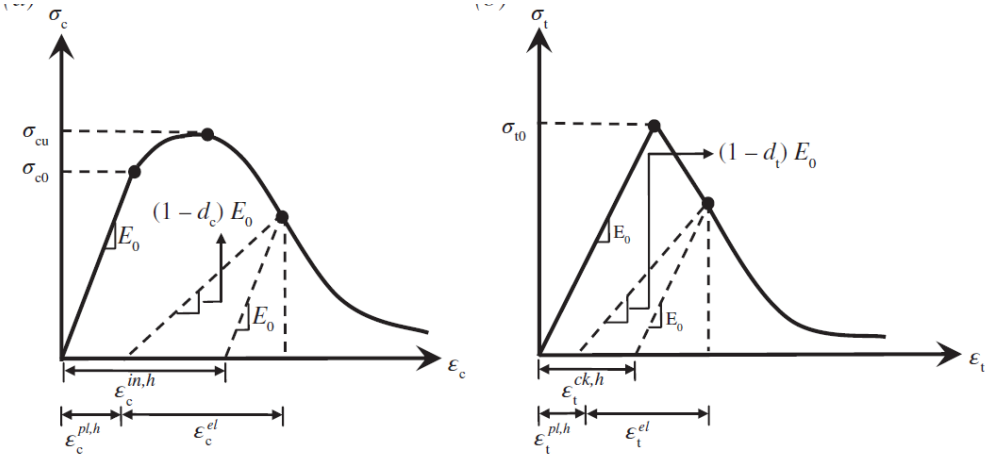
$\varepsilon_t^{pl,h}$: تشوه التصلب اللدن في الشد

ε_c^{el} : تشوه التصلب المرن في الضغط

ε_t^{el} : تشوه التصلب المرن في الشد

ε_c : التشوه الكلي في الضغط

ε_t : التشوه الكلي في الشد



(a) (b)

الشكل (2) : استجابة الخرسانة لظروف التحميل المحوري بافتراض تأثير الضرر اللدن: (a)الضغط ، (b) الشد [8]

سلوك الضغط أحادي المحور: [8]

يمكن ربط العلاقة بين متغيرات الضرر و مقاومة الضغط في الخرسانة كالآتي:

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0\left(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl,h}\right) \qquad (12)$$

حيث:

d_c : تضرر الضغط، مبني على تشوه التصلب اللامرن $\varepsilon_c^{in,h}$ الذي يحكم ميل منحني إزالة الحمولة (تفريغ التحميل)، يزداد d_c مع زيادة $\varepsilon_c^{in,h}$ ، و يمكن التعبير عنه كالآتي:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}} \qquad (13)$$

σ_c : إجهاد الضغط الاسمي (MPa)

σ_{cu} : إجهاد الضغط الحدي (MPA)، مقاومة الخرسانة على الضغط.

E_0 : معامل المرونة الأولي (MPa) حتى قيمة الإجهاد $(0.5\sigma_{cu})$، في المرحلة المرنة للخرسانة. من أجل مصفوفة الصلابة للعناصر المحدودة يُفضّل الحصول عليه من نتائج تجريبية أو استخدام علاقات كودية كقيمة استرشادية في حال عدم توفر التجربة. أما من أجل حسابات الضرر اللدن يُفضّل حسابه من قسمة قيمة الإجهاد على التشوه عند قيمة نصف المقاومة الاسطوانية (نهاية المرحلة المرنة). و يُحسب التشوه اللامرن بالمعادلة (14) والتشوه اللدن بالمعادلة (15):

$$\varepsilon_c^{in,h} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_0} \qquad (14)$$

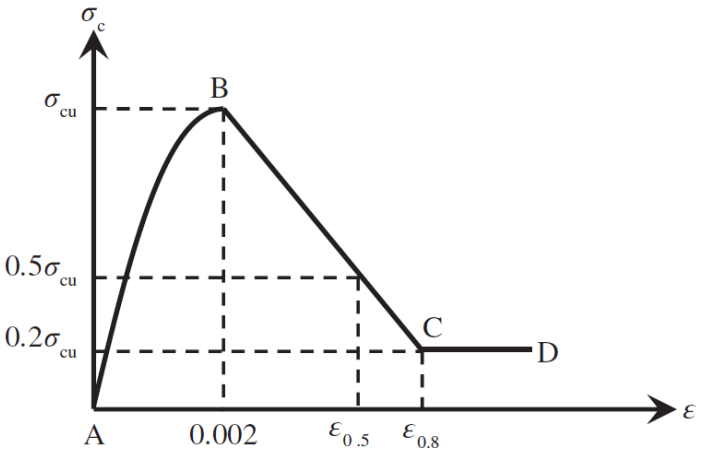
$$\varepsilon_c^{pl,h} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_0}\left(\frac{1}{1 - d_c}\right) = \varepsilon_c^{in,h} - \frac{d_c}{(1 - d_c)}\frac{\sigma_c}{E_0} \qquad (15)$$

$\varepsilon_c^{pl,h}$: تشوه التصلب اللدن

$\varepsilon_c^{in,h}$: تشوه التصلب اللامرن

بشكلٍ عامٍ، يمكن التعبير عن سلوك الضغط أحادي المحور إما بالاختبارات التجريبية (و تلك هي الحالة الأفضل في حالة الإمكانية و ضبط النتائج)، أو باستخدام نماذج تركيبية موجودة مسبقاً مثل المقترح من قبل Hognestad [9] أو Kent *et al.* [11] من أجل الخرسانة غير المطوقة. نموذج Kent and Park [11] الموضح في الشكل (3) هو

نموذج تكويني قطعي مكافئ (من الدرجة الثانية) من أجل الخرسانة غير المطوقة، و الذي يمكن التعبير عنه كما يلي:



الشكل (3) : نموذج *Kent and Park* من أجل الخرسانة المطوق و غير المطوق [8]

$$\sigma_c = \sigma_{cu}\left[2\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c'}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c'}\right)^2\right] \qquad (16)$$

حيث:

σ_c : إجهاد الضغط الاسمي (MPa)

ε_c : التشوه الاسمي

σ_{cu} : مقاومة الضغط الحدية (MPa)، من أجل عينة اسطوانية غير مطوقة

ε_c' : التشوه الحدي، من أجل عينة اسطوانية غير مطوقة. و قد وصّف Park [8] أن $\varepsilon_c' = 0.002$ ، و يمكن افتراض هذه القيمة في الدراسات. يشير الشكل (3) إلى تزايد قطعي مكافئ بين النقطتين (B–A) لمرحلة التصلب، في حين لوحظ سلوك خطي (من B إلى C) لمراحل التطرية، من أجل الخرسانة المطوقة و غير المطوقة. تستمر مرحلة التطرية حتى 20% من مقاومة الضغط لاسطوانة غير مطوقة. [8]

يمكن تحويل المعادلة السابقة إلى الشكل الآتي:

$$\underbrace{\left(-\frac{1}{0.002^2}\right)}_{a}\varepsilon_c{}^2 + \underbrace{\left(\frac{2}{0.002}\right)}_{b}\varepsilon_c + \underbrace{\left(-\frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}}\right)}_{c} = 0 \qquad (17)$$

معادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـ ε_c ، يمكن حساب الثابتين a و b و حلها باستخدام المميز Δ مع كل تغير للقيمة c .

سلوك الشد أحادي المحور: [8]

لا توجد اختلافاتٌ هامةٌ في نماذج تكوين الخرسانة لمرحلة الشد، بسبب السلوك القصيف للخرسانة. تؤخذ مقاومة الشد (7% ← 16%) من مقاومة الضغط الأعظمية (تفاوت المجال قد يؤثر على النتائج حوالي 30% في العناصر المعرضة للشد).

