مسلمات شبه الفصل في الفضاءات النتروسوفيكية الكلاسيكي الثنائية

طالب الدكتوراه : لؤي أحمد صالحة كلية العلوم – جامعة البعث

الدكتور المشرف : أ.د.طالب غريبة المشرف المشارك : د.رياض الحميدو

ملخص البحث

لقد تم تعريف الفضاء النتروسوفيكي الكلاسيكي الأحادي والثنائي وفي هذا البحث نعرف نوع جديد من مسلمات شبه الفصل النتروسوفيكية الكلاسيكي في الفضاء الثنائي حيث تم دراستها في الفضاء الأحادي سابقاً

حيث نقوم بتعريف مسلمات فصل من النمط
$Semi-T_0-N_i\ (S-T_0-N_i)$ و
$Semi-T_1-N_i\ (S-T_1-N_i)$ و
$Semi-T_2-N_i\ (S-T_2-N_i)$ حيث $(i=1,2,3)$ وسندرس العلاقات فيما بينها

كلمات مفتاحية : مسلمات شبه الفصل النتروسوفيكية الكلاسيكية ، نقطة نتروسوفيكية كلاسيكية،مجموعة نتروسوفيكية الكلاسيكية.

Semi Separation Axioms in the neutrosophic crisp

Bi-topological spaces

Abstract

The neutrosophic crisp one-topological and Bi-topological spaces was defined and in this research we define a new type of Semi Separation Axioms In Neutrosophic Crisp Bi-topological Space which were previously studied.

Now, we are defining a new Separation Axiom $Semi-T_0-N_i\left(S-T_0-N_i\right)$ and $Semi-T_2-N_i\left(S-T_2-N_i\right)$ and $Semi-T_2-N_i\left(S-T_2-N_i\right)$; $\left(i=1,2,3\right)$ And also we will study relationships between these new types.

Key word :

neutrosophic crisp semi separation axioms , neutrosophic crisp point ,

neutrosophic crisp set .

المقدمة :

ظهر مفهوم الفضاءات ثنائية التبولوجيا في عام 1963 م على يد J.C.Kelly . قبل ذلك كان الباحثون قد توسعوا بدراسة الفضاءات أحادية التبولوجيا ، حيث قاموا بدراسة مسلمات الفصل والتراص في هذه الفضاءات . ثم دراسة مسلمات شبه الفصل وشبه التراص في الفضاءات أحادية التبولوجيا . كما تمت دراسة مسلمات الفصل في الفضاءات ثنائية التبولوجياعلى يد الكثير من الباحثين ومنهم هيام الكحلوت في عام 2003 م .

عمم F. Smarandache عام 1995 م مفهوم المنطق الضبابي (FUZZY) إلى المنطق النتروسوفيكي ، ثم ظهرت العديد من الأبحاث في هذا المنطق الجديد في شتى أنواع العلوم وخاصة في الرياضيات بجميع فروعها لاسيما في التبولوجيا.

المنطق النتروسوفيكي هو منطق جديد أسسه العالم الأمريكي Smarandache عام 1995 م والذي يدرس ويهتم بالحياد ، بحيث يأخذ هذا المنطق الجديد بعين الاعتبار كل فكرة مع نقيضتها مع طيف الحياد ،حيث يأخذ هذا المنطق كل بيان بثلاث أبعاد هي الصح (T) بدرجات والخطأ (F) بدرجات والحياد (I) بدرجات ، ويمكننا أن نعبر عن ذلك بالشكل (T,I,F) وهذا يعطي وصفاً أدق من المنطق الضبابي والمنطق العادي ، عرف A.A.Salama , S.A.alblowi عام 2012 مفهوم المجموعة النتروسوفيكية وعرفوا العمليات عليها.

أيضاً قدم البروفيسور المصري أحمد سلامة A.A.Salama عام 2013 دراسة حول مفهوم النقاط النتروسوفيكية الكلاسيكية وعرف مفهوم انتماء عنصر ما لمجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية .

