تضبيب خوارزمية شعاع الدعم الآلي ذات نواة تشيبشيف المتعامدة

طالب الدراسات العليا: مرح قدورة كليّة: العلوم – جامعة: دمشق

الدكتورة المشرفة: ريما القمحة

الملخص

نطبق في هذا البحث المنطق الضبابي (Fuzzy Logic) على خوارزمية متجه الدعم الآلي (Support Vector Machine) ذات نواة تشيبشيف المتعامدة (Orthogonal Chebyshev Kernel). ربطنا مدخلات هذه الخوارزمية بدوال عضوية لتحديد درجة الانتماء لكل صنف، كما ضبطنا وسطاء دخل دالة التصنيف بما يتناسب مع آلية عمل الخوارزمية المضببة. عدلنا كذلك خرج الخوارزمية بحيث تعطي قيم عضوية ضبابية (Fuzzy Membership) بالإضافة لانتماء الدخل لأحد الأصناف الموجودة.

طبقنا بعض عمليات المنطق الضبابي على المجموعات الضبابية الناتجة، كتقاطع مجموعتين، واجتماع مجموعتين، وإيجاد مجموعة (Alpha-cut) الضبابية التي مكنتنا من اقتطاع مجموعة من المدخلات التي تحقق شرط الانتماء الضبابي المرتبط بـAlpha. باستخدام عمليات المنطق الضبابي حصلنا على نتائج منظمة ومرتبة ضمن عدة مجموعات استطعنا من خلالها الوصول إلى المعلومات المطلوبة واستخراجها بسهولة.

الكلمات المفتاحية: المنطق الضبابي، متجه الدعم الآلي، نواة تشيبشيف المتعامدة، وسطاء الدخل، دوال عضوية، مجموعات ضبابية ، مجموعة Alpha-cut.

Fuzzification Of A Support Vector Machine Algorithm With Kernel Chebyshev Orthogonal

Dr. Reema Al-Kamha Marah Qadoura

ABSTRACT

In this paper, we apply Fuzzy Logic on Support Vector Machine Algorithm with Kernel Chebyshev Orthogonal. We associate inputs of this algorithm with membership functions to determine the membership degree to each class. We also set membership function parameters to work property with the fuzzy algorithm. We modify the output of the algorithm to produce fuzzy membership values, as well as the belonging degree of the input to one of the predefined classes.

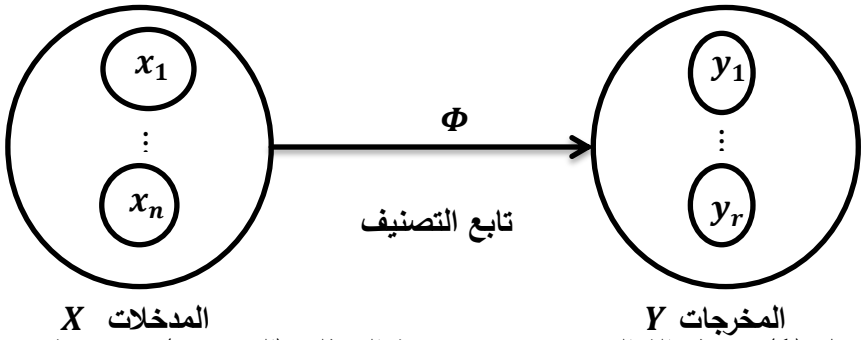
We apply some fuzzy logic operations on the resultant fuzzy sets, such as finding the intersection and the union of two sets. We also find an Alpha –cut fuzzy set which allows us to cut a set of the inputs satisfying the condition of the fuzzy belonging related to alpha. By using fuzzy operations. we come up with organized and arranged results within many groups that enable us accessing the required information and extracting it easily.

Keywords: Fuzzy Logic, Support Vector Machine, Orthogonal Chebyshev Kernel, Input Parameters, function membership, fuzzy sets, Alpha-cut set.

1- مقدمة:

تُعد خوارزمية شعاع الدعم الآلي (Support Vector Machine) من خوارزميات التصنيف الهامة التي تستخدم لتمييز الأنماط وتندرج تحت خوارزميات التعلم الآلي بإشراف [1]. تتضمن عملية التصنيف في الـSVM مرحلتين أساسيتين، الأولى التدريب والثانية الاختبار. تملك مرحلة التدريب مجموعة بيانات تدعى بيانات التدريب (Training Data set)، تُدّرِب الخوارزمية البيانات على التصنيف إلى الصنف المناسب لها.[1]

تتلخص خوارزميات التصنيف كما يبين الشكل (1) في البحث عن أفضل دالة تصنيف $\Phi: X \to Y$ يصنف مجموعة المدخلات $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ لأحد الأصناف الموجودة مسبقاً في مجموعة المخرجات $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_r\}$.



الشكل (1): يربط دالة التصنيف بين مجموعة المنطلق (المدخلات) ومجموعة المستقر (المخرجات).

يلعب المنطق الضبابي دوراً كبيراً في خوارزميات تعلم الآلة، تكمُن أهميته في إمكانية الحصول على نتائج أكثر دقة وأقرب للواقع. عند تضبيب خوارزميات التصنيف يتم إضافة مقدار انتماء ضبابي S يُحدد درجة انتماء المدخل x للصنف y [3] .

تصّنِف خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف المتعامدة النقاط التي تملك سلوك منتظم أي تنتشر قيمها الصغرى والعظمى بانتظام على المجال المدروس، من أهم

ميزاتها أنها لا تحتاج لعدد كبير من أشعة الدعم مما يوفر الكثير من الوقت والذاكرة، ولكنها تعاني من عدة مشاكل نذكر منها:

- تصنيف النقاط بالمنطق التقليدي ثنائي القيمة يقلل دقة الخوارزمية [4].
- الحاجة لتنظيم وترتيب مخرجات الخوارزمية للوصول إلى المخرجات المطلوبة بسهولة، كتقسيمها لمجموعات كل مجموعة لها درجة انتماء معينة والتحكم بهذه المجموعات بمرونة.