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl,h}\right) \qquad (18)$$

$$\varepsilon_t^{ck,t} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0} \qquad (19)$$

$$\varepsilon_t^{pl,h} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0}\left(\frac{1}{1 - d_t}\right) = \varepsilon_t^{ck,h} - \frac{d_t}{(1 - d_t)}\frac{\sigma_t}{E_0} \qquad (20)$$

حيث أن:

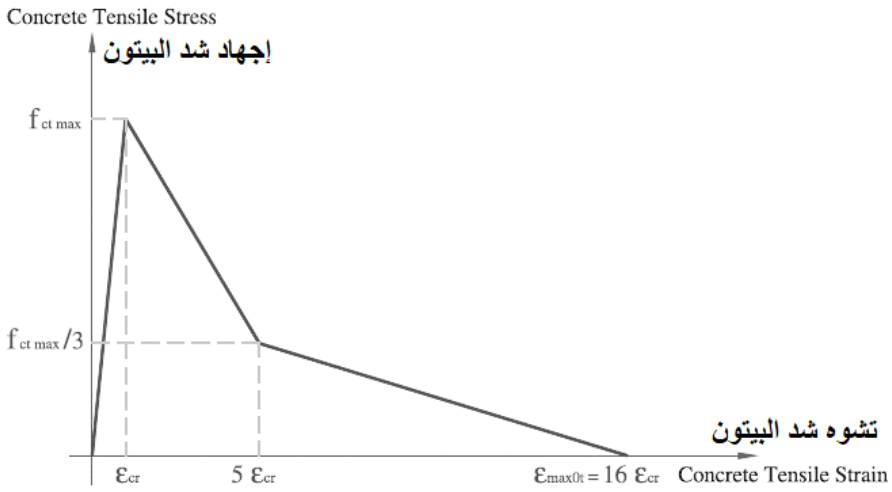
σ_t : إجهاد الشد الاسمي (MPa)

$\varepsilon_t^{pl,h}$: تشوه التصلب اللدن في الشد

d_t : تضرر الشد، يزداد d_t مع زيادة $\varepsilon_t^{tk,s}$ ، و يمكن التعبير عنه كالآتي: [8]

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_{tu}} \qquad (21)$$

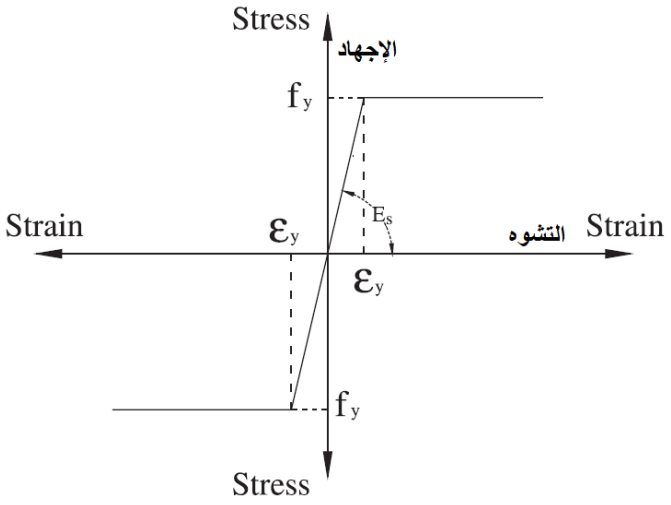
يوجد منحني تطرية معدل للشد مقترح من قبل (Allam et al.) [2] من أجل العناصر الخرسانية المسلحة المعرضة للانعطاف. موضح في الشكل (6).



الشكل (4) : منحني تطرية الشد المقترح من قبل .Massicotte et al [15]

نموذج المادة المقترح كالآتي: [2]

- نمذجة التسليح الفولاذي كمادة خطية مرنة–تامة اللدونة (في الحقيقة هذا معتمد في أغلب نماذج المحاكاة، و قد لا تختلف النتائج كثيراً عن حالة نمذجة السلوك الفعلي لمادة الفولاذ) كما هو مبين في الشكل (5). تتضمن البيانات المدخلة إجهاد الخضوع f_y و معامل المرونة E_s و نسبة بواسون μ_s ($\cong$ 0.3 في درجات الحرارة العادية).



الشكل (5) : علاقة إجهاد تشوه مثالية للفولاذ [2]

- نمذجة الخرسانة في الشد كمادة قصيفة مرنة خطية مع تطرية (تخفيض) للتشوه. صلابة الشد مسموحة بتعديل سلوك التطرية للخرسانة. تكون علاقة إجهاد–تشوه بعد التشقق كالمقترحة من قبل .Massicotte et al [15] و الموضحة في الشكل (4) (تم تعديلها إلى الشكل 6). تفترض هذه العلاقة أن تطرية التشوه بعد التشقق تخفّض الإجهاد للصفر عند تشوه كلي حوالي 16 مرة من التشوه عند أول شق. وتم تخفيض هذا المنحني ليسمح بسلوك استجابة تدريجية نسبياً و بالتالي تخفيض مشاكل التقارب (عند الحل العددي بالعناصر المحدودة) كما يظهر في الشكل 6 (المنحني المقترح). تتضمن بيانات الإدخال مقاومة الشد للخرسانة f_{ctmax} (تتراوح تجريبياً 0.2–0.07 من مقاومة الضغط و تُحسب عادةً بالمعادلة (22) والتشوه عند أول تشقق ε_{cr} =0.0001125 تشوه الخرسانة عند التشقق من أجل f_{cu} = 30 N/mm^2 ، عادةً نسبة مقاومة الشد الأعظمية على معامل المرونة الأولي) و منحني تطرية التشوه.

تُحسب مقاومة الشد للخرسانة بعلاقة من مقاومة الضغط:

$$f_{ctmax} = 0.7\sqrt{f_c'} \qquad (22)$$

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctmax}}{E_0} \qquad (23)$$

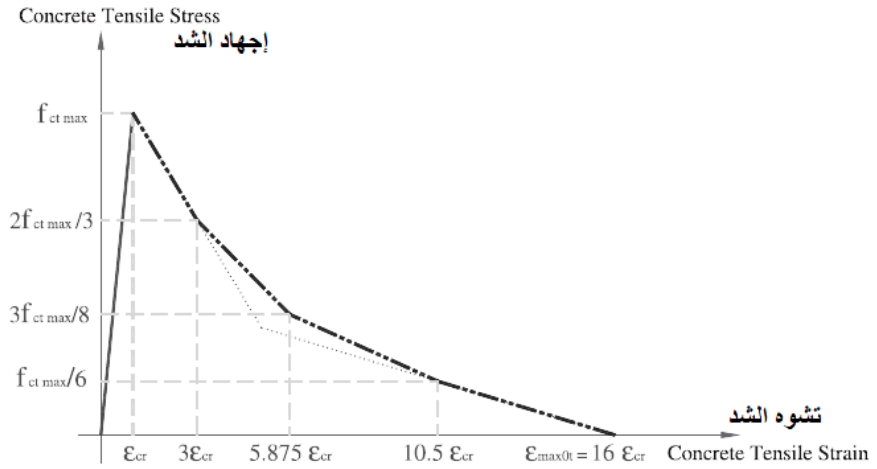
$$E_0 = \frac{0.5\sigma_{cu}}{\varepsilon_c} \qquad (24)$$

