مسلمات الفصل في الفضاءات النتروسوفيكية الهشة الثنائية

طالب الدكتوراه : لؤي أحمد صالحة

قسم الرياضيات – كليَّة العلوم – جامعة البعث

المشرف : أ.د.طالب غريبة

المشرف المشارك : د.رياض الحميدو

ملخص البحث

لقد تم تعريف الفضاء النتروسوفيكي الهش الأحادي والثنائي وفي هذا البحث نعرف نوع جديد من مسلمات الفصل النتروسوفيكية الهشة في الفضاء الثنائي حيث تم دراستها في الفضاء الأحادي سابقا .

حيث نقوم بتعريف مسلمات فصل من النمط $Pairwise-T_0-N_i\left(P-T_0-N_i\right)$ و $Pairwise-T_1-N_i\left(P-T_1-N_i\right)$ و $Pairwise-T_2-N_i\left(P-T_2-N_i\right)$ حيث $\left(i=1,2,3\right)$ وسندرس العلاقات فيما بينها .

كلمات مفتاحية :

فضاء نتروسوفيكي تبولوجي هش ثنائي، نفطة نتروسوفيكية هشة، مجموعة نتروسوفيكية هشة.

Separation Axioms in the neutrosophic crisp

Bi-topological spaces

Abstract

The neutrosophic crisp one-topological and Bi-topological spaces was defined and in this research we define a new type of Separation Axioms In Neutrosophic Crisp Bi-topological Space which were previously studied.
Now, we are defining a new Separation Axiom $Pairwise - T_0 - N_i\ (P - T_0 - N_i)$ and $Pairwise - T_2 - N_i\ (P - T_2 - N_i)$ and $Pairwise - T_2 - N_i\ (P - T_2 - N_i)$; $(i = 1, 2, 3)$ And also we will study relationships between these new types.

Key word :

neutrosophic crisp Bi-topological space , neutrosophic crisp point ,

neutrosophic crisp set .

المقدمة :

ظهر مفهوم الفضاءات ثنائية التبولوجيا في عام 1963 م على يد J.C.Kelly . قبل ذلك كان الباحثون قد توسعوا بدراسة الفضاءات أحادية التبولوجيا ، حيث قاموا بدراسة مسلمات الفصل والتراص في هذه الفضاءات . ثم دراسة مسلمات شبه الفصل وشبه التراص في الفضاءات أحادية التبولوجيا . كما تمت دراسة مسلمات الفصل في الفضاءات ثنائية التبولوجياعلى يد الكثير من الباحثين ومنهم هيام الكحلوت في عام 2003 م .

عمم F. Smarandache عام 1995 م مفهوم المنطق الضبابي (FUZZY) إلى المنطق النتروسوفيكي ، ثم ظهرت العديد من الأبحاث في هذا المنطق الجديد في شتى أنواع العلوم وخاصة في الرياضيات بجميع فروعها لاسيما في التبولوجيا حيث عممت أغلب المفاهيم التبولوجية النتروسوفيكية والنتروسوفيكية الهشة

المنطق النتروسوفيكي هو منطق جديد أسسه العالم الأمريكي Smarandache عام 1995 م والذي يدرس ويهتم بالحياد ، بحيث يأخذ هذا المنطق الجديد بعين الاعتبار كل فكرة مع نقيضتها مع طيف الحياد ،حيث يأخذ هذا المنطق كل بيان بثلاث أبعاد هي الصح (T) بدرجات والخطأ (F) بدرجات والحياد (I) بدرجات ، ويمكننا أن نعبر عن ذلك بالشكل (T,I,F) وهذا يعطي وصفاً أدق من المنطق الضبابي والمنطق العادي ، ثم انبثق عن منطق النتروسوفيك نظرية المجموعات النتروسوفيكية الهشة كتطوير لنظرية المجموعات الكلاسيكية وفق هذا المنطق على يد البروفيسور المصري A.A.Salama وفريق من الباحثين عام 2014 م في مفهوم الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي الهش كتعميم للفضاء التبولوجي المعروف وفقاً لمنطق النتروسوفيك (Neutrosophic logic) كما عرفوا المجموعة النتروسوفيكية الهشة والعمليات عليها مثل التقاطع والاجتماع والمتممة ، قبل ذلك عرف S.A.alblowi , A.A.Salama عام 2012 مفهوم المجموعة النتروسوفيكية وعرفوا العمليات عليها ،ومن ثم عرفوا الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي[1] .