درست العديد من الأبحاث لتطوير خوارزمية الـSVM وحل مشاكلها. قدم [4] نواة جديدة لخوارزمية الـSVM عن طريق دمج نواة تشيبشيف ونواة غاوس لتصنيف بيانات منتظمة على المجال$[1,1-]$، وقد بينت النتائج أن هذه النواة زادت من دقة التصنيف. قام [5] بتحسين خوارزمية الـSVM من خلال دمج نواة تشيبشيف مع نواة هرميت حيث أعطت نتائج أفضل من حيث عدد أشعة دعم أقل وسرعة تصنيف أكبر. قدم [6] طريقة لتصنيف البيانات باستخدام شعاع الدعم الآلي المضبب الـFSVM (Fuzzy Support Victor Machine) لحل مشكلة القيم المتطرفة بطرق احصائية، ربطت كل نقطة من البيانات بقيمة العضوية الضبابية لتبين درجة أهميتها. تم دراسة عاملين أساسيين لنقاط التدريب هما عامل الثقة (Confident Factor) وعامل الإهمال (Trashy Factor) ثم توليد قيمة العضوية لنقاط التدريب تلقائياً من خلال استراتيجية مستنتجة من العاملين السابقين. قدم [7] طريقة لمعالجة مشكلة عدم توازن الصنف مع وجود ضوضاء لتحسين شعاع الدعم الآلي المضبب لتعلم الصنف غير المتوازن الـ(Fuzzy Support Victor Machine for Class Imbalance Learning) FSVM-CIL، وأعطيت لأمثلة التدريب قيم العضوية المختلفة حسب أهميتها وتم إدراجها في خوارزمية الـSVM لجعلها أقل حساسية للضوضاء.

2- هدف البحث:

نهدف في هذا البحث إلى تضبيب خوارزمية متجه الدعم الآلي ذات نواة تشيبشيف المتعامدة، وتطبيق عمليات المنطق الضبابي عليها، وذلك لحل المشاكل التي تعاني منها هذه الخوارزمية في التصنيف. قمنا بإضافة مقدار انتماء ضبابي للأصناف الموجودة،

وضبط الوسطاء لتعطي خرج أمثل. استفدنا أيضاً من عمليات المنطق الضبابي للتحكم بمخرجات الخوارزمية كاجتماع وتقاطع مجموعتين، وأوجدنا مجموعة الـAlpha−c التي تعطي مرونة للخوارزمية باقتطاع مجموعة من المدخلات اعتماداً على مقدار انتمائها.

3- أهم التعاريف المستخدمة:

3-1- الحدوديات المتعامدة [2]:

تكون مجموعة الدوال $f_0, f_1, \dots, f_n$ متعامدة على المجال $[a,b]$; $a,b \in \mathbb{R}$ بالنسبة لتابع الوزن $w(x)$ إذا تحقق ما يلي:

$$\int_a^b w(x).f_i(x).f_j(x)\ dx = \begin{cases} 0 & ; i \neq j \\ \text{عدد} & ; i = j \end{cases} \quad ; i,j \in \{1, \dots, n\}$$

3-2- دالة الوزن [2]:

تكون الدالة $w(x)$ دالة وزن على المجال $]a,b[$ إذا وفقط إذا حقق ما يلي:

1) الدالة w مستمرة.

2) $w(x)$ موجب تماماً.

3) $\forall n \in \mathbb{N}\ ; x \in]a,b[: \int_a^b w(x)\ |x^n|\ dx < +\infty$.

3-3-نواة تشيبشيف Chebyshev Kernel [2]:

تعرف حدوديات تشيبشيف بأنها حدوديات متعامدة على المجال $[-1,+1]$ بدالة وزن $w(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ بالشكل:

$$T_n(x) = cos(n.arc\cos x)\ ;\ n \geq 0\ \ ,\ \ -1 \leq x \leq +1$$

$$n = 0 \implies T_0(x) = cos(0.arc\cos x) = 1$$

$$n = 1 \implies T_1(x) = cos(1.arc\cos x) = x$$

بالاستفادة من الخواص المثلثية: $\theta = arc\cos x \implies \cos\theta = x$

$$\implies T_n(\cos\theta) = cos(n.\theta)$$

بالجمع
$$\left.\begin{aligned} T_{n+1}(\cos\theta) &= cos\big((n+1).\theta\big) = \cos n\theta\,.\cos\theta - \sin n\theta\,.\sin\theta \\ T_{n-1}(\cos\theta) &= cos\big((n-1).\theta\big) = \cos n\theta\,.\cos\theta + \sin n\theta\,.\sin\theta \end{aligned}\right\}$$

$$T_{n+1}(\cos\theta) + T_{n-1}(\cos\theta) = 2\cos n\theta\,.\cos\theta$$

بتعويض $\cos\theta = x$

$$T_{n+1}(x) + T_{n-1}(x) = 2T_n(x).x$$

يتم الحصول على العلاقة التكرارية التالية التي تربط بين حدوديات تشيبشيف:

$$T_0(x) = 1$$
$$T_1(x) = x$$
$$T_{n+1}(x) = 2x\,T_n(x) - T_{n-1}(x)\ ;n \geq 1 \qquad \dots(1)$$

تُستخدم هذه العلاقة من أجل إيجاد حدوديات تقريب المربعات الصغرى من الدرجة n الآتية:

$$\Phi(x) = c_0T_0(x) + c_1T_1(x) + \cdots + C_nT_n(x) \qquad \dots(2)$$

لإيجاد حدوديات تقريب المربعات الصغرى للدالة $f(x)$ يتم تحديد المعاملات $c_0, c_1, \dots, c_n$ التي تجعل الخطأ أصغري.

عندما تكون مجموعة النقاط مستمرة تُستخدم علاقة التعامد المستمر:

$$n,m \in N\ ;\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}T_n(x).T_m(x)\,dx = \begin{cases} 0\ ;\ n \neq m \\ \frac{\pi}{2}\ ;n = m \neq 0 \\ \pi\ ;n = m = 0 \end{cases}$$

وتُوجد المعاملات بالشكل:

$$c_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,T_0(x).f(x)\,dx$$
$$c_i = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,T_i(x).f(x)\,dx\ ;i = 1,..,n$$

عندما تكون مجموعة النقاط منفصلة تُستخدم علاقة التعامد المتقطع:

$$n,m < N\ ;\sum_{k=1}^{N}T_n(x_k).T_m(x_k) = \begin{cases} 0\ ;\ n \neq m \\ \frac{N}{2}\ ;n = m \neq 0 \\ N\ ;n = m = 0 \end{cases}$$

وتُحسب المعاملات كالتالي:

$$c_0 = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}T_0(x_k).f(x_k)$$
$$c_i = \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N}T_i(x_k).f(x_k) \quad ;i = 1,..,n$$

بعض عمليات المنطق الضبابي[8]:

لتكن دالة الانتماء العضوية الضبابية للمدخل $x \in X$ بالشكل:

$$\mu: X \to [0,1]$$

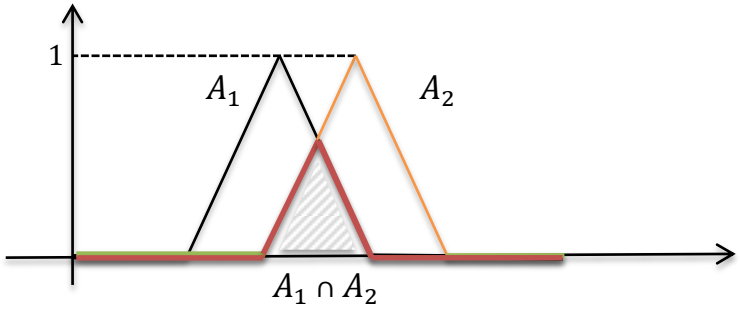
حيث X المجموعة الشاملة التي تمثل كل القيم المحتملة للمدخل x.