يُحسب معامل مرونة للخرسانة وفق الكود العربي السوري بعلاقة من مقاومة الضغط:

$$E_c = 4750\sqrt{f_c'} \qquad (25)$$

أو في حالة الأحمال الديناميكية:

$$E_c = 5700\sqrt{f_c'} \qquad (26)$$



الشكل (6) : منحني تطرية معدل للشد مقترح للعناصر المعرضة للانعطاف [2]

- نمذجة الخرسانة في الضغط مرن–لدن. تتضمن بيانات الإدخال مقاومة الضغط للخرسانة f_c' و معامل المرونة E_c و نسبة بواسون μ_c (تتراوح 0.1~0.2) وعلاقة الإجهاد-التشوه اللدن، و نسب الانهيار الآتية: [2]

- نسبة إجهاد الضغط الحدي ثنائي المحاور إلى إجهاد الضغط الحدي أحادي المحور. و تؤخذ 1.16 .
- القيمة المطلقة لنسبة إجهاد الشد أحادي المحور عند الانهيار إلى إجهاد الضغط الحدي أحادي المحور، و تؤخذ 0.109 .
- نسبة مقدار المكون الرئيسي للتشوه اللدن عند الإجهاد الحدي في الضغط ثنائي المحاور إلى التشوه اللدن عند الإجهاد الحدي في الضغط أحادي المحور، و تؤخذ 1.25 .
- نسبة إجهاد الشد الرئيسي عند التشقق إلى إجهاد تشقق الشد تحت الشد أحادي المحور، في حالة الإجهاد المستوي، و عندما يكون الإجهاد الرئيسي الآخر عند قيمة الضغط الحدية، و تؤخذ 0.2 .

الباحث [4] قام بإعداد تطبيق مبرمج بلغة python يمكن إدخاله إلى برنامج Abaqus، بغرض تشكيل مادة الخرسانة باستخدام نموذج الضرر اللدن. يوضح الشكل (7) الفروق في دقة الحساب و القيم (الاختيارية) حيث الهدف منها تسهيل الحساب (الحل العددي) على البرنامج. في النموذج المبسط [8] تستمر قيمة التشوه اللامرن إلى قيمٍ قريبةٍ من 0.003 وهو أكثر واقعيةً و مقاربةً للتجربة. في حين تستمر قيمة التشوه اللامرن بالزيادة في النموذج المبرمج [4] إلى قيمٍ تتجاوز 0.01 و هي قيمةٌ كبيرةٌ جداً و تبتعد نتائج النمذجة عن التجربة. أحد الباحثين أنشأ نموذجاً مستخدماً منحنياً غير معروف المصدر، تم وضعه للمقارنة فقط.

الشكل (7) : مقارنة منحني إجهاد–تشوه في حالة الضغط للخرسانة وفق عدة مصادر

يحتوي الشكل (8) صوراً توضح طريقة الحساب التفصيلية وفق هذه المقالة على الضغط، يليه الشكل (9) طريقة الحساب على الشد.

Material's parameters	
Concrete elasticity	
E (MPA) for CDP	26460.15511
E (MPA) for FEM	26447
Poisson's ratio	0.2
σcu (Mpa)	31

معامل المرونة
قيمة محسوبة بقسمة الإجهاد في نهاية المرحلة المرنة على التشوه الكلي الناتج من حل معادلة Kent and Park

$E = 0.5\sigma_{cu}/\varepsilon_{total}$

تدخل في حسابات التضرر اللدن

قيمة استرشادية لمعامل المرونة تدخل في حسابات العناصر المحدودة.
يمكن حسابها من علاقات كودية، مثلاً:

$E = 4750\sqrt{f'_c}$

أو:

$E = 5700\sqrt{f'_c}$

في حالة التحميل الديناميكي

ε'c	0.002	A	B	C
	ثابت	-250000	1000	-0.5
				-0.526315789
				-0.555555556
				-0.588235294

ثابت — متغير

معادلة Kent and Park

$$\left(-\frac{1}{0.002^2}\right)\varepsilon_c{}^2 + \left(\frac{2}{0.002}\right)\varepsilon_c + \left(-\frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}}\right) = 0$$

			Total Strain	Plastic Strain
Δ	X1	X2	X	
500000	0.000585786	0.003414	0.000585786	0
90909.09091	0.001396977	0.002603	0.001396977	0.000811191
0	0.002	0.002	0.002	0.001414214
166666.6667	0.001183503	0.002816497	0.002816497	0.00223071
285714.2857	0.000930955	0.003069045	0.003069045	0.002483259
375000	0.000775255	0.003224745	0.003224745	0.002638958

هذه قيمة التشوه في نهاية المرحلة المرنة (التشوه المرن)

من أجل حساب التشوه الكلي:
قبل القيمة 0.002 نأخذ أصغر الحلين
بعد القيمة 0.002 نأخذ أكبر الحلين

التشوه اللدن = التشوه الكلي - التشوه المرن

	stress (MPa)	Inelastic strain	Damage parameter C	Inelastic strain
	15.5	0	0	0
	16.31578947	6.88829E-06	0	6.88829E-06
	17.22222222	1.57928E-05	0	1.57928E-05
	18.23529412	2.74616E-05	0	2.74616E-05
	19.375	4.30221E-05	0	4.30221E-05
	20.66666667	6.42509E-05	0	6.42509E-05
	22.14285714	9.41173E-05	0	9.41173E-05
	23.84615385	0.000138021	0	0.000138021
	25.83333333	0.000207193	0	0.000207193
	28.18181818	0.000331911	0	0.000331911
f_c'	31	0.000828427	0	0.000828427
	25.83333333	0.001840186	0.166666667	0.001840186
	22.14285714	0.002232207	0.285714286	0.002232207
	19.375	0.002492512	0.375	0.002492512

قيم متفاوتة للإجهاد

قيم صفرية حتى الوصول إلى القيمة القصوى للإجهاد f_c'

التشوه اللامرن، يُحسب بالمعادلة
$$\varepsilon_c^{in,h} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_0}$$

بارامتر التضرر على الضغط، يُحسب بالمعادلة:
$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}}$$

الشكل (8) : طريقة الحساب التفصيلي لنموذج الضرر اللدن على الضغط

Concrete tensile behavior		Concrete tension damage	
stress (MPa)	Strain	Cracking strain	Damage parameter T
3.130495168	0.00018338	0	0
2.086996779	0.00055014	0.000427887	0.333333333
1.173935688	0.001077358	0.001008591	0.625
0.521749195	0.001925492	0.001894928	0.833333333

إجهاد الشد الأعظمي، يعتبر عادةً 7-10% من إجهاد الضغط الأعظمي، و يمكن حسابه تجريبياً، أو نظرياً من العلاقة:
$$f_{ctmax} = 0.7\sqrt{f_c'}$$

التشوه الأولي: نسبة إجهاد الشد الأعظمي إلى معامل المرونة الأولي

هذه القيم متدرجة من القيمة القصوى بنسب:
2/3
3/8
1/6
الإجهاد

قيم متدرجة بمضاعفة التشوه الأولي بالقيم:
3.00
5.875
10.50
التشوه الاسمي

يُحسب من المعادلة:
$$\varepsilon_t^{ck,h} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0}$$
تشوه التشقق على الشد

يُحسب من المعادلة:
$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_{tu}}$$
بارامتر التضرر على الشد

الشكل (9) : طريقة الحساب التفصيلي لنموذج الضرر اللدن على الشد

معايرة النموذج:

للتحقق من صحة نموذج الضرر اللدن، نعمد إلى استخدام اسطوانة معيارية قطرها (15 cm) و ارتفاعها (30 cm)، من الخرسانة العادية بدرجاتٍ مختلفةٍ من المقاومة الاسطوانية للنموذج. نتحقق بعدها من الإجهادات المستنتجة بطريقة العناصر المحدودة، بالمقارنة بقدرة تحمل الاسطوانة على الضغط و الشد المدخلتين إلى نموذج الضرر المعتمد.