عرف A.A.Salama , F. Smarandache and V.Kroumov عام 2014 في مفهوم الفضاء التوبولوجي النتروسوفيكي الهش كما عرفوا المجموعة

النتروسوفيكية الهشة المفتوحة والمغلقة والعمليات عليها مثل التقاطع والاجتماع[1] .

دراسة وتعريف مسلمات الفصل في الفضاء النتروسوفيكي الهش تم تعريفها لأول مرة في رسالة دكتوراه للباحث رياض الحميدو بجامعة البعث عام 2019 ، كما تم تعريف الفضاء النتروسوفيكي الهش الثنائي في نفس الرسالة[9].

أيضاً قدم البروفيسور المصري أحمد سلامة A.A.Salama عام 2013 دراسة حول مفهوم النقاط النتروسوفيكية الهشة وعرف مفهوم انتماء عنصر ما لمجموعة نتروسوفيكية هشة .

تعاريف ومفاهيم أساسية في النتروسوفيك الهش:

تعريف[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ: المجموعة النتروسوفيكية الهشة A (التي يرمز لها أختصاراً NCS) هي ثلاثية مرتبة $A =< A_1, A_2, A_3 >$ ، حيث A_1, A_2, A_3 هي مجموعات جزئية من X.

تعريف[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ:

1) تعرف المجموعة الخالية النتروسوفيكية الهشة (التي يرمز لها أختصاراً $\emptyset_N$) ، بأحد الأشكال :

- $\emptyset_N =< \emptyset, \emptyset, X >$ او
- $\emptyset_N =< \emptyset, X, X >$ او

- $\emptyset_N =< \emptyset, X, \emptyset >$ او
- $\emptyset_N =< \emptyset, \emptyset, \emptyset >$.

2) تعرف المجموعة النتروسوفيكية الهشة X_N ، بأحد الأشكال : [1]

- $X_N =< X, \emptyset, \emptyset >$ او
- $X_N =< X, X, \emptyset >$ او
- $X_N =< X, \emptyset, X >$ او
- $X_N =< X, X, X >$.

تعريف:[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ :

لأجل كل عنصر x من X نعرف النقطة النتروسوفيكية الهشة، بالشكل :

- $x_{N_1} = <\{x\}, \emptyset, \emptyset>$ النقطة النتروسوفيكية الهشة من النمط الأول في X (أو أختصاراً NCP_{N_1})
- $x_{N_2} = <\emptyset, \{x\}, \emptyset>$ النقطة النتروسوفيكية الهشة من النمط الثاني في X (أو أختصاراً NCP_{N_2}).
- $x_{N_3} = <\emptyset, \emptyset, \{x\}>$ النقطة النتروسوفيكية الهشة من النمط الثالث في X (أو أختصاراً NCP_{N_3}) .

- أسرة كل النقاط النتروسوفيكية الهشة $(NCP_{N_1}, NCP_{N_2}, NCP_{N_3})$ يرمز لها بالرمز NCP_N .

تعريف:[1]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ :لأجل كل عنصر x من X

- نقول إن النقطة النتروسوفيكية الهشة من النمط الأول x_{N_1} فيX (NCP_{N_1}) تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الهشة $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_1} \in B$ ، إذا كان $x \in B_1$. أيضاً نقول إن x_{N_1} لا تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الهشة $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_1} \notin B$ إذا كان $x \notin B_1$.
- نقول إن النقطة النتروسوفيكية الهشة من النمط الثاني x_{N_2} فيX (NCP_{N_2}) تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الهشة $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_2} \in B$ ، إذا كان $x \in B_2$. أيضاً نقول إن x_{N_2} لا تنتمي الى المجموعة النتروسوفيكية الهشة $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_2} \notin B$ ، إذا كان $x \notin B_2$.
- نقول إن النقطة النتروسوفيكية الهشة من النمط الثالث x_{N_3} فيX (NCP_{N_3}) تنتمي إلى المجموعة النتروسوفيكية الهشة $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز, $x_{N_3} \in B$ ، إذا كان

$x \in B_3$. ايضاً نقول إن x_{N_3} لا تنتمي الى المجموعة النتروسوفيكية الهشة $B=<B_1,B_2,B_3>$ من X ، ونرمز لذلك بالرمز $x_{N_3} \notin B$, ، إذا كان $x \notin B_3$.