يمكن أن تكون دالة الانتماء الضبابية مثلثية أو شبه منحرف أو غاوس أو أي شكل آخر.

1) تقاطع مجموعتين ضبابيتين[8]:

لتكن المجموعتين الضبابيتين A_1, A_2، عندئذٍ يُعرف تقاطع A_1 و A_2 بأنه أكبر مجموعة ضبابية محتواه في كليهما معاً:

$$\mu_{A_1 \cap A_2}(x) = \min\left(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\right) \quad \dots (3)$$

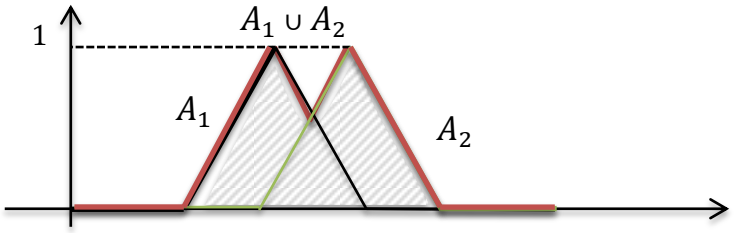


الشكل (2): تقاطع مجموعتين ضبابيتين لدالة مثلثية.

2) اجتماع مجموعتين ضبابيتين[8]:

لتكن المجموعتين الضبابيتين A_1, A_2، عندئذٍ يُعرف اجتماع A_1 و A_2 بأنه أصغر مجموعة ضبابية تحوي كليهما معاً:

$$\mu_{A_1 \cup A_2}(x) = \max\left(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\right) \quad \dots (4)$$



الشكل (3): اجتماع مجموعتين ضبابيتين لدالة مثلثية.

3) مجموعة Alpha−cut:[9]

بفرض a عدد حقيقي $a \in]0,1]$، تُعرف مجموعة الـ Alpha−cut كما يلي:

$$A = \{ x ; \mu(x) \geq a \} \quad \dots (5)$$

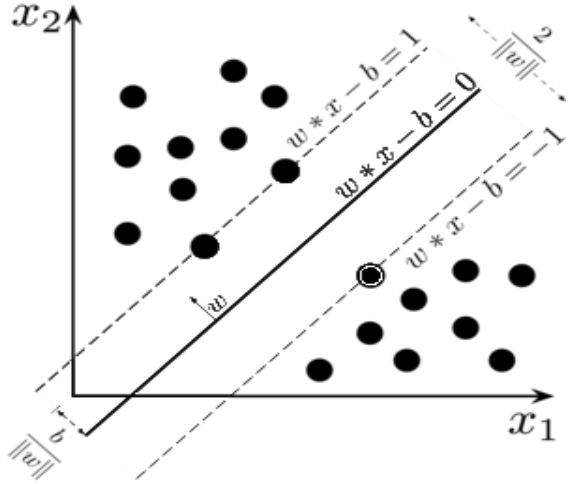
4- خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف المتعامدة[4]:

تعتبر خوارزمية الـSVM من أهم خوارزميات التصنيف، طوّرت من قِبل الباحثين Chun Sheng و Fulin Dewang [3].

تُستخدم خوارزمية الـSVM لتصنيف المدخلات إلى صنفين. كل مدخل x_i حيث $x_i \in \mathbb{R}^m ; i = 1, \dots, n$ ينتمي إلى أحد الأصناف $y_i \in \{-1, +1\}$ في حالة $y_i = +1$ فإن الدخل ينتمي للصنف الأول، وفي حالة $y_i = -1$ فإن الدخل ينتمي للصنف الثاني. تقوم الخوارزمية بتدريب مجموعة النقاط $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ في حالة التصنيف الخطي أما في حالة التصنيف غير الخطي يُطبق تابع النواة $\Phi: x \to \Phi(x)$ على المدخلات فتصبح مجموعة نقاط التدريب كما يلي:

$$\big(\Phi(x_1), y_1\big), \big(\Phi(x_2), y_2\big), \dots, \big(\Phi(x_n), y_n\big)$$

يتم اختيار دالة النواة حسب طبيعة النقاط المدروسة. قمنا في هذا البحث بتصنيف النقاط التي تتوزع بانتظام على المجال $[-1,1]$ باستخدام دالة نواة تشيبشيف المتعامدة المذكور في العلاقة (2) على المدخلات. تمكننا من تحقيق نتائج أكثر دقة بمتجه دعم أقل [5]. يوضح الشكل (4) آلية الفصل الخطي للنقاط بوساطة دالة تصنيف خوارزمية متجه الدعم الآلي.



الشكل (4): دالة تصنيف شعاع الدعم الآلي.

ترتكز فكرة خوارزمية الـSVM في البحث عن أفضل فاصل بين النقاط يدعى الفاصل بالسطح الفائق، معرف كالتالي:

$$w\Phi(x_i) + b = 0 \quad ; \ i = 1, \dots, n \qquad \dots (6)$$

حيث $\Phi(x_i)$: ناتج تطبيق المدخل x_i ; $i = 1,..,n$ في العلاقة (2).

b وw : وسطاء دخل تقوم الخوارزمية بضبطها وأي تغيير فيها يؤثر على مخرجات الخوارزمية.