استخدمنا من أجل تحليل الاسطوانة طريقة العناصر المحدودة (FEM) باستخدام برنامج المحاكاة Abaqus 6.14. و يبين الجدول (1) المدخلات على البرنامج من أجل مقاومات مميزة للخرسانة على الضغط : 40، 30، 20 MPa

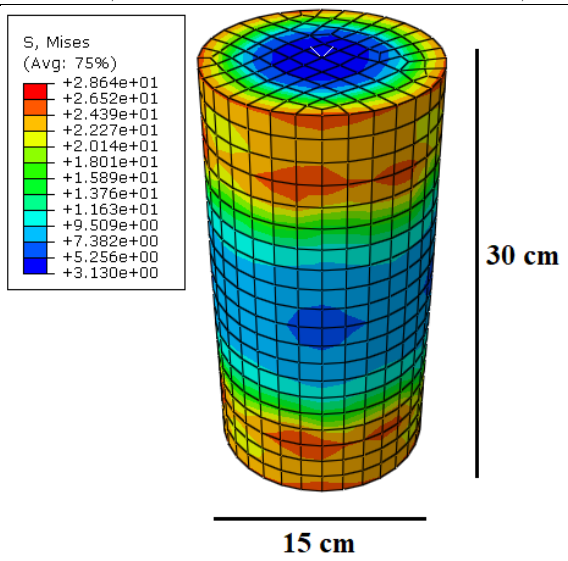
الجدول 1 : المدخلات على برنامج Abaqus من أجل نمذجة بطريقة العناصر المحدودة

المقاومة المميزة للخرسانة على الضغط	40, 30, 20 MPa
التشوه الحدي في الخرسانة	0.002
معامل مرونة الخرسانة	$4750\sqrt{\sigma_{cu}}$ MPa
نسبة بواسون للخرسانة	0.18 *

* تتراوح نسبة بواسون للخرسانة بشكلٍ عامٍ بين 0.1 و 0.2

و يبين الشكل (10) نموذج الاسطوانة المدروس على برنامج Abaqus 6.14، الأبعاد 30 cm*15، نوع التحليل تحليل ستاتايكي عام (static, general).

باستخدام برنامج Abaqus 6.14 تم استنتاج منحني الحمولة–الانتقال للحصول على الحمولة العظمى، و يظهر المخطط في الشكل (11).



الشكل 10 : نموذج الاسطوانة المدروس على برنامج Abaqus 6.14

ننتقل إلى الخطوة التالية، و هي متغيرات نموذج الضرر اللدن الموضحة في الجدول (2).

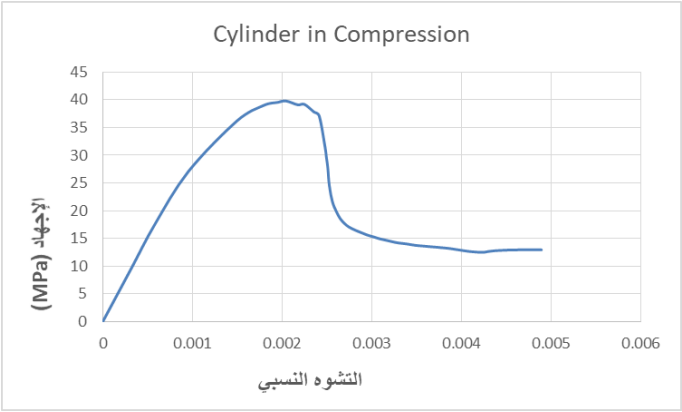
الجدول 2 : متغيرات نموذج الضرر اللدن المستخدمة في نمذجة الاسطوانة الخرسانية

زاوية التمدد	40
fb_0/fc_0	1.16
اللزوجة	0.0002
K	0.667
اللامركزية	0.1

تتعلق زاوية التمدد (dilation angle) بالتشوه الحجمي مع تشوه القص. و التي تتراوح عادةً $20^o - 40^o$ ، و تؤثر على مطاوعة المادة. كما تؤثر على النموذج ككل، حيث زيادة زاوية التمدد تزيد ليونة الجملة (flexibility). [8]

نسبة إجهاد خضوع الضغط المتساوي بمحورين الأولي fb_0 إلى إجهاد خضوع الضغط أحادي المحور الأولي (fc_0)، تُعطى كقيمة افتراضية ($fb_0/fc_0 = 1.16$) . [8]

يظهر في الشكل (11) منحنيي إجهاد–تشوه للاسطوانة الخرسانية على الضغط (f_c'=40MPa).



الشكل 11 : منحني إجهاد–تشوه لنموذج الاسطوانة الخرسانية على الضغط، برنامج Abaqus 6.14

تُجرى تجربة الشد بالتجربة البرازيلية (Bresilien test) أو تجربة الانفلاق على نفس العينة الاسطوانية بطول 300 mm و قطر 150 mm، حيث تتحقق نسبة الارتفاع إلى الفطر $\frac{H}{D} \approx 2$. و توضع العينة على أحد مولديها كما في الشكل (12)، و يظهر منحني إجهاد–تشوه في الشكل (13).

تُعيّن المقاومة على الشد بالعلاقة:

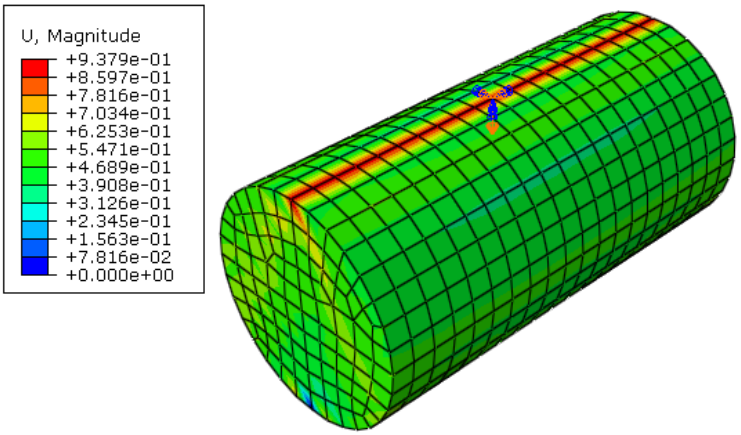
$$\sigma_t = \frac{P_r}{\pi R H} \qquad ()$$

حيث:

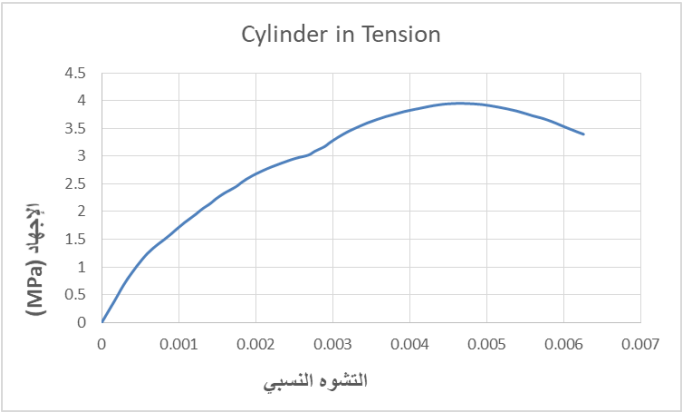
Pr : قوة الانهيار (N)