تعريف:[9]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، ولتكن A , B مجموعتين نتروسوفيكيتين هشتين من الشكل

$A =< A_1, A_2, A_3 >$ و $B =< B_1, B_2, B_3 >$ ، عندئذ:

، الاحتواء $A \subseteq B$ يعرف بأحد الشكلين :

- $A \subseteq B \Leftrightarrow A_1 \subseteq B_1,\ A_2 \subseteq B_2, A_3 \supseteq B_3$.
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A_1 \subseteq B_1 , A_2 \supseteq B_2 , A_3 \supseteq B_3$.

تعريف:[9]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، ولتكن A , B مجموعتين نتروسوفيكيتين هشتين من الشكل

$A =< A_1, A_2, A_3 >$ و $B =< B_1, B_2, B_3 >$ ، عندئذ:

a) التقاطع $A \cap B$ يعرف بأحد الشكلين :

- $A \cap B =< A_1 \cap B_1, A_2 \cap B_2, A_3 \cup B_3 >$.
- $A \cap B =< A_1 \cap B_1, A_2 \cup B_2, A_3 \cup B_3 >$.

b) الاجتماع $A \cup B$ يعرف بأحد الشكلين :

- $A \cup B =< A_1 \cup B_1, A_2 \cap B_2, A_3 \cap B_3 >$.
- $A \cup B =< A_1 \cup B_1, A_2 \cup B_2, A_3 \cap B_3 >$.

تعريف:[3]

لتكن $X \neq \emptyset$ مجموعة ما، عندئذ التبولوجيا النتروسوفيكية الهشة على X (التي يرمز لها أختصاراً NCT) هي أسرة مجموعات نتروسوفيكية هشة τ من X ، تحقق:

1) $\emptyset_N , X_N \in \tau$.
2) $A \cap B \in \tau$ لأية مجموعتين A،B من τ .
3) $\bigcup_i A_i \in \tau$ لأية مجموعات A_i من τ .

- ندعو في هذه الحالة (X, τ) فضاء تبولوجياً نتروسوفيكياً هشاً على X (أو أختصاراً $NCTS$) ، كل عنصر من τ يدعى مجموعة نتروسوفيكية هشة مفتوحة (أو أختصاراً $NCOS$) ، وتدعى متممتها مجموعة نتروسوفيكية هشة مغلقة (أو أختصاراً $NCCS$).

تعريف:[9]

لتكن X مجموعة ما غير خالية، وليكن كلاً من τ_1, τ_2 تبولوجيا نتروسوفيكية هشة على X، عندئذ:

ندعو (X, τ_1, τ_2) فضاء تبولوجي نتروسوفيكي هش ثنائي على X (أو أختصاراً Bi-NCTS).

مسلمات الفصل في الفضاءات الثنائية النتروسوفيكية الهشة

تعريف : ليكن $\left(X , \tau_1 , \tau_2\right)$ فضاء نتروسوفيكي تبولوجي هش ثنائي عندئذٍ:

ندعو $\left(X , \tau_1 , \tau_2\right)$ بـ :

- $P - T_0 - N_1$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_1} \neq y_{N_1}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية هشة مفتوحة G من τ_1 أو من τ_2 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى .

- $P - T_0 - N_2$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الثاني مختلفتين $x_{N_2} \neq y_{N_2}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية هشة مفتوحة G من τ_1 أو من τ_2 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى .

- $P - T_0 - N_3$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الثالث مختلفتين $x_{N_3} \neq y_{N_3}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية هشة مفتوحة G من τ_1 أو من τ_2 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى .

مثال :

$X = \{x, y\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , A \}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , B \}$, $\tau_3 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , G \}$

A =<{x},∅,∅> ,B =<∅,{y},∅> , G =<∅,∅,{x}>.

عندئذ :

- (X , τ_1 , τ_2) هو $P - T_0 - N_1$ فضاء.
- (X , τ_2 , τ_3) هو $P - T_0 - N_2$ فضاء.
- (X , τ_3 , τ_1) هو $P - T_0 - N_3$ فضاء.