ثم انبثق عن منطق النتروسوفيك نظرية المجموعات النتروسوفيكية الكلاسيكية كتطوير لنظرية المجموعات الكلاسيكية وفق هذا المنطق على يد البروفيسور المصري A.A.Salama وفريق من الباحثين عام 2014 م في مفهوم الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي الكلاسيكي كتعميم للفضاء التبولوجي المعروف وفقاً لمنطق النتروسوفيك (Neutrosophic logic) كما عرفوا المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية والعمليات عليها مثل التقاطع والاجتماع والمتممة. [1]

عرف A.A.Salama , F. Smarandache and V.Kroumov عام 2014 مفهوم الفضاء التوبولوجي النتروسوفيكي الكلاسيكي كما عرفوا المجموعة

النتروسوفيكية الكلاسيكية المفتوحة والمغلقة والعمليات عليها مثل التقاطع والاجتماع[1] .

تمّت دراسة وتعريف مسلمات الفصل في الفضاء النتروسوفيكي الكلاسيكي لأول مرة في رسالة دكتوراه للباحث رياض الحميدو بجامعة البعث عام 2019 ، كما تم تعريف الفضاء النتروسوفيكي الكلاسيكي الثنائي في نفس الرسالة.

تعاريف ومفاهيم أساسية في النتروسوفيك الكلاسيكي:

تعريف[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ: المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية A (التي يرمز لها أختصاراً NCS) هي ثلاثية مرتبة $< A_1, A_2, A_3 >$ ، حيث $A =< A_1, A_2, A_3 >$ هي مجموعات جزئية من X. A_1, A_2, A_3

تعريف[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ:

1) تعرف المجموعة الخالية النتروسوفيكية الكلاسيكية (التي يرمز لها أختصاراً $\emptyset_N$) ، بأحد الأشكال :

- $\emptyset_N =< \emptyset, \emptyset, X >$ او
- $\emptyset_N =< \emptyset, X, X >$ او
- $\emptyset_N =< \emptyset, X, \emptyset >$ او
- $\emptyset_N =< \emptyset, \emptyset, \emptyset >$.

2) تعرف المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية X_N ، بأحد الأشكال : [1]

- $X_N =< X, \emptyset, \emptyset >$ او
- $X_N =< X, X, \emptyset >$ او
- $X_N =< X, \emptyset, X >$ او
- $X_N =< X, X, X >$.

تعريف:[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ :

لأجل كل عنصر x من X نعرف النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية، بالشكل :

- $x_{N_1} = <\{x\}, \emptyset, \emptyset>$ النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية من النمط الأول في X (أو أختصاراً NCP_{N_1})
- $x_{N_2} = <\emptyset, \{x\}, \emptyset>$ النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية من النمط الثاني في X (أو أختصاراً NCP_{N_2}).
- $x_{N_3} = <\emptyset, \emptyset, \{x\}>$ النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية من النمط الثالث في X (أو أختصاراً NCP_{N_3}) .

- أسرة كل النقاط النتروسوفيكيةالكلاسيكية$(NCP_{N_1}, NCP_{N_2}, NCP_{N_3})$ يرمز لها بالرمز NCP_N .

تعريف:[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ :لأجل كل عنصر x من X

- نقول إن النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية من النمط الأول x_{N_1} فيX (NCP_{N_1}) تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_1} \in B$ ، إذا كان $x \in B_1$. أيضاً نقول إن x_{N_1} لا تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_1} \notin B$ إذا كان $x \notin B_1$.
- نقول إن النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية من النمط الثاني x_{N_2} فيX (NCP_{N_2}) تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_2} \in B$ ، إذا كان $x \in B_2$. أيضاً نقول إن x_{N_2} لا تنتمي الى المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_2} \notin B$ ، إذا كان $x \notin B_2$.
- نقول إن النقطة النتروسوفيكية الكلاسيكية من النمط الثالث x_{N_3} فيX (NCP_{N_3}) تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية

$B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_3} \in B,$ ، إذا كان $x \in B_3$. ايضاً نقول إن x_{N_3} لا تنتمي الى المجموعة النتروسوفيكية الكلاسيكية $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_3} \notin B,$ ، إذا كان $x \notin B_3$.