يصنف السطح الفائق النقاط لصنفين من خلال الفصل بين الصنفين بأكبر هامش للمسافة بين أقرب نقطتين للسطح الفائق من كلا الصنفين، وهذا يتطلب البحث عن أمثل ثنائية لـ (w, b) وباعتبار وجود خطأ ϵ_i في توضع النقاط x_i تتشكل قيود الانتماء للأصناف كالتالي:

$$y_i\big(w.\Phi(x_i) + b\big) \geq 1 - \epsilon_i \quad ; \ i = 1, \dots, n$$
$$\epsilon_i \geq 0 \qquad \dots (7)$$

تؤول المسألة الأمثلية لمسألة تصغير كالتالي:

$$\min \frac{1}{2}\|w\|^2 + C\sum_{i=1}^{n} \epsilon_i \qquad \dots (8)$$

من الصعب حل هذه المسألة المقيدة، لذلك من الضروري تحويل هذه المسألة لمسألة غير مقيدة، بضرب القيود بمضاريب لاغرانج $\propto_i , \beta_i$، وإضافتها للمسألة:

$$L(w,b,\epsilon,\propto,\beta) = \frac{1}{2}\|w\|^2 + C\sum_{i=1}^{n}\epsilon_i - \sum_{i=1}^{n}\propto_i \left(y_i\left(w.\Phi(x_i)+b\right)-1+\epsilon_i\right) - \sum_{i=1}^{n}\beta_i\,\epsilon_i$$

للبحث عن الحل الأمثل يجب الاشتقاق بالنسبة لـ w, b, ϵ_i .

$$\frac{\partial L(w,b,\epsilon,\propto,\beta)}{\partial w} = w - \sum_{i=1}^{n}\propto_i\ y_i\,\Phi(x_i) = 0 \qquad \dots(9)$$

$$\frac{\partial L(w,b,\epsilon,\propto,\beta)}{\partial b} = -\sum_{i=1}^{n}\propto_i y_i = 0 \qquad \dots(10)$$

$$\frac{\partial L(w,b,\epsilon,\propto,\beta)}{\partial \epsilon_i} = C - \propto_i - \beta_i = 0 \qquad \dots(11)$$

بتعويض (9) و (10) و (11) في العلاقة (8) تصبح المسألة كالتالي:

$$\max W(\propto) = \sum_{i=1}^{n}\propto_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\propto_i \propto_j y_i\, y_j\, K\left(x_i, x_j\right)$$

ضمن الشروط

$$\sum_{i=1}^{l} y_i \propto_i = 0$$

$$0 \leq \propto_i \leq C \quad , i = 1, \dots, n \qquad \dots(12)$$

يتم استخدام شرط Mercer [4] عند جداء مدخلين مختلفين x, z، كالتالي:

$$K(x,z) = \frac{\sum_{i=0}^{n} T_i(x).T_i(z)}{\sqrt{1-x.z}} \qquad \dots(13)$$

بعد الانتهاء من مرحلة تدريب الخوارزمية يتم اختبار أي دخل جديد بتطبيق الدالة $sign$ التالية:

$$sign\left(w\Phi(x)+b\right) = \begin{cases} \text{انتماء للصنف الأول } +1 \Rightarrow y = +1 \geq 0 \text{ الناتج} \\ \text{انتماء للصنف الثاني } -1 \Rightarrow y = -1 < 0 \text{ الناتج} \end{cases} \dots(14)$$

وهكذا يتم تصنيف أي دخل جديد إلى الخرج المناسب له.

5- الخوارزمية المعدلة:

5-1-تضبيب خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف المتعامدة:

قمنا بإضافة قيمة ضبابية لتحديد درجة انتماء كل مدخل للصنف المراد، فأصبحت مجموعة نقاط التدريب كما يلي:

$$\left(\Phi(x_1), y_1, S_1\right), \left(\Phi(x_2), y_2, S_2\right), \dots, \left(\Phi(x_n)\ , y_n, S_n\right)$$

نبحث عن أفضل سطح فائق يصنف النقاط لصنفين ويحقق (6). وبإضافة القيمة الضبابية S عندئذٍ تصبح المسألة (8) كما يلي:

$$\min \frac{1}{2}\|w\|^2 + C\sum_{i=1}^{n} S_i\ \epsilon_i \qquad \dots (15)$$

حيث C ثابت كيفي مرتبط بـ S .

وتصبح معادلة لاغرانج كما يلي:

$$L(w, b, \epsilon, \propto, \beta) = \frac{1}{2}\|w\|^2 + C\sum_{i=1}^{n} S_i\ \epsilon_i$$

$$-\sum_{i=1}^{n} \propto_i \left(y_i\left(w.\Phi(x_i) + b\right) - 1 + \epsilon_i\right) - \sum_{i=1}^{n} \beta_i\ \epsilon_i$$

للبحث عن الحل الأمثل نشتق بالنسبة لـ w, b, ϵ_i .

$$\frac{\partial L(w, b, \epsilon, \propto, \beta)}{\partial w} = w - \sum_{i=1}^{n} \propto_i\ y_i\ \Phi(x_i) = 0 \qquad \dots (16)$$

$$\frac{\partial L(w, b, \epsilon, \propto, \beta)}{\partial b} = -\sum_{i=1}^{n} \propto_i y_i = 0 \qquad \dots (17)$$

$$\frac{\partial L(w, b, \epsilon, \propto, \beta)}{\partial \epsilon_i} = S_i C - \propto_i - \beta_i = 0 \qquad \dots (18)$$

وبتعويض العلاقات (16) و(17) و(18) في العلاقة (15)، نجد مسألة الأمثلية:

$$\max W(\propto) = \sum_{i=1}^{n} \propto_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \propto_i \propto_j y_i\ y_j\ K\left(x_i\ , x_j\right)$$

ضمن الشروط $\sum_{i=1}^{l} y_i \propto_i = 0$

$$0 \leq \propto_i \leq S_i C \quad , i = 1, \dots, n \qquad \dots (19)$$

إن اختيار قيمة غير مناسبة لـ $\propto$ تجعل الخوارزمية تسير نحو نتائج غير مرضية، مما يتوجب علينا البحث عن قيمة مُثلى لـ $\propto$، لذلك نحتاج لعبارة الخطأ ϵ، ولتطبيق شروط كوهن توكر.

1) عبارة الخطأ ϵ : هي الفرق بين الناتج المحسوب من (6) والناتج الفعلي y بالقيمة المطلقة تُحسب كما يلي:

$$\epsilon = \left|\left(w.\Phi(x) + b\right) - y\right| \qquad \dots (20)$$

تُعوض العلاقة (16) في (20) فتتشكل عبارة الخطأ التالية:

$$\epsilon_i = \left|\left(\sum_{i=1}^{n} \propto_i \; y_i \, \Phi(x_i) \,.\, \Phi(x_i) + b\right) - y_i\right|$$

2) شروط كوهن توكر Kuhn–Tucker: بالاستفادة من العلاقة (7) و(19) تُكتب الشروط:

$$S\,C - \propto \geq 0 \quad \text{و} \quad \epsilon \geq 0 \quad \text{ومنه} : (S\,C - \propto)\,\epsilon = 0$$

وهنا نميز حالتين:

إما $0 < \propto < S\,C$ أي $\epsilon = 0$ أي لا يوجد خطأ في تصنيف متجه الدعم.