تعريف : ليكن (X , τ_1 , τ_2) فضاء نتروسوفيكي تبولوجي هش ثنائي عندئذٍ:

ندعو (X , τ_1 , τ_2) بـ :

- $P - T_1 - N_1$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_1} \neq y_{N_1}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1 , G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$x_{N_1} \in G_1 \ , y_{N_1} \notin G_2 \ and \ x_{N_1} \notin G_1 \ , y_{N_1} \in G_2$$

- $P - T_1 - N_2$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الثاني مختلفتين $x_{N_2} \neq y_{N_2}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$x_{N_2} \in G_1 \ , y_{N_2} \notin G_2 \ and \ x_{N_2} \notin G_1 \ , y_{N_2} \in G_2$$

- $P - T_1 - N_3$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الثالث مختلفتين $x_{N_3} \neq y_{N_3}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1, G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$x_{N_3} \in G_1 \ , y_{N_3} \notin G_2 \ and \ x_{N_3} \notin G_1 \ , y_{N_3} \in G_2$$

مثال :

$X = \{x, y\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , A, B \}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , G, F \}$
$A =<\{ x \},\{y\},\emptyset>$, $B =<\{y\},\{x\},\emptyset>$, $G =<\emptyset,\emptyset,\{x\}>$, $F =<\emptyset,\emptyset,\{y\}>$
$\tau_3 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N \}$.

عندئذ :

- $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_3\right)$ هو $P - T_1 - N_1$ فضاء.
- $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_3\right)$ هو $P - T_1 - N_2$ فضاء.
- $\left(X \ ,\tau_2 ,\tau_3\right)$ هو $P - T_1 - N_3$ فضاء.

تعريف : ليكن $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء نتروسوفيكي تبولوجي هش ثنائي :

ندعو $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ بـ :

- $P-T_2-N_1$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الأول مختلفتين
: $x_{N_1} \neq y_{N_1}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1 , G_2 من τ_1 أو من τ_2
تحققان :

$$G_1 \cap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_1} \in G_1\ \ , y_{N_1} \notin G_1 \ and \ x_{N_1} \notin G_1\ \ , y_{N_1} \in G_1$$

- $P-T_2-N_2$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الثاني مختلفتين
: $x_{N_2} \neq y_{N_2}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1 , G_2 من τ_1 أو من τ_2
تحققان :

$$G_1 \cap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_2} \in G_1\ \ , y_{N_2} \notin G_2 \ and \ x_{N_2} \notin G_1\ \ , y_{N_2} \in G_2$$

- $P-T_2-N_3$ فضاء إذا تحقق :

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الثالث مختلفتين
: $x_{N_3} \neq y_{N_3}$

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1,G_2 من τ_1 أو من τ_2 تحققان :

$$G_1 \bigcap G_2 = \phi \ \ and \ \ x_{N_3} \in G_1 \ \ , y_{N_3} \notin G_2 \ and \ x_{N_3} \notin G_1 \ \ , y_{N_3} \in G_2$$

تعريف: يدعى الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي الهش (X, τ) :

- $P-T_0-N$ فضاء إذا كان الفضاء(X,τ) $P-T_0-N_1$ فضاء و$P-T_0-N_2$ فضاء و $P-T_0-N_3$ فضاء .
- $P-T_1-N$ فضاء إذا كان الفضاء(X,τ) $P-T_1-N_1$ فضاء و$P-T_1-N_2$ فضاء و $P-T_1-N_3$ فضاء .
- $P-T_2-N$ فضاء إذا كان الفضاء(X,τ) $P-T_2-N_1$ فضاء و$P-T_2-N_2$ فضاء و $P-T_2-N_3$ فضاء .

ملاحظة:

ليكن الفضاء التبولوجي النتروسوفيكي الهش الثنائي ، عندئذ:

- كل $P-T_0-N$ فضاء هو $P-T_0-N_1$ فضاء .
- كل $P-T_0-N$ فضاء هو $P-T_0-N_2$ فضاء .
- كل $P-T_0-N$ فضاء هو $P-T_0-N_3$ فضاء .

العكس لكل ماسبق غير صحيح بشكل عام ، كما يوضح المثال الآتي :

مثال:

$X = \{x, y\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , A \}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , B \}$, $\tau_3 = \{\mathcal{X}_N , \emptyset_N , G \}$
$A =<\{x\},\emptyset,\emptyset>$,$B =<\emptyset,\{y\},\emptyset>$, $G =<\emptyset,\emptyset,\{x\}>$.