تعريف:[9]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، ولتكن A , B مجموعتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من الشكل

$A =< A_1, A_2, A_3 >$ و $B =< B_1, B_2, B_3 >$ ، عندئذ:

الاحتواء $A\subseteq B$ يعرف بأحد الشكلين :

- $A\subseteq B \Leftrightarrow A_1\subseteq B_1,\ A_2\subseteq B_2, A_3\supseteq B_3$.
- $A\subseteq B \Leftrightarrow A_1\subseteq B_1 , A_2\supseteq B_2 , A_3\supseteq B_3$.

تعريف:[9]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، ولتكن A , B مجموعتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من الشكل

$A =< A_1, A_2, A_3 >$ و $B =< B_1, B_2, B_3 >$ ، عندئذ:

a) التقاطع $A \cap B$ يعرف بأحد الشكلين :

- $A \cap B =< A_1 \cap B_1, A_2 \cap B_2, A_3 \cup B_3 >$.

- $A \cap B =< A_1 \cap B_1, A_2 \cup B_2, A_3 \cup B_3 >$.

b) الاجتماع $A \cup B$ يعرف بأحد الشكلين :

- $A \cup B =< A_1 \cup B_1, A_2 \cap B_2, A_3 \cap B_3 >$.
- $A \cup B =< A_1 \cup B_1, A_2 \cup B_2, A_3 \cap B_3 >$.

تعريف:[3]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ التبولوجيا النتروسوفيكية الكلاسيكية على X (التي يرمز لها أختصاراً NCT) هي أسرة مجموعات نتروسوفيكية كلاسيكية τ من X ، تحقق:

1) $\emptyset_N , X_N \in \tau$.

2) $A \cap B \in \tau$ لأية مجموعتين A،B من τ .

3) $\cup_i A_i \in \tau$ لأية مجموعات A_i من τ .

- ندعو في هذه الحالة (X, τ) فضاء تبولوجياً نتروسوفيكياً كلاسيكياً على X (أو أختصاراً NCTS) ، كل عنصر من τ يدعى مجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية مفتوحة (أو أختصاراً NCOS) ، وتدعى متممتها مجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية مغلقة (أو أختصاراً NCCS).

تعريف:[9]

لتكن X مجموعة ما غير خالية، وليكن كلاً من τ_1, τ_2 تبولوجيا نتروسوفيكية كلاسيكية على X، عندئذ:

ندعو (X, τ_1, τ_2) فضاء تبولوجي نتروسوفيكي كلاسيكي ثنائي على X (أو أختصاراً Bi-NCTS).

ملاحظة :

لكل نوع من أنواع الفضاءات النتروسوفيكية مجموعة شاملة ومجموعة خالية

في الفضاء $S - T_i - N_1$ من الممكن اختيار المجموعة الشاملة من النمط $X_N =< X, \emptyset, \emptyset >$ وكذلك الخالية من النمط $\emptyset_N =< \emptyset, \emptyset, \emptyset >$

في الفضاء $S - T_i - N_2$ من الممكن اختيار المجموعة الشاملة من النمط $X_N =< \emptyset, X, \emptyset >$ وكذلك الخالية من النمط $\emptyset_N =< \emptyset, \emptyset, X >$

في الفضاء $S - T_i - N_3$ من الممكن اختيار المجموعة الشاملة من النمط $X_N =< X, X, X >$ وكذلك الخالية من النمط $\emptyset_N =< \emptyset, X, \emptyset >$

مسلمات شبه الفصل في الفضاءات الثنائية النتروسوفيكية الكلاسيكية

تعريف : ليكن $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء نتروسوفيكي تبولوجي كلاسيكي ثنائي عندئذٍ:

ندعو $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ بـ :

- $S\ -T_0-N_1$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_1}\neq y_{N_1}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية شبه مفتوحة G من τ_1 أو من τ_2 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى .

- $S\ -T_0-N_2$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الثاني مختلفتين $x_{N_2}\neq y_{N_2}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية شبه مفتوحة G من τ_1 أو من τ_2 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى .

- $S\ -T_0-N_3$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين هشتين من النمط الثالث مختلفتين $x_{N_3}\neq y_{N_3}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية شبه مفتوحة G من τ_1 أو من τ_2 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى .

مثال:

ليكن :

$$\chi = \{a,b,c\}, \mathrm{T}_1 = \{\emptyset_N\ , X_N\ , A\}, \mathrm{T}_2 = \{\emptyset_N\ , X_N\ , B\}$$

$$A = \{<\{\,a\},\emptyset,\emptyset>\}\ ;\ \mathrm{B} =<\{\mathrm{b}\},\emptyset,\emptyset>\ ;\ \emptyset_{\mathrm{N}} =<\emptyset,\emptyset,\mathrm{X}>$$

$$N_cS.OS = \mathrm{T}_1 \cup \{C = \{<\{\,a,b\},\emptyset,\emptyset>\}, B = \{<\{\,a,c\},\emptyset,\emptyset>\}$$

$$\mathrm{x}_{\mathrm{N}_1} = \{<\{\,b\},\emptyset,\emptyset>\} \neq \quad \mathrm{y}_{\mathrm{N}_1} = \{<\{\,c\},\emptyset,\emptyset>\} \in \chi$$

لتكن:
$N_c.OS\ M$ في χ تضم واحدة منها دون الأخرى لذلك (χ,T) ليس $\mathrm{N}_1\text{-}T_0$
عندئذ يوجد مجموعة
لذلك الفضاء (χ,T) هو $\mathrm{N}_1 semi\mathrm{T}_0$ *لكنه ليس* $\mathrm{N}_1\mathrm{T}_0$

مثال:

ليكن :

$$\chi = \{a,b,c\}, \mathrm{T} = \{\emptyset_N\ , X_N\ , A\}; A = \{<\emptyset,\{\,a\},\emptyset>\}$$

$$N_cS.OS = \mathrm{T} \cup \{C = \{<\emptyset,\{\,a,b\},\emptyset>\}, B = \{<\emptyset,\{\,a,c\},\emptyset>\}$$

$$\mathrm{x}_{\mathrm{N}_2} = \{<\{\,b\},\emptyset,\emptyset>\} \neq \quad \mathrm{y}_{\mathrm{N}_2} = \{<\{\,c\},\emptyset,\emptyset>\} \in \chi$$

لتكن :
$N_c.OS\ M$ في χ تضم واحدة منها دون الأخرى لذلك (χ,T) ليس $\mathrm{N}_2\text{-}T_0$
عندئذ يوجد مجموعة
لذلك الفضاء (χ,T) هو $\mathrm{N}_2 semi\mathrm{T}_0$ *لكنه ليس* $\mathrm{N}_2\mathrm{T}_0$

مثال:

ليكن :

$$\chi = \{a, b, c\}, Ţ = \{\emptyset_N, X_N, A\}; A = \{< \emptyset, \{a\}, \emptyset >\}$$
$$N_c S.OS = Ţ \cup \{C = \{< \emptyset, \emptyset, \{a, b\} >\}, B = \{< \emptyset, \emptyset, \{a, c\} >\}$$

لتكن : $x_{N_3} = \{< \{b\}, \emptyset, \emptyset >\} \neq y_{N_3} = \{< \{c\}, \emptyset, \emptyset >\} \in \chi$