أو $S\,C - \propto = 0$ أي $\propto = S\,C$ ويوجد خطأ في التصنيف أو النقطة تقع على الخط الهامش. حيث $\propto$ مرتبطة بـ S و C .

ذكرنا سابقاً أن إيجاد دالة التصنيف الأمثل يتطلب البحث عن أمثل ثنائية لـ(w, b).

5-2- ضبط وسطاء الخوارزمية:

1) البحث عن أمثل w:

للبحث عن أمثل w نوجد القيمة المثلى لـ $\propto$ وحدودها، لذلك سنأخذ $\propto_1$, $\propto_2$ قيمتين مختلفتين من قيم $\propto$.

<u>أولاً</u>: حدود $\propto$:

- إذا كان $\propto_1, \propto_2$ من صنفين مختلفين، أي $y_1 \neq y_2$ تكون الحدود:

$$low = \max(0, \propto_2 - \propto_1)$$
$$high = \min(C(S_2 - S_1), C(S_2 - S_1) + \propto_2 - \propto_1)$$

- إذا كان $\propto_1, \propto_2$ من نفس الصنف، أي $y_1 = y_2$ تكون الحدود:

$$low = \max(0, \propto_2 + \propto_1 - C(S_2 + S_1))$$
$$high = \min(C(S_2 + S_1), \propto_2 + \propto_1)$$

ثانياً: إيجاد القيمة المثلى لـ $\propto_1, \propto_2$:

$$\eta = 2\,\Phi(x_1).\Phi(x_2) - \Phi(x_1).\Phi(x_1) - \Phi(x_2).\Phi(x_2)$$

$$\propto_2 = - \propto_2 + \frac{y_2(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\eta}$$

$$\propto_{2\,clipped} = \begin{cases} high\ ; if & high \geq \propto_2 \\ \propto_2\ ; if & low < \propto_2 < high \\ low\ ; if & \propto_2 \leq low \end{cases}$$

$$\propto_1 = \propto_1 + y_1.y_2(\propto_2 - \propto_{2\,clipped})$$

وهكذا قمنا بضبط حدود $\propto$ وإيجاد القيمة المثلى لها، وبالتالي ضبط w.

2) البحث عن القيمة المثلى لـ b:

لنأخذ b_1, b_2 قيمتين مختلفتين من قيم b مع الأخطاء ϵ_1, ϵ_2 على الترتيب، وانطلاقاً من (6) و (16) نكتب:

$$b_1 = b - \epsilon_1 - \propto_1 y_1\,\Phi(x_1).\Phi(x_1) - \propto_2 y_2\,\Phi(x_1).\Phi(x_2)$$
$$b_2 = b - \epsilon_2 - \propto_1 y_1\,\Phi(x_1).\Phi(x_2) - \propto_2 y_2 \Phi(x_2).\Phi(x_2)$$

$$b = \begin{cases} b_1 & ; if\ \ 0 < \propto_1 < CS_1 \\ b_2 & ; if\ \ 0 < \propto_2 < CS_2 \\ \dfrac{b_1 + b_2}{2} & ; \ other\ than \end{cases}$$

بعد ضبط الوسطاء b وw تنتهي مرحلة تدريب الخوارزمية.

لاختبار أي مدخل جديد نطبق عليه الدالة (14) فينتج لدينا صنف المدخل بالإضافة إلى القيمة S وهي قيمة الانتماء الضبابية إلى هذا الصنف، وهكذا نكون قد صنفنا المدخل إلى المخرج المناسب له، مع قيمة عضوية ضبابية.

5-3- تطبيق عمليات المنطق الضبابي:

بعد الانتهاء من عملية التدريب نحصل على خرج أي مدخل، حيث يتم تصنيف المدخل بالإضافة إلى قيمة عضوية ضبابية تعبر عن مقدار انتماء المدخل للصنف الناتج. قمنا في هذا البحث بتقسيم مخرجات الخوارزمية إلى مجموعات حسب درجة الانتماء لنميز بين المدخلات ذات الانتماء القوي، والمدخلات ذات الانتماء المتوسط، والمدخلات ذات الانتماء الضعيف. يمكننا تطبيق عمليات المنطق الضبابي كالاجتماع والتقاطع من العلاقة (3) و(4) على المجموعات ذات الانتماء القوي والمتوسط والضعيف. تمثل عمليات المنطق الضبابي أداة مرنة للتعامل مع مخرجات الخوارزمية تمكننا من تنظيم النتائج والتعامل معها بسهولة أكبر.

مثال عددي للخوارزمية المعدلة:

قمنا بأخذ مجموعة البيانات من مستودع البيانات (LIBSVM) [10]، حيث قسّمنا المجموعة إلى مجموعتين الأولى لمرحلة التدريب والثانية لمرحلة الاختبار.

أولاً: مرحلة التدريب:

يبين الجدول التالي بيانات تدريب الخوارزمية حيث تمثل (x_1, x_2) أشعة الدخل ويمثل y الخرج (الصنف):

الجدول (1) مجموعة بيانات التدريب للخوارزمية المعدلة

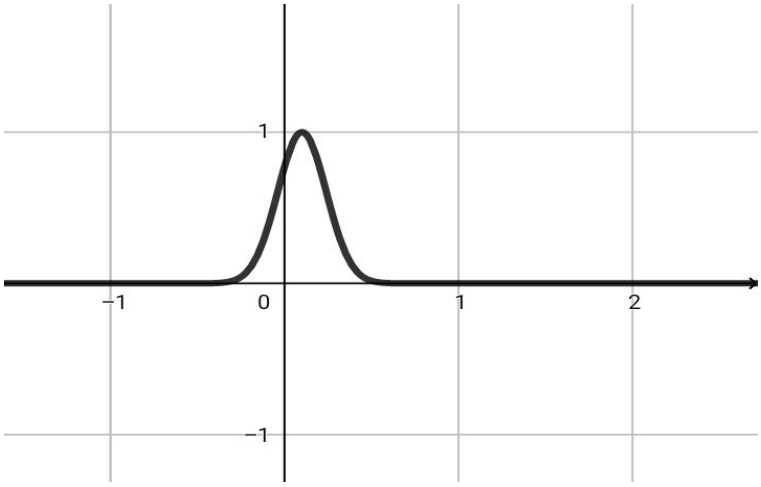
بيانات التدريب	x_1	x_2	y
1	-0.725275	-0.438596	-1
2	-0.824176	-0.48538	-1
3	0.472527	-0.0643275	-1
4	0.362637	0.789474	-1
5	-0.692308	0.836257	-1
6	0.153846	0.274854	-1
7	0.10989	-0.929825	-1