عندئذ :

- $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_2\right)$ هو $P - T_0 - N_1$ فضاء ، لكن ليس $P - T_0 - N$ فضاء.
- $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_2\right)$ هو $P - T_0 - N_2$ فضاء ، لكن ليس $P - T_0 - N$ فضاء.
- $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_2\right)$ هو $P - T_0 - N_3$ فضاء ، لكن ليس $P - T_0 - N$ فضاء.

مبرهنة :

إذا كان $\left(X \ ,\tau_1\right)$ أو $\left(X \ ,\tau_2\right)$ فضاء $T_0 - N_i$ فإنّ: $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_2\right)$ فضاء $P{-}T_0 - N_i$.

الإثبات:

لنفرض أن $\left(X \ ,\tau_1\right)$ فضاء $T_0 - N_i$ عندئذٍ:

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_i} \neq y_{N_i}$:

يوجد مجموعة نتروسوفيكية هشة مفتوحة G من τ_1 تحوي إحدى النقطتين دون الأخرى وهذا يعني أن $\left(X \ ,\tau_1 ,\tau_2\right)$ فضاء $P{-}T_0 - N_i$.

مبرهنة :

إذا كان $\left(X\ ,\tau_1\right)$ أو $\left(X\ ,\tau_2\right)$ فضاء $T_1-\mathrm{N_i}$ فإنّ: $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء $P\text{–}T_1-\mathrm{N_i}$.

الإثبات:

لنفرض أن $\left(X\ ,\tau_1\right)$ فضاء $T_1-\mathrm{N_i}$ عندئذٍ:

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_i}\neq y_{N_i}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1,G_2 من τ_1 تحققان :

$x_{N_i}\in G_1\ ,\ y_{N_i}\notin G_2\ and\ x_{N_i}\notin G_1\ ,\ y_{N_i}\in G_2$ وهذا يعني أن $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء $P\text{–}T_1-\mathrm{N_i}$.

مبرهنة :

إذا كان $\left(X\ ,\tau_1\right)$ أو $\left(X\ ,\tau_2\right)$ فضاء $T_2-\mathrm{N_i}$ فإنّ: $\left(X\ ,\tau_1\ ,\tau_2\right)$ فضاء $P\text{–}T_2-\mathrm{N_i}$.

الإثبات:

لنفرض أن $\left(X\ ,\tau_1\right)$ فضاء $T_2-\mathrm{N_i}$ عندئذٍ:

من أجل كل نقطتين نتروسوفيكيتين هشتين من النمط الأول مختلفتين $x_{N_i}\neq y_{N_i}$:

يوجد مجموعتان نتروسوفيكيتان هشتان مفتوحتان G_1,G_2 من τ_1 تحققان :

$$G_1 \cap G_2 = \phi \ and \ x_{N_i} \in G_1 \ , y_{N_i} \notin G_1 \ and \ x_{N_i} \notin G_i \ , y_{N_i} \in G_1$$

وهذا يعني أن $\left(X \ , \tau_1 \ , \tau_2\right)$ فضاء $P{-}T_2 - \mathrm{N_i}$.

ملاحظة :

نبين في المخطط الآتي العلاقة بين مسلمات الفصل التي درسناها :

$$\begin{tikzcd}
\text{Ni-T}_2\text{-space} \arrow[r, shift left] \arrow[d, shift right] & \text{Ni-T}_1\text{-space} \arrow[l, shift left, "/" marking] \arrow[r, shift left] \arrow[d, shift right] & \text{Ni-T}_o\text{-space.} \arrow[l, shift left, "/" marking] \arrow[d, shift right, "/" marking] \\
\text{Ni-P-T}_2\text{-space} \arrow[u, shift right, "/" marking] \arrow[r, shift left] & \text{Ni-P-T}_1\text{-space} \arrow[u, shift right, "/" marking] \arrow[l, shift left, "/" marking] \arrow[r, shift left] & \text{Ni-P-T}_o\text{-space.} \arrow[u, shift right] \arrow[l, shift left, "/" marking]
\end{tikzcd}$$

i=0,1,2.

الأمثلة الآتية توضح هذه العلاقة :

مثال :

$X = \{x, y\}$, $\tau_1 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}} , \emptyset_{\mathrm{N}} , \mathrm{A} \}$, $\tau_2 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}} , \emptyset_{\mathrm{N}} , \mathrm{B} \}$, $\tau_3 = \{\mathcal{X}_{\mathrm{N}} , \emptyset_{\mathrm{N}} , \mathrm{G} \}$

A =<{x},∅,∅> ,B =<∅,{y},∅> , G =<∅,∅,{x}>.