في $N_c.OS\ M$ تضم واحدة منها دون الأخرى لذلك $(\chi, Ţ)$ ليس $N_3\_T_0$ عندئذ يوجد مجموعة

لذلك الفضاء $(\chi, Ţ)$ هو $N_3 semi Ţ_0$ *لكنه ليس* $N_3 Ţ_0$

مثال :

$X = \{x, y, z\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_N, \emptyset_N, A\}, \tau_2 = \{\mathcal{X}_N, \emptyset_N\}, \tau_3 = \{\mathcal{X}_N, \emptyset_N, B\}$

$A = <\{x\}, \emptyset, \emptyset>$, $B = <\emptyset, \{y\}, \emptyset>$.

عندئذ :

- $\left(X, \tau_1, \tau_2\right)$ هو $S - T_0 - N_1$ فضاء.
- $\left(X, \tau_2, \tau_3\right)$ هو $S - T_0 - N_2$ فضاء.

تعريف : ليكن $\left(X, \tau_1, \tau_2\right)$ فضاء نتروسوفيكي تبولوجي كلاسيكي ثنائي عندئذٍ:

ندعو $\left(X, \tau_1, \tau_2\right)$ بـ :

- $S - T_1 - N_1$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الأول مختلفتين : $x_{N_1} \neq y_{N_1}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$x_{N_1} \in G_1 \ , y_{N_1} \notin G_2 \ and \ x_{N_1} \notin G_1 \ , y_{N_1} \in G_2$$

- $S - T_1 - N_2$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتان من النمط الثاني مختلفتين $x_{N_2} \neq y_{N_2}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$x_{N_2} \in G_1 \ , y_{N_2} \notin G_2 \ and \ x_{N_2} \notin G_1 \ , y_{N_2} \in G_2$$

- $S - T_1 - N_3$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الثالث مختلفتين $x_{N_3} \neq y_{N_3}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$x_{N_3} \in G_1 \ , y_{N_3} \notin G_2 \ and \ x_{N_3} \notin G_1 \ , y_{N_3} \in G_2$$

مثال :

$X = \{x, y, z\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_N, \emptyset_N, A, B, C\}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_N, \emptyset_N, A\}$
$A = <\emptyset, \{x\}, \emptyset>$, $B = <\emptyset, \{y\}, \emptyset>$, $C = <\emptyset, \{x, y\}, \emptyset>$,

$N_c S.OS\tau_1 = \tau_1 \cup \{N, M\}$. N $=<\emptyset, \{x, z\}, \emptyset>$, B $=<\emptyset, \{y, z\}, \emptyset>$.

عندئذ :

- $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$ هو $S - T_1 - \mathrm{N}_2$ فضاء.

مثال :

$\mathrm{X} = \{\mathrm{x}, \mathrm{y}, z\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}, \emptyset_{\mathrm{N}}, \mathrm{A}, B, C\}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}, \emptyset_{\mathrm{N}}, A\}$
A $=<\{x\}, \emptyset, \emptyset>$, B $=<\{y\}, \emptyset, \emptyset>$, C $=<\{x, y\}, \emptyset, \emptyset>$,
$N_c S.OS\tau_1 = \tau_1 \cup \{N, M\}$. N $=<\{x, z\}, \emptyset, \emptyset>$, B $=<\{y, z\}, \emptyset, \emptyset>$.

عندئذ :

- $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$ هو $S - T_1 - \mathrm{N}_1$ فضاء.

مثال :

$\mathrm{X} = \{\mathrm{x}, \mathrm{y}, z\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}, \emptyset_{\mathrm{N}}, \mathrm{A}, B, C\}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}, \emptyset_{\mathrm{N}}, A\}$
A $=<\emptyset,, \emptyset\{x\}>$, B $=<\emptyset, \emptyset, \{y\}>$, C $=<\emptyset\ , \emptyset\{x, y\}>$,
$N_c S.OS\tau_1 = \tau_1 \cup \{N, M\}$. N $=<\emptyset, \emptyset, \{x, z\}>$, B $=<\emptyset, \emptyset\{y, z\}>$.