R: نصف قطر العينة (mm)

H: ارتفاع العينة (mm)



الشكل 12 : محاكاة تجربة الشد بالانفلاق على اسطوانة خرسانية، برنامج Abaqus 6.14



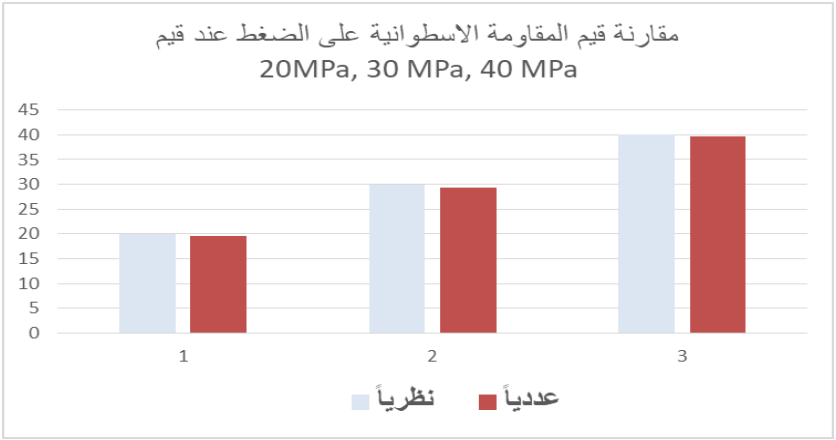
الشكل 13 : منحني إجهاد–تشوه لنموذج الاسطوانة الخرسانية على الشد، برنامج Abaqus 6.14

* نلاحظ أن قيمة إجهاد الضغط على برنامج المحاكاة مساوية تقريباً للقيمة النظرية، و التشوه النسبي 0.002 % كما هو مُدخل في المعطيات النظرية.

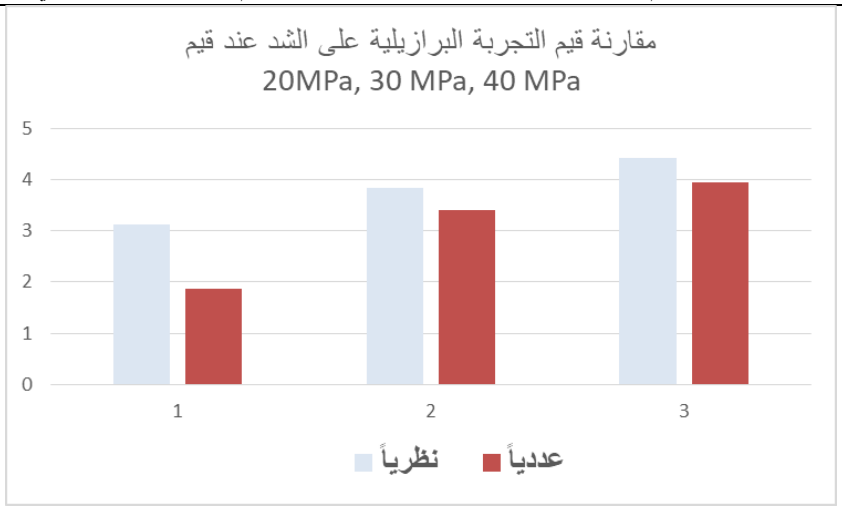
** نلاحظ أن قيمة إجهاد الشد على برنامج المحاكاة تساوي % 9.8 من قيمة إجهاد الضغط، في حين المُدخلة في البيانات النظرية حوالي 11%. أي تختلف مقاومة الشد الفعلية (في النموذج العددي) عن النظرية، و يبين الجدول (3) نسب الاختلاف للمقاومات الثلاثة المدخلة للخرسانة. كما تظهر النتائج تخطيطياً في الشكلين (14 ، 15).

الجدول 3 : نسب اختلاف مقاومات الضغط و الشد في النموذج العددي

المقاومة على الضغط	MPa	MPa	MPa
نظرياً	20	30	40
عددياً	19.63854	29.39073	39.77128
نسبة الاختلاف (%)	1.8	2	0.6
المقاومة على الشد	MPa	MPa	MPa
نظرياً	3.130495	3.834058	4.427189
عددياً	1.87615	3.409355	3.948517
نسبة الاختلاف (%)	40.1	11.1	10.8



الشكل 14 : مقارنة قيم مقاومة الخرسانة على الضغط نظرياً و عددياً



الشكل 15 : مقارنة قيم مقاومة الخرسانة على الشد نظرياً و عددياً

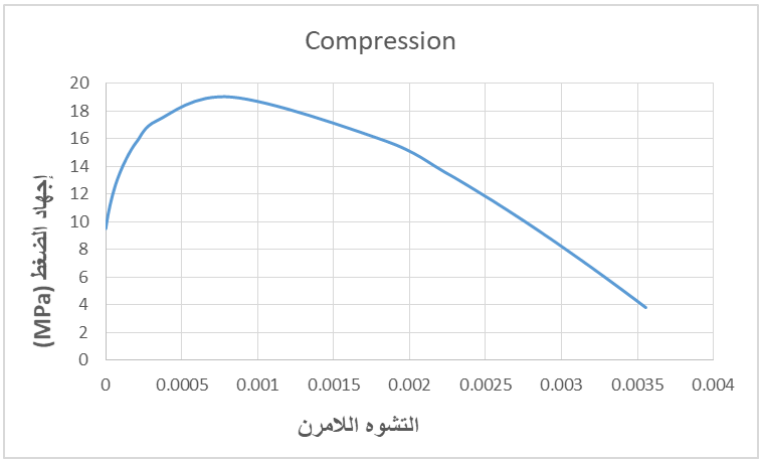
نمذجة عقدة خرسانية:

من أجل التحقق من النموذج، تمت محاكاة نموذج عقدة خرسانية من دراسة Akhaveissy *et al* [1]، معطيات نموذج الضرر المستخدمة موضحة في الجدول (4). منحنيات إجهاد– تشوه لسلوك الخرسانة على الضغط و الشد موضحة في الشكل (16).

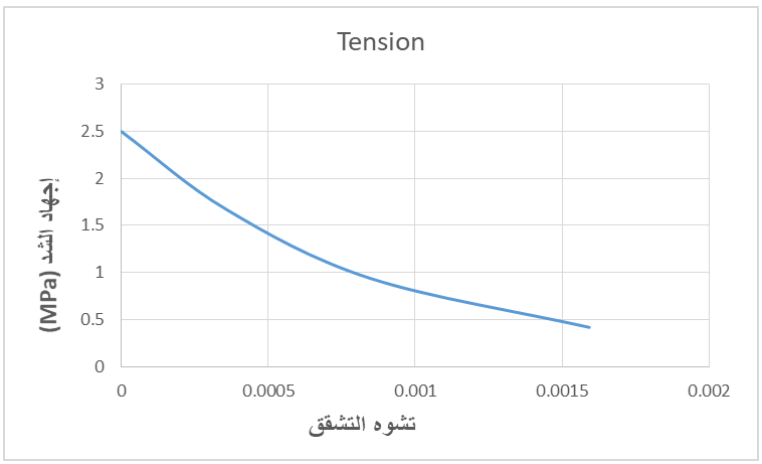
الجدول 4 : متغيرات نموذج الضرر اللدن المستخدمة في نمذجة العقدة الخرسانية

زاوية التمدد	48
fb_0/fc_0	1.16
اللزوجة	0.0175
K	0.667
اللامركزية	0.1

a)



b)