عندئذ :

− $\left(X \ , \tau_1 \ , \tau_2\right)$ هو $P - T_0 - \mathrm{N_1}$ فضاء ، لكن $\left(X \ , \tau_1 \ , \tau_2\right)$ ليس $P - T_1 - \mathrm{N_1}$ فضاء.

- $\left(X\ ,\tau_2,\tau_3\right)$ هو $P-T_0-\mathrm{N}_2$ فضاء ، لكن $\left(X\ ,\tau_2,\tau_3\right)$ ليس $P-T_1-\mathrm{N}_2$ فضاء .
- $\left(X\ ,\tau_3,\tau_1\right)$ هو $P-T_0-\mathrm{N}_3$ فضاء ، لكن $\left(X\ ,\tau_3,\tau_1\right)$ ليس $P-T_1-\mathrm{N}_3$ فضاء.

مثال :

$\mathrm{X}=\{\mathrm{x},\mathrm{y}\}$, $\tau_1=\{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}\ ,\emptyset_{\mathrm{N}}\ ,\mathrm{A},B\ \}$, $\tau_2=\{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}\ ,\emptyset_{\mathrm{N}}\ ,\mathrm{G},\mathrm{F}\ \}$
A $=<\{\ x\ \},\{y\},\emptyset>$, B $=<\{y\},\{x\},\emptyset>$, G $=<\emptyset,\emptyset,\{x\}>$, F $=<\emptyset,\emptyset,\{y\}>$
$\tau_3=\{\mathcal{X}_{\mathrm{N}}\ ,\emptyset_{\mathrm{N}}\ \}$.

عندئذ :

- $\left(X\ ,\tau_1,\tau_3\right)$ هو $P-T_1-\mathrm{N}_1$ فضاء، لكن $\left(X\ ,\tau_1,\tau_3\right)$ ليس $P-T_2-\mathrm{N}_1$ فضاء.
- $\left(X\ ,\tau_1,\tau_3\right)$ هو $P-T_1-\mathrm{N}_2$ فضاء ، لكن $\left(X\ ,\tau_1,\tau_3\right)$ ليس $P-T_2-\mathrm{N}_1$ فضاء.
- $\left(X\ ,\tau_2,\tau_3\right)$ هو $P-T_1-\mathrm{N}_3$ فضاء ، لكن $\left(X\ ,\tau_2,\tau_3\right)$ ليس $P-T_2-\mathrm{N}_3$ فضاء.

نتائج البحث :

تم تعريف نوع جديد من مسلمات الفصل وهي مسلمات الفصل النتروسوفيكية الهشة في الفضاء الثنائي وتم دراسة العلاقات بين مسلمات الفصل الجديدة .

المراجع العلميّة

[1]. A. A Salama, F.Smarandache and Valeri Kroumov, 2014,"Neutrosophic crisp Sets and Neutrosophic crisp Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems 2 , 25-30.
[2]. R. Kh. AlHamido and Q. H. Imran, 2017," N-Open Sets and S-Open Sets in Tri-topological Spaces", *University of Babylon* J. for Pure & Appl. Sci., Vol.25, No.5.

[3]. W. Al-Omeri. 2016, "Neutrosophic crisp Sets via Neutrosophic crisp Topological Spaces NCTS", Neutrosophic Sets and Systems, Vol.13, pp.96-104

[4]. K. Atanassov. 1986, "intuitionistic fuzzy sets", fuzzy sets and systems 20, 87-96.

[5]. I. Arokiarani, R. Dhavaseelan, S. Jafari and M. Parimala. 2017,"On Some New Notions and Functions in Neutrosophic Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, Vol.16, pp.16-19.

[6]. K. Atanassov. 1983, "intuitionistic fuzzy sets". in V.Sgurev, ed., Vii ITKRS Session, Sofia (June 1983 central Sci. and Techn. Library, Bulg. Academy of Sciences.

Issue 2 , 39-43.

[7].P. Iswarya, K. Bageerathi. 2016,"On Neutrosophic Semi-Open sets in Neutrosophic Topological Spaces", International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT), Vol.37, No.3, pp.214-223.

[8]. J. C. Kelly, 1963, "Bitopological spaces", Proc. London Math. Soc.,13, 71-89.

[9] رياض الحميدو ،2019 ، "دراسة في الفضاءات متعددة التبولوجيا" ، جامعة البعث .