عندئذ :

- $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$ هو $S - T_1 - \mathrm{N}_3$ فضاء.

تعريف : ليكن $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء نتروسوفيكي تبولوجي كلاسيكي ثنائي :

ندعو $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ بـ :

- $S - T_2 - N_1$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الأول مختلفتين
: $x_{N_1} \neq y_{N_1}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1
أو من τ_2 تحققان :

$$G_1 \cap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_1} \in G_1 \ \ , y_{N_1} \notin G_1 \ and \ x_{N_1} \notin G_1 \ \ , y_{N_1} \in G_1$$

- $S - T_2 - N_2$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الثاني مختلفتين
: $x_{N_2} \neq y_{N_2}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1
أو من τ_2 تحققان :

$$G_1 \cap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_2} \in G_1 \ \ , y_{N_2} \notin G_2 \ and \ x_{N_2} \notin G_1 \ \ , y_{N_2} \in G_2$$

- $S - T_2 - N_3$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الثالث مختلفتين
: $x_{N_3} \neq y_{N_3}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1
أو من τ_2 تحققان :

$$G_1 \cap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_3} \in G_1 \ \ , y_{N_3} \notin G_2 \ and \ x_{N_3} \notin G_1 \ \ , y_{N_3} \in G_2$$

تعريف: يدعى الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي الكلاسيكي (X,τ) :

- $S-T_0-\mathrm{N}$ فضاء إذا كان الفضاء(X,τ) $S-T_0-\mathrm{N}_1$ فضاء و$S-T_0-\mathrm{N}_2$ فضاء و $S-T_0-\mathrm{N}_3$ فضاء .
- $S-T_1-\mathrm{N}$ فضاء إذا كان الفضاء(X,τ) $S-T_1-\mathrm{N}_1$ فضاء و$S-T_1-\mathrm{N}_2$ فضاء و $S-T_1-\mathrm{N}_3$ فضاء .
- $S-T_2-\mathrm{N}$ فضاء إذا كان الفضاء(X,τ) $S-T_2-\mathrm{N}_1$ فضاء و$S-T_2-\mathrm{N}_2$ فضاء و $S-T_2-\mathrm{N}_3$ فضاء .

ملاحظة:

ليكن الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي الكلاسيكي الثنائي ، عندئذ:

- كل $S-T_0-\mathrm{N}$ فضاء هو $S-T_0-\mathrm{N}_1$ فضاء .
- كل $S-T_0-\mathrm{N}$ فضاء هو $S-T_0-\mathrm{N}_2$ فضاء .
- كل $S-T_0-\mathrm{N}$ فضاء هو $S-T_0-\mathrm{N}_3$ فضاء .

العكس لكل ماسبق غير صحيح بشكل عام .

مبرهنة :

إذا كان$\left(X\ ,\tau_1\right)$ أو$\left(X\ ,\tau_2\right)$ فضاء $T_0-\mathrm{N_i}$ فإنّ: $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء $S-T_0-\mathrm{N_i}$.

الإثبات:

لنفرض أن $\left(X\ ,\tau_1\right)$ فضاء $T_0-\mathrm{N_i}$ عندئذٍ:

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الأول مختلفتين
: $x_{N_i} \neq y_{N_i}$

يوجد مجموعة نتروسوفيكية كلاسيكية مفتوحة G من τ_1 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى وهذا يعني أن $\left(X\ ,\tau_1\,,\tau_2\right)$ فضاء $S - T_0 - \mathrm{N_i}$.

مبرهنة :

إذا كان $\left(X\ ,\tau_1\right)$ أو $\left(X\ ,\tau_2\right)$ فضاء $T_1 - \mathrm{N_i}$ فإنّ: $\left(X\ ,\tau_1\,,\tau_2\right)$ فضاء $S{-}T_1 - \mathrm{N_i}$.