الشكل 16 : منحنيات إجهاد–تشوه لسلوك الخرسانة المستخدمة في نمذجة العقدة الخرسانية المسلحة:

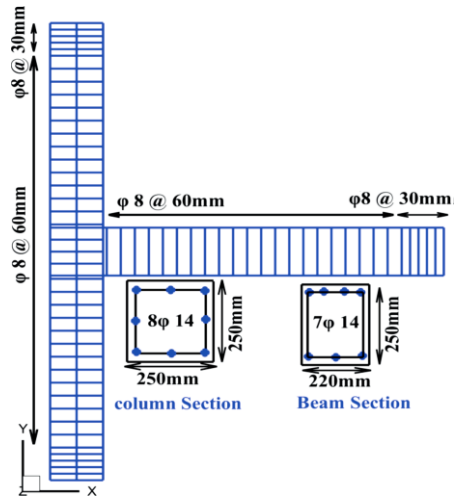
a) على الضغط

(b) على الشد

تفاصيل العقدة المختبرة موضحة في الشكل (17). الشروط الحدية ونموذج العناصر المحدودة موضحة في الشكل (18). يتم ضبط المتغيرات الثلاثة (معامل المرونة، زاوية التمدد، اللزوجة) حتى تتناسب مع نتائج التجربة. علماً أن معامل المرونة العرضي (G)

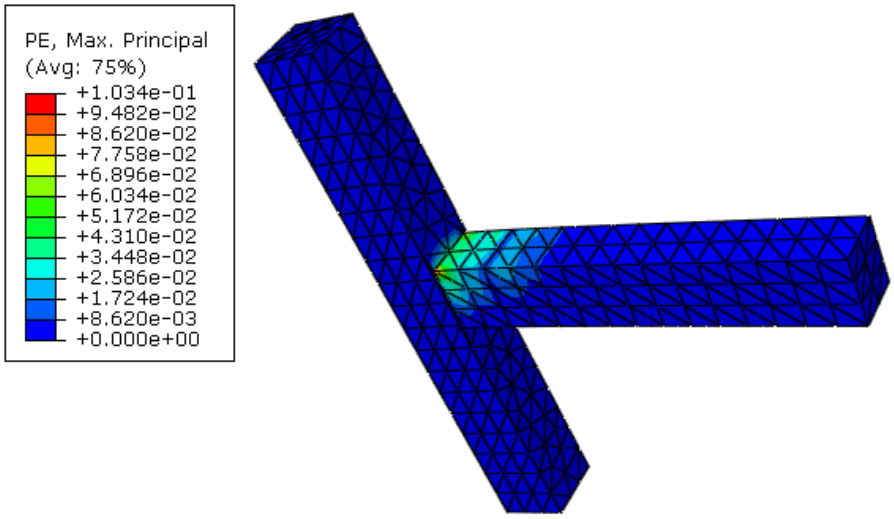
يرتبط مع معامل المرونة الطولي (E) و معامل بواسون (μ) بعلاقة مشهورة من مقاومة المواد:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \qquad (27)$$

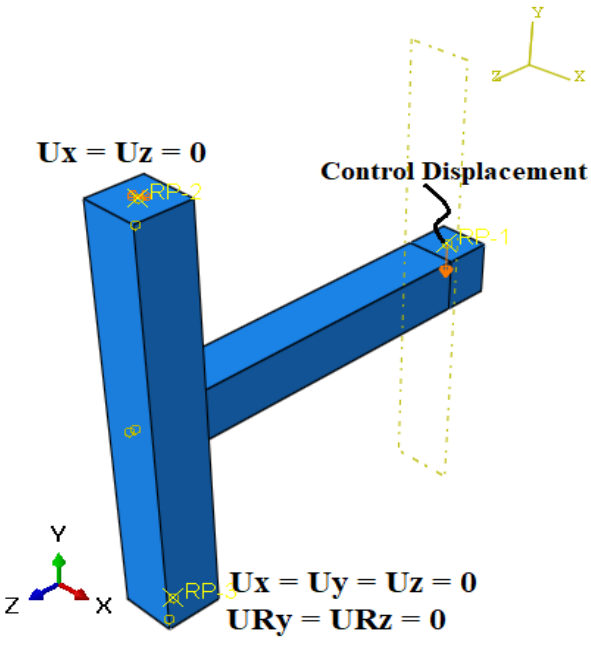


الشكل 17 : النموذج التجريبي للعقدة الخرسانية [1]

(a)



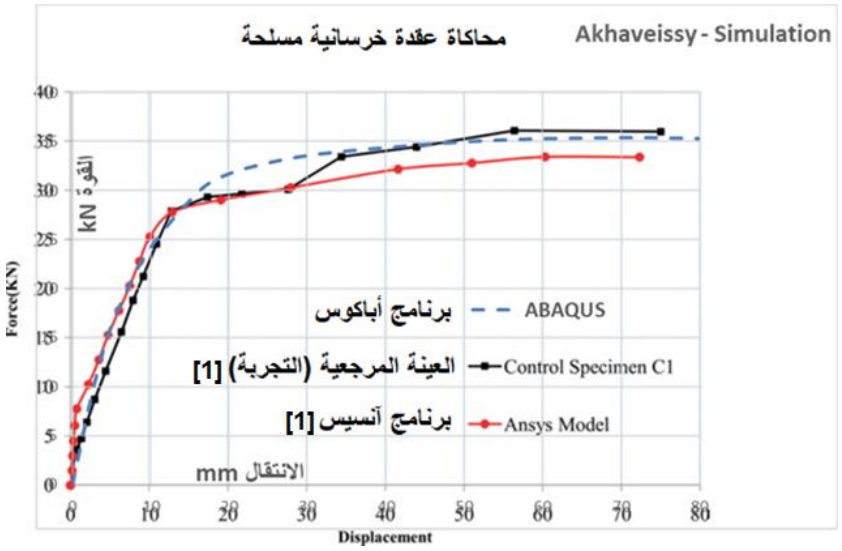
(b)



الشكل 18 : نموذج العناصر المحدودة للعقدة الخرسانية على برنامج *Abaqus* :

(a) التشوهات اللدنة، (b) الشروط الحدية

نلاحظ من الشكل (17) أن نمط انهيار العقدة بالقص عند وجه العمود، حيث تظهر التشوهات اللدنة الأعظمية عند نقطة اتصال العمود بالجائز. و تظهر مقارنة المنحنيين التجريبي و العددي في الشكل (19)، نلاحظ تقارب النتائج للقوة و الانتقال بنسبة لا تزيد على 5%.



الشكل 19 : منحنيات الحمولة–الانتقال للعقدة الخرسانية

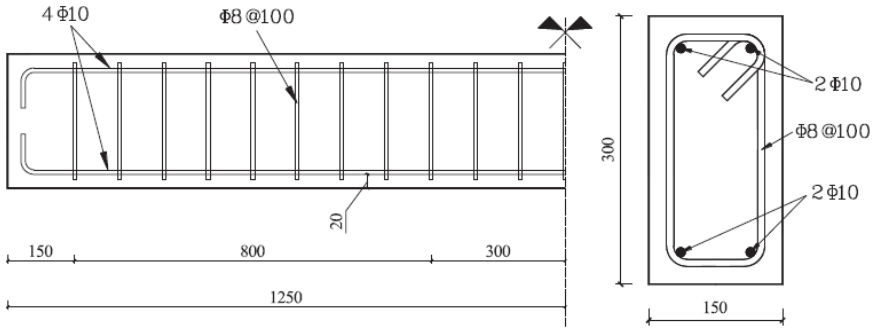
الطريقة المعتمدة: تمت نمذجة الاسطوانة و العقدة بشكلٍ ثلاثي الأبعاد (3D)، أنواع العناصر المحدودة المستخدمة في نمذجة العقدة:

- **(C3D10R)**: عنصر 10 عقد تربيعي موشور رباعي السطوح. و تم استخدامه للخرسانة في العقدة (لعدم انتظام الحواف في نقطة اتصال الجائز بالعمود).
- **(C3D8R)**: عنصر 8 عقد ثلاثي الأبعاد مع تكامل مخفض. و تم استخدامه للخرسانة في الاسطوانة.