8	-0.032967	-0.00584795	-1
9	-0.747253	-0.602339	-1
10	-0.582418	0.847953	-1
11	0.747253	0.894737	-1
12	0.692308	-0.824561	$+1$
13	0.769231	-0.321637	$+1$
14	-0.21978	-0.263158	$+1$
15	0.318681	0.54386	$+1$
16	0.318681	0.672515	$+1$
17	0.549451	$,0.590643$	$+1$
18	0.0989011	-0.309942	$+1$
19	0.912088	-0.730994	$+1$
20	0.78022	-0.918129	$+1$

لتعيين درجة انتماء المدخلات إلى الصنف الناتج نميز مجموعتين ضبابيتين:

1) دالة الانتماء للصنف الأول $\mu_{y_1}: X \to [0,1]$، وهي دالة غاوس كما يبين الشكل (5)، تعطى بالعلاقة:

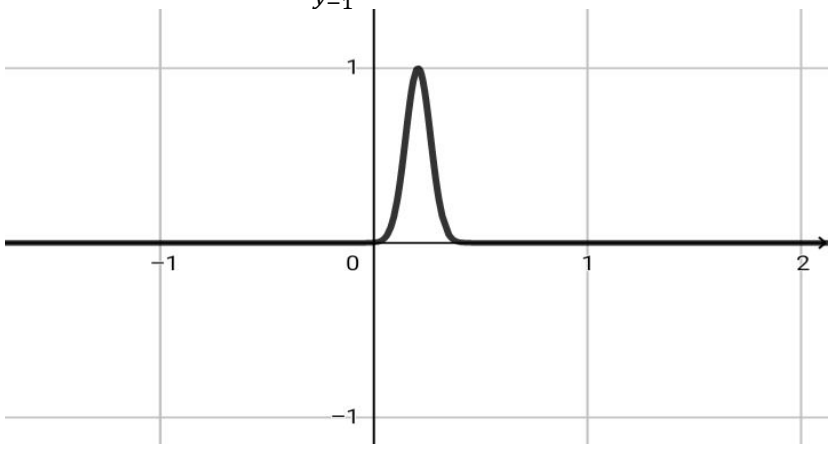
$$\mu_{y_1} = e^{-\left(\frac{x-1.006}{0.1972}\right)^2}$$



الشكل (5): دالة الانتماء الضبابي الغاوسية للصنف الأول.

2) دالة الانتماء للصنف الثاني $\mu_{y_{-1}}: X \to [0,1]$، وهي دالة غاوس كما يبين الشكل (6)، تعطى بالعلاقة:

$$\mu_{y_{-1}} = e^{-\left(\frac{x-0.2072}{0.08234}\right)^2}$$



الشكل (6): دالة الانتماء الضبابي الغاوسية للصنف الثاني.

نوجد حدوديات تقريب تشيبشيف من الدرجة الرابعة من العلاقة (2) للمدخلات، فنحصل على مجموعة نقاط التدريب كما يلي:

$$\left(\Phi(x_1), y_1, S_1\right), \left(\Phi(x_2), y_2, S_2\right), \dots, \left(\Phi(x_n)\ , y_n, S_n\right)$$

حيث $\Phi(x_i)$: ناتج تطبيق المدخل x_i ; $i = 1,..,n$ في العلاقة (2).

y_i : صنف المدخل x_i ; $i = 1,..,n$.

S_i : مقدار الانتماء الضبابي للمدخل x_i إلى الصنف y_i ; $i = 1,..,n$.

نقوم بالبحث عن أمثل سطح فائق $w.\Phi(x) + b = 0$

نُشكّل دالة لاغرانج ونشتقه ونوجد المعادلات (16), (17), (18) حتى نصل للمسألة التالية:

$$\max W(\propto) = \sum_{i=1}^{n} \propto_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \propto_i \propto_j y_i\, y_j\, K(x_i\,, x_j)$$

حيث $K(x_i\,, x_j)$ نواة محسوبة من العلاقة (13) .

نحتاج لبرنامج حاسوبي من أجل حل هذه المعادلة، لذلك قمنا باستخدام برنامج جافا فحصلنا على قيمة $\propto$ المثلى. الشكل (7) يبين قيمة $\propto$ المثلى لعينة من النقاط ومقدار الانتماء الضبابي لصنفها الناتج.

Support Vector	label	alpha	fuzzy
[-0.725275, -0.438596]	-1.0	0.4072276581	[2.0060239421798741E-56 , 1.928041285717221E-27]
[0.472527, -0.0643275]	-1.0	14.6217602488	[3.094070735784817E-5 , 1.893657455679532E-5]
[0.153846, 0.274854]	-1.0	24.5865158211	[0.6571338942196572 , 0.5091077828811874]
[0.692308, -0.824561]	1.0	0.2498421856	[1.2300490762515482E-4 , 2.7616046533341806E-10]
[-0.21978, -0.263158]	1.0	9.6897717542	[0.07139899574812816 , 0.03328651100464785]
[0.549451, 0.590643]	1.0	1.1983998018	[0.0056239253733751 , 0.002080285358971819]
[0.78022, -0.918129]	1.0	0.3009974522	[6.946166502935486E-6 , 2.569702040652740 6E-12]

الشكل (7): قيمة $\propto$ المثلى لعينة من النقاط ومقدار الانتماء الضبابي لصنفها الناتج في برنامج الجافا.

وحصلنا على أمثل w و b ، كما يلي:

w	b
$< -2663.269679631\,, 591.119600656 >$	-974.518184124669

يوضح الشكل(8) دالة التصنيف الضبابي الناتج من الخوارزمية في برنامج الجافا.

الشكل (8): يبين توزع النقاط ودالة التصنيف الضبابي في برنامج الجافا.

تطبيق عمليات المنطق الضبابي:

نقسم مخرجات الخوارزمية إلى ثلاث مجموعات:

1) H: مجموعة الانتماء القوي في المجال [1 , 0.7].
2) M: مجموعة الانتماء المتوسط في المجال [0.8 , 0.4].
3) L: مجموعة الانتماء الضعيف في المجال [0.4 , 0].