الإثبات:

لنفرض أن $\left(X\ ,\tau_1\right)$ فضاء $T_1 - \mathrm{N_i}$ عندئذٍ:

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الأول مختلفتين
: $x_{N_i} \neq y_{N_i}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1 تحققان :

$x_{N_i} \in G_1\ ,\ y_{N_i} \notin G_2\ and\ x_{N_i} \notin G_1\ ,\ y_{N_i} \in G_2$ وهذا يعني أن $\left(X\ ,\tau_1\,,\tau_2\right)$ فضاء $S{-}T_1 - \mathrm{N_i}$.

مبرهنة :

إذا كان $\left(X\ ,\tau_1\right)$ أو $\left(X\ ,\tau_2\right)$ فضاء $T_2 - \mathrm{N_i}$ فإنّ: $\left(X\ ,\tau_1\,,\tau_2\right)$ فضاء $S{-}T_2 - \mathrm{N_i}$.

الإثبات:

لنفرض أن $\left(X \ ,\tau_1\right)$ فضاء $T_2-\mathrm{N_i}$ عندئذٍ:

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين كلاسيكيتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_i} \neq y_{N_i}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان كلاسيكيتان شبه مفتوحتان G_1,G_2 من τ_1 تحققان :

$$G_1 \bigcap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_i} \in G_1 \ \ , y_{N_i} \notin G_1 \ and \ x_{N_i} \notin G_i \ \ , y_{N_i} \in G_1$$

وهذا يعني أن $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_2\right)$ فضاء $S-T_2-\mathrm{N_i}$.

ملاحظة :

نبين في المخطط الآتي العلاقة بين مسلمات الفصل التي درسناها :

$$\begin{array}{ccccc}
\text{Ni-}T_2\text{-space} & \underset{\not\longleftarrow}{\longrightarrow} & \text{Ni-}T_1\text{-space} & \underset{\not\longleftarrow}{\longrightarrow} & \text{Ni-}T_o\text{-space.} \\
\downarrow\ \not\uparrow & & \downarrow\ \not\uparrow & & \not\downarrow\ \uparrow \\
\text{Ni-S-}T_2\text{-space} & \underset{\not\longleftarrow}{\longrightarrow} & \text{Ni-S-}T_1\text{-space} & \underset{\not\longleftarrow}{\longrightarrow} & \text{Ni-S-}T_o\text{-space.}
\end{array}$$

i=0,1,2.

الأمثلة الآتية توضح هذه العلاقة :

مثال :

$X=\{x,y,z\}$, $\tau_1=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N ,A,B,C\}$, $\tau_2=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N,A\}$
$A=<\{x\},\emptyset,\emptyset>$, $B=<\{y\},\emptyset,\emptyset>$, $C=<\{x,y\},\emptyset,\emptyset>$,
$N_cS.OS\tau_1=\tau_1\cup\{N,M\}$. $N=<\{x,z\},\emptyset,\emptyset>$, $B=<\{y,z\},\emptyset,\emptyset>$.

عندئذ :

- $\left(X,\tau_1,\tau_2\right)$ هو $S-T_1-N_1$ فضاء ، لكن $\left(X,\tau_1,\tau_2\right)$ ليس T_1-N_1- فضاء.
- $\left(X,\tau_2,\tau_3\right)$ هو $S-T_2-N_2$ فضاء ، لكن $\left(X,\tau_2,\tau_3\right)$ ليس T_2-N_2- فضاء .

مثال :

$X=\{x,y,z\}$, $\tau_1=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N ,A,B,C\}$, $\tau_2=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N,A\}$
$A=<\emptyset,\{x\},\emptyset>$, $B=<\emptyset,\{y\},\emptyset>$, $C=<\emptyset,\{x,y\},\emptyset>$,
$N_cS.OS\tau_1=\tau_1\cup\{N,M\}$. $N=<\emptyset,\{x,z\},\emptyset>$, $B=<\emptyset,\{y,z\},\emptyset>$.