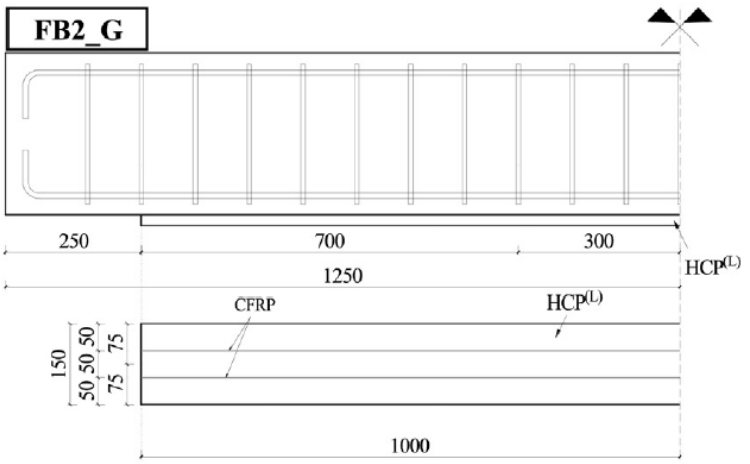
- **(T3D2)**: عنصر شبكي ثلاثي الأبعاد بعقدتين. و تم استخدامه من أجل التسليح الفولاذي الطولي و العرضي.

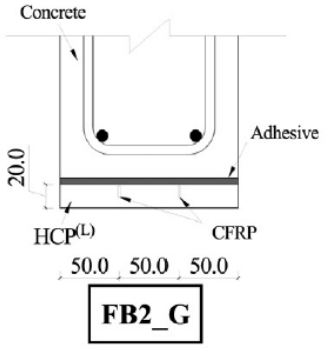
<u>نمذجة جائز خرساني مدعم بألياف الكربون:</u>

كما تمت نمذجة جائز مدعّم بصفيحة مقواة بشريحتين من ألياف الكربون CFRP، واردة في الدراسة [7]. أبعاد الجائز و الصفيحة موضحة في الشكلين (20 ، 21).



الشكل 20 : أبعاد الجائز الخرساني من الدراسة [7]





الشكل 21 : أبعاد صفيحة التقوية الواردة في الدراسة [7]

تم بناء النموذج العددي على برنامج Abaqus 6.14. يظهر في الشكل (22). و تمت مقارنة النتائج كم هو مبين في المنحنيات بالشكل (23). كما يبدو، فإن بعض نماذج الضرر اللدن تعطي تنبؤاً أعلى من المتوقع لقيمة مقاومة العناصر الخرسانية المسلحة.

أنواع العناصر المحدودة المستخدمة في نمذجة الجائز:

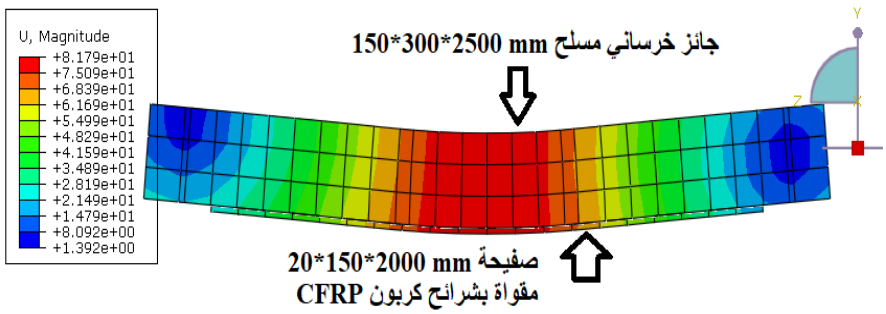
- **(C3D8R)**: عنصر 8 عقد ثلاثي الأبعاد مع تكامل مخفض. و تم استخدامه للخرسانة في الجائز و المادة الرابطة لشرائح التقوية.
- **(S4R)**: عنصر 4 عقد، ثنائي الانحناء، قشرية نحيلة أو سميكة، تكامل مخفض، تحكم مضبوط (Hourglass Control) حيث للعنصر 12 نمط انتقال و ثلاثة أنماط للجسم الصلب، تشوهات غشائية محدودة. و تم استخدامه من أجل شرائح الكربون CFRP.

مقاومة الخرسانة على الضغط 23 MPa (عينة موشورية، يتم ضربها بالقيمة 0.83 لتحويلها إلى اسطوانية) و على الشد 3 MPa . مقاومة الشد لقضبان التسليح الطولي المستخدمة في الجائز و العمود 460 MPa و الأساور 350 MPa ، و يوضح الجدول

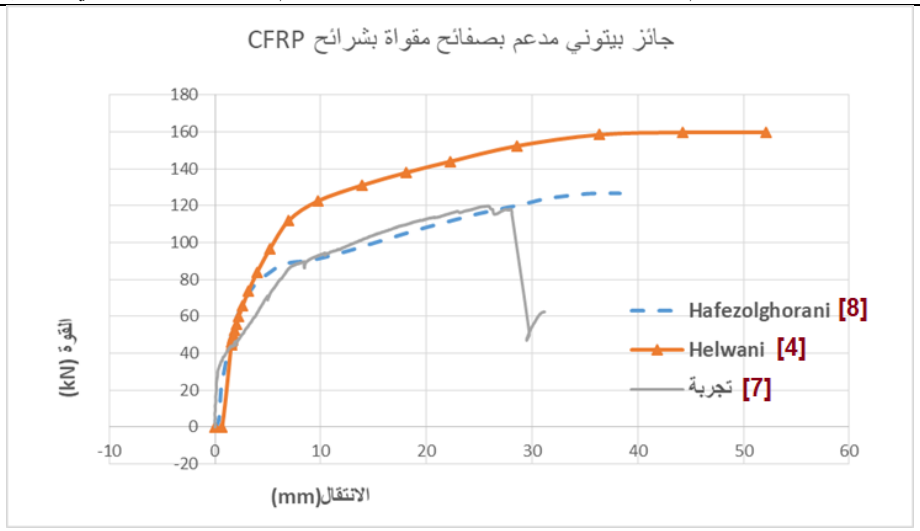
(5) الخصائص الميكانيكية لقضبان التسليح. أبعاد العمود في العقدة المدروسة 250x250 mm ، و الجائز له ارتفاع 250 mm و عرض 220 mm.

الجدول 5 : الخصائص الميكانيكية لقضبان التسليح في العقدة الخرسانية

قطر القضيب	مقاومة الخضوع (MPa)	المقاومة الحدية (MPa)	تشوه الخضوع (%)	التشوه الحدي (%)
8	350	410	0.18	18
14	460	680	0.20	13



الشكل 22 : محاكاة الجائز المدعم من الدراسة [7] على برنامج Abaqus



الشكل 23 : مقارنة منحنيات الحمولة–الانتقال للجائز الخرساني وفق نموذجي تضرر لدن مختلفين

نستنتج من الشكل (23) اختلاف نموذج الضرر في المرجع [4] عن التجربة بأكثر من 33% في الحمولة والانتقال، في حين لا يبتعد النموذج المبسط في المرجع [8] أكثر من 5% عن الحمولة و 20% عن الانتقال، مما يجعله أفضل قبولاً من الناحية البحثية لإجراء محاكاة للتجارب و دراسات بارامترية.