قمنا بتقسيم نتائج الخوارزمية باستخدام برنامج الجافا، فحصلنا على المجموعات التالية:

```
L={    [-0.725275   -0.438596]
       [-0.824176   -0.48538]
       [0.472527   -0.0643275]
       [0.362637   0.789474]
       [-0.692308   0.836257]
       [0.10989   -0.929825]
       [-0.032967   -0.00584795]
       [-0.747253   -0.602339]
       [-0.582418   0.847953]
       [0.747253   0.894737]
       [0.692308   -0.824561]
       [0.769231   -0.321637]
       [-0.21978   -0.263158]
       [0.318681   0.54386]
       [0.318681   0.672515]
       [0.549451   0.590643]
       [0.912088   -0.730994]
       [0.78022   -0.918129]
                                }
M={    [0.153846   0.274854]    }
H={    }
```

الشكل (9): يبين المجموعات H و M و L باستخدام برنامج الجافا.

نطبق عمليات الاجتماع والتقاطع في المنطق الضبابي من العلاقة (3) و(4) على المجموعات الناتجة.

قمنا بحساب اجتماع وتقاطع المجموعتين M وH باستخدام برنامج الجافا من العلاقتين، فكانت النتائج كما يلي:

```
M union H={    [0.153846   0.274854]    }
M intersection H={    }
```

الشكل (10): يبين اجتماع وتقاطع المجموعتين M و H باستخدام برنامج الجافا.

كما قمنا بحساب مجموعة الـAlpha−cut باستخدام برنامج الجافا من العلاقة (5) بحيث قيمة $a = 0.5$، فحصلنا على النتائج التالية:

```
 alpha-cut=0.5 ,

alpha-cut set={ [0.153846   0.274854] }
```

الشكل (11): يبين مجموعة الـAlpha−cut بحيث $a = 0.5$ في برنامج الجافا.

ثانياً: مرحلة الاختبار:

للتأكد من صحة عمل الخوارزمية بعد انتهاء مرحلة التدريب نقوم باختبار بيانات جديدة من خلال الدالة (14). لنختبر مجموعة النقاط التالية:

- $\{\{0.153846, 0.274854\}, \{-1\}\}$

ناتج الاختبار في البرنامج الحاسوبي هو:

```
> to classify new point  x & y (or exit):
0.153846 0.274854
class : -1|fuzzy [0.6571338942196572    0.5091077828811874]
thise is value from alpha-cut
thise is value from set M
thise is value from set  M union H
```

تبين النتائج أن هذه النقطة تنتمي للصنف -1، وتنتمي للمجموعة M، بالإضافة إلى القيمة العضوية الضبابية، كما أنها تنتمي للمجموعة Alpha−Cut وتنتمي للمجموعة $M \cup H$.

- $\{\{-0.373626, 0.450292\}, \{-1\}\}$

ناتج الاختبار في البرنامج الحاسوبي هو:

```
> to classify new point  x & y (or exit):
-0.373626 0.450292
class : -1|fuzzy [2.4547323371302286E-22    1.639337956329147E-4]
thise is value from set L
```

تبين النتائج أن هذه النقطة تنتمي للصنف -1، وتنتمي للمجموعة L، بالإضافة إلى القيمة العضوية الضبابية.

- $\{\{-0.0989011, -0.461988\}, \{1\}\}$

ناتج الاختبار في البرنامج الحاسوبي هو:

```
> to classify new point  x & y (or exit):
-0.0989011 -0.461988
class : 1|fuzzy [0.3593444461031141    2.9195054217111179E-4]
thise is value from set L
```

تبين النتائج أن هذه النقطة تنتمي للصنف 1، وتنتمي للمجموعة L، بالإضافة إلى القيمة العضوية الضبابية.

6- النتائج ومناقشتها:

قمنا بتطبيق خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف على مجموعة البيانات الموضحة في الجدول (1) فحصلنا على مجموعة نقاط التدريب التالية:

$$(\Phi(x_1), y_1), (\Phi(x_2), y_2), \dots, (\Phi(x_n), y_n)$$

نقوم بالبحث عن السطح الأمثل فائق $w.\Phi(x) + b = 0$ من خلال تشكيل دالة لاغرانج واشتقاقه وإيجاد معادلات المشتق حتى نصل للمسألة التالية:

$$\max W(\propto) = \sum_{i=1}^{n} \propto_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \propto_i \propto_j y_i y_j K(x_i, x_j)$$

استخدمنا نفس البرنامج الحاسوبي من أجل حل هذه المعادلة فحصلنا على قيمة $\propto$ المثلى.

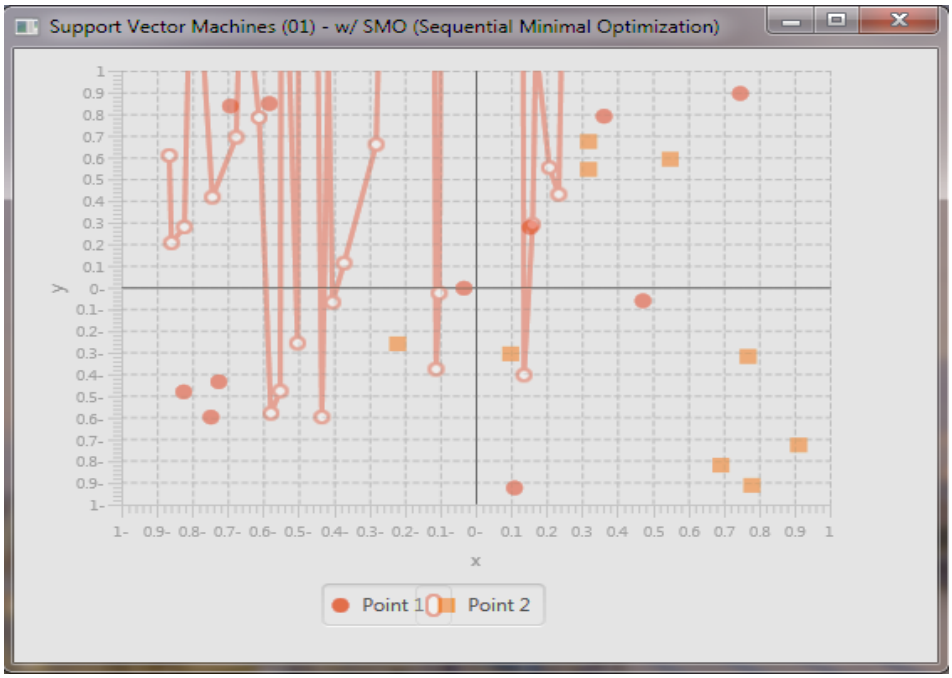
Support Vector	label	alpha
[-0.692308, 0.836257]	-1.0	0.9081394894
[0.747253, 0.894737]	-1.0	0.0918605106

الشكل (12): قيمة $\propto$ المثلى لعينة من النقاط باستخدام خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف.

