دراسة في البيان العشوائي: أهميته واستخداماته

آلاء سلامة[1] ، سمير جعفر[2]

ملخص

في ظل ثورة التكنولوجيا والتطور الذي يشهده العالم تزداد المشاكل التي تواجهه في العديد من المجالات الاقتصادية والاجتماعية والاتصالات. كان لنظرية البيان دوراً مهماً في نمذجة العديد من أنواع العلاقات وتمثيل مشاكل العالم الحقيقي ومنها الشبكات. تعد الشبكة مثالاً واضحاً على البيان، وتعتبر عملية دمج نظرية البيان مع الشبكات مسالة مهمة في مجال البحث العلمي. لكن ليست جميع الشبكات تنشأ بشكل منظم فبعض الشبكات تتصف بعدم الانتظام والديناميكية، ما أدى إلى تعريف البيان العشوائي. نظرية البيان العشوائي تقنية تستخدم في علم الرياضيات والحاسوب لتصميم نماذج للشبكات غير المنتظمة، وتتميز بأنها مرنة وسهلة التعديل والتحليل. نقوم في هذا البحث بدراسة البيان العشوائي ومصطلحاته الهامة ونماذجه. اختيار شبكات الاستشعار اللاسلكية كبيئة لعرض كيفية نمذجة البيان العشوائي للشبكات مقارنةً مع نمذجة البيان لشبكات الاستشعار اللاسلكية. التطرق لمشكلة الطاقة في شبكات الاستشعار اللاسلكية وتوضيح الفرق باستخدام الأداتين (البيان والبيان