معطيات نموذج الضرر المستخدمة موضحة في الجدول (6).

الجدول 6 : متغيرات نموذج الضرر اللدن المستخدمة في نمذجة العقدة الخرسانية

زاوية التمدد	5°
fb_0/fc_0	1.16
اللزوجة	0.008
K	0.667
اللامركزية	0.1

5. الإستنتاجات و التوصيات Conclusions and Recommendations

يمكن استخلاص النتائج التالية:

1-) يمكن اعتبار نموذج الضرر اللدن للخرسانة معياراً مقبولاً في النمذجة العددية للعناصر الإنشائية الخرسانية و الخرسانية المسلحة باستخدام طريقة العناصر المحدودة.

2-) بعض النماذج للتضرر اللدن تعطي تنبؤاً أعلى من المتوقع لقيمة مقاومة العناصر الخرسانية المسلحة. حيث تبتعد قيمة الحمولة و السهم للعنصر الخرساني في النموذج العددي بشكلٍ كبيرٍ عن التجربة، و بالتالي إعطاء نماذج لا تصلح للمحاكاة و إجراء دراسة بارامترية، و تكون نتائجها غير موثوقةٍ.

3-) لا توجد اختلافاتٌ هامةٌ في نماذج تكوين الخرسانة لمرحلة الشد، بسبب السلوك القصيف للخرسانة، لكن تفاوت المجال لمقاومة الشد قد يؤثر على النتائج في العناصر المعرضة للشد.

4-) يمكن التعبير عن سلوك الضغط أحادي المحور للخرسانة إما بالاختبارات التجريبية (و تلك هي الحالة الأفضل في حالة الإمكانية و ضبط النتائج)، أو باستخدام نماذج تركيبية موجودة مسبقاً.

5-) يمكن افتراض قيمة التشوه الحدي ε_c' في الدراسات، من أجل عينة اسطوانية غير مطوقة. و قد وصّف (Park) أن $\varepsilon_c' = 0.002$ ، لكن تغيير هذه القيمة يؤثر بشكلٍ كبيرٍ على النتائج.

6-) تتم نمذجة التسليح الفولاذي كمادة خطية مرنة–تامة اللدونة، كما هو معتمد في أغلب نماذج المحاكاة، و قد لا تختلف النتائج كثيراً عن حالة نمذجة السلوك الفعلي لمادة الفولاذ.

7-) يوجد منحني تطرية معدل للشد مقترح من قبل (Allam et al.) من أجل العناصر الخرسانية المسلحة المعرضة للانعطاف. و هو يعطي نتائجاً أفضل و أقرب للتجربة.

8-) تختلف مقاومة الشد (في النموذج العددي) عن النظرية (الحسابية) حوالي (10~40%) بشكلٍ عامٍ.

المقترحات و التوصيات:

- استخدام نموذج الضرر المقترح و الذي يعطي نتائجاً قريبةً للواقع التجريبي.
- محاولة تطوير هذا النموذج و تعديله بناءً على اختباراتٍ و أبحاثٍ.
- تبسيط النماذج البنيوية الأخرى المقترحة من قبل الباحثين و تلخيصها للاستخدام في التحليل العددي للعناصر الإنشائية.
- محاولة وضع معايير للمتغيرات البارامترية الخاصة بنموذج الضرر اللدن، لاختصار الزمن على الباحثين وفق منهجية معينة.

6. المراجع References

1-) Akhaveissy ,A & Permanoon ,A & Mirzaei ,M (2017) - **Seismic Retrofit of Defective RC Beam-Column Joints**. Periodica Polytechnica Civil Engineering, 33p.

2-) Allam et al. (2013) - Evaluation of tension stiffening effect on the crack width calculation of flexural RC members. Faculty of Engineering, Alexandria University, 11p.

3-) Alejano ,L & Bobet ,A (2012) - **Drucker–Prager Criterion**. Rock Mech Rock Eng (2012) 45, 5p.

4-) Al Helwani ,A (2021) - **An application for concrete material creation using Concrete Damaged Plasticity model of *Abaqus***. Higher Institute of Earthquake Studies and Research (HIESR), Damascus University, 3p.

5-) Cuong-Le ,T & Minh ,H & Sang-To ,T (2022) - **A nonlinear concrete damaged plasticity model for simulation reinforced concrete structures using ABAQUS**. Frattura ed Integrità Strutturale, 59 (2022), 11p.

6-) Doran ,B et al. (1998) - **The Use of "Drucker–Prager Criterion" in the Analysis of Reinforced Concrete Members by Finite Elements**. Digest 98, 6p.

7-) Esmaeeli, E & Barros, J (2015) - **Flexural strengthening of RC beams using Hybrid Composite Plate (HCP): Experimental and analytical study**. Composites Part B 79 (2015), 17p.

8-) Hafezolghorani, M et al. (2017) - **Simplified Damage Plasticity Model for Concrete**. Structural Engineering International Nr. 1/2017, 11p.

9-) Hognestad E. (1951) - **Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members.** University of Illinois: Urbana,.

10-) Jankowiak ,T & Łodygowski ,T (2013) - **Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model**. Foundations of Civil And Environmental Engineering, No. 6, 2005, 17p.

11-) Kent ,DC & Park ,R (1971) - **Flexural members with confined concrete**. J Struct Div, ASCE 1971; 97(7):1969-90.

12-) Kmiecik ,P & Kaminski ,M (2011) - **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration**. Archives of Civil and Mechanical Engineering, Vol. XI, No. 3, 14p.

13-) Lubliner et al. (1989) - **A Plastic-Damage Model for Concrete**. Int. J. Solids Structures Vol. 25. No. 3., 28p.

14-) Mander ,J & Priestley, M & Park ,R (1988) - **Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete**. Journal of Structural Engineering, Vol. 114, No. 8, August, 1988. ©ASCE, 23p.

15-) Massicotte ,B & Elwi, A E & MacGregor, J G (1990) - **Tension stiffening model for planar reinforced concrete members**. ASCE Journal of Structural Engineering 116 (11).

16-) Michał ,S & Andrzej ,W (2015) - **Calibration of the CDP model parameters in Abaqus**. Advances in Structural Engineering and Mechanics, Korea, 11p.

17-) Park R. (1975) - **Reinforced concrete structures**. John Wiley & Sons: New York.

18-) Shafaei, J & Hosseini ,A & Marefat ,M S (2014) - **Seismic retrofit of external RC beam–column joints by joint enlargement using prestressed steel angles**. Engineering Structures 81 (2014), 23p.

19-) SCOTT ,B (1988) - STRESS - **Strain Relationships for Confined Concrete : Rectangular Sections**. University of Canterbury، New Zealand, 120p.

20-) Truty ,A (2016) - **Elastic-Plastic Damage Model for Concrete**. ZSoilr.PC 160102 report, 51p.

21-) Voyiadjis ,G & Taqieddin ,Z (2009) - **Elastic Plastic and Damage Model for Concrete Materials: Part I - Theoretical Formulation**.

INTERNATIONAL JOURNAL OF STRUCTURAL CHANGES IN SOLIDS – Mechanics and Applications, 29p.

(**In Arabic**)

22-) **Syrian Arab Code** for design and implementation of structures with reinforced concrete (2012). Syrian Engineer Candidate, 404p.