نلاحظ من مخرجات الخوارزمية في الشكل (12) أن الخوارزمية تعطينا فقط انتماء الدخل للصنف بينما مخرجات خوارزميتنا المعدلة في الشكل (7) تعطينا انتماء الدخل للصنف بالإضافة لدرجة الانتماء الضبابية للصنف. وباستخدام البرنامج الحاسوبي للخوارزمية الأصلية حصلنا على أمثل w و b، كما يلي:

w	b
$< 1.803267401, -0.644407298 >$	1.175371533454077

يوضح الشكل (13) دالة التصنيف الضبابي الناتج من الخوارزمية في برنامج الجافا.



الشكل (13): يبين توزع النقاط ودالة التصنيف باستخدام برنامج جافا لخوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف.

مرحلة الاختبار:

نقوم باختبار البيانات الجديدة من خلال الدالة (14). لنختبر مجموعة النقاط التالية:

- $\{\{-0.0989011, -0.461988\}, \{1\}\}$

ناتج الاختبار في البرنامج الحاسوبي هو:

```
> to classify new point  x & y (or exit):
-0.0989011 -0.461988
classfied as 1
```

تبين النتائج أن هذه النقطة تنتمي للصنف 1.

- $\{\{0.153846,0.274854\}, \{-1\}\}$

ناتج الاختبار في البرنامج الحاسوبي هو:

```
> to classify new point  x & y (or exit):
0.153846 0.274854
classfied as 1
```

تبين النتائج أن هذه النقطة تنتمي للصنف 1 .

- $\{\{-0.373626,0.450292\}, \{-1\}\}$

ناتج الاختبار في البرنامج الحاسوبي هو:

```
> to classify new point  x & y (or exit):
-0.373626 0.450292
classfied as 1
```

تبين النتائج أن هذه النقطة تنتمي للصنف 1 .

كما هو موضح من نتائج الاختبارات السابقة أن الخوارزمية الأصلية تعطينا التصنيف لأحد الأصناف فقط، بينما خوارزميتنا المعدلة أعطتنا التصنيف بالإضافة لمقدار الانتماء الضبابي. هذا يبين مدى فعالية خوارزميتنا المضببة، حيث كانت أدق في التصنيف بالمقارنة مع الخوارزمية الأصلية وحققت نتائج أفضل. أي أن خوارزميتنا المضببة قد حسنت من أداء خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف. كما أن تقسيم مخرجات خوارزميتنا لمجموعات ضبابية حسب انتمائها وحساب العمليات الضبابية عليها كالتقاطع والاجتماع ومجموعة Alpha−cut أضاف مرونة في التعامل مع النتائج

وتنظيمها واستخراج المعلومات المطلوبة بسهولة، لهذه العمليات استخدامات واسعة مثل أنظمة التحكم وتصنيف درجات الحرارة للتنبؤ بحالة الجو، أي أن تطبيق عمليات المنطق الضبابي قد ساهم بتحسين أداء الخوارزمية بشكل واضح، ومنه نكون قد تغلبنا على بعض مشاكل الخوارزمية على نحو فعال وإعطاء نتائج أكثر واقعية وأكثر فعالية.

7- الاستنتاجات والتوصيات:

قدمنا في هذا البحث تطبيقاً للمنطق الضبابي في خوارزمية الـSVM ذات نواة تشيبشيف المتعامدة. تمكنا من ربط مدخلات هذه الخوارزمية بدوال عضوية، لكي تحدد درجة الانتماء لكل صنف. قمنا بضبط وسطاء الخوارزمية لتتلاءم مع آلية عمل الخوارزمية. طبقنا العمليات الضبابية على المخرجات الناتجة لتنظم عملها وتسهيل الوصول للنتائج المطلوبة. كانت نتائج خوارزميتنا المعدلة أكثر واقعية وتطبيقها أكثر فعالية من الخوارزمية الأصلية. بالإمكان العمل مستقبلاً لتعميم خوارزميتنا المعدلة لأصناف متعددة أو تشكيل نواة مركّبة لتوسيع مجال الدراسة للتعامل مع سلوك جديد للنقاط والاستفادة من هذا التعديل.

8-المراجع:

[1] صقر. زين العابدين، شاهين. مصعب، 2012- نطام تصنيف المستندات العربية حسب محتواها. جامعة تشرين.

[2] مطيط. برلنت صبري، 2014- التحليل العددي (2). دمشق: منشورات جامعة دمشق كلية العلوم.

[3] FU LIN. C, DE WANG. S, 2002- Fuzzy Support Vector Machines. IEEE Transactions on neural networks,13(2), 464-471.

[4] JAFARZADEH. SZ, AMINIAN. M, EFATTI. S, 2013- A Set of New Kernel Function For Support Vector Machines: An Approach Based On Chebyshev Polynomials. ICCKE 2013, 412-416.

[5] MOGHADDAM. VH, HAMIDZADEH. J, 2016- New Hermite Orthogonal Polynomial Kernel And Combined Kernel In Support Vector Machine Classifier. Pattern Recognition, 60 ,921-935.

[6] FU LIN. C, DE WANG. S, 2014- Training Algorithms For Fuzzy Support Vector Machines With Noisy Data. Pattern recognition letters, 25(14), 1647-1656.

[7] BATUWITA. R, PALADE. V, 2010- FSVM-CIL: Fuzzy Support Vector Machines For Class Imbalance Learning. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 18(3), 558-571.

[8] GEORGE J. KLIR, Bo. YUAN, 2008- Fuzzy Sets And Fuzzy Logic Theory And Applications. ISSN 0-13-101171-5.

[9] HAMRAWI. H, COUPLAND. S, JOHN. R, 2016- Type-2 Fuzzy Alpha-Cuts. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 25(3), 682-692.

[10] RONG-EN FAN. at National Taiwan University LIBSVM—A Library for Support Vector Machines. Available from[https://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvmtools/datasets/].

[11] RAKOTOMALALA. R, 2017- SVM Support Vector Machine. Supervised Learning-Classification, 2, 48.

[12] YE. N, SUN. R, LIU. Y, CAO. L, 2006- Support Vector Machine With Orthogonal Chebyshev Kernel. 18th International Conference on Pattern Recognition, (ICPR'06)2, 752-755.

[13] JIANG. X, YI. Z, LV. JIAN CHENG, 2006- Fuzzy SVM With New Fuzzy Membership Function. Neural Computing & Applications, 15(3-4), 268-276.