عندئذ :

- $\left(X,\tau_1,\tau_3\right)$ هو $S-T_1-N_2$ فضاء، لكن $\left(X,\tau_1,\tau_3\right)$ ليس T_1-N_2- فضاء.
- $\left(X,\tau_1,\tau_3\right)$ هو $S-T_2-N_2$ فضاء ، لكن $\left(X,\tau_1,\tau_3\right)$ ليس T_2-N_2- فضاء.

مثال :

$X=\{x,y,z\}$, $\tau_1=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N ,A,\}$, $\tau_2=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N, A\ \}$
A =<$\{x\}$,$\emptyset$, $\emptyset$> , B =<$\{x,y\}$,$\emptyset$, $\emptyset$> , C =<$\{x,z\}$, $\emptyset$, $\emptyset$> ,
$N_cS.OS\tau_1=\{A\ ,B,C\ \}$.

عندئذ:

- $\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$هو $S-T_1-\mathrm{N}_3$ فضاء، لكن $\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$ ليس $-T_1-\mathrm{N}_3$ فضاء.

$\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$هو $S-T_2-\mathrm{N}_3$ فضاء ، لكن $\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_3\right)$ ليس $-T_2-\mathrm{N}_3$ فضاء.

مثال :

$X=\{x,y,z\}$, $\tau_1=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N ,A,B,C\ \}$, $\tau_2=\{\mathcal{X}_N ,\emptyset_N, A\ \}$
A =<$\emptyset$,,$\emptyset\{x\}$> , B =<$\emptyset$, $\emptyset$, $\{y\}$> , C =<$\emptyset$,$\emptyset\{x,y\}$> ,
$N_cS.OS\tau_1=\tau_1\cup\{N\ ,M\ \}$. N =<$\emptyset$,$\emptyset$, $\{x,z\}$> , B =<$\emptyset$, $\emptyset\{y,z\}$>.

عندئذ:

- $\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$هو $S-T_0-\mathrm{N}_1$ فضاء، لكن $\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ ليس $S-T_1-\mathrm{N}_1$ فضاء. وبالتالي $\left(X\ \ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$هو $S-T_2-$ N_1 فضاء .

المراجع العلميّة

[1]. A. A Salama, F.Smarandache and Valeri Kroumov, 2014,"Neutrosophic crisp Sets and Neutrosophic crisp Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems 2 , 25-30.

[2]. R. Kh. AlHamido and Q. H. Imran, 2017," N-Open Sets and S-Open Sets in Tri-topological Spaces", *University of Babylon* J. for Pure & Appl. Sci., Vol.25, No.5.

[3]. W. Al-Omeri. 2016, "Neutrosophic crisp Sets via Neutrosophic crisp Topological Spaces NCTS", Neutrosophic Sets and Systems, Vol.13, pp.96-104

[4]. K. Atanassov. 1986, "intuitionistic fuzzy sets", fuzzy sets and systems 20, 87-96.

[5]. I. Arokiarani, R. Dhavaseelan, S. Jafari and M. Parimala. 2017,"On Some New Notions and Functions in Neutrosophic Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, Vol.16, pp.16-19.

[6]. K. Atanassov. 1983, "intuitionistic fuzzy sets". in V.Sgurev, ed., Vii ITKRS Session, Sofia (June 1983 central Sci. and Techn. Library, Bulg. Academy of Sciences.
Issue 2 , 39-43.

[7].P. Iswarya, K. Bageerathi. 2016,"On Neutrosophic Semi-

Open sets in Neutrosophic Topological Spaces", International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT), Vol.37, No.3, pp.214-223.

[8]. J. C. Kelly, 1963, "Bitopological spaces", Proc. London Math. Soc.,13, 71-89.

[9] رياض الحميدو ،2019 ، "دراسة في الفضاءات متعددة التبولوجيا" ، جامعة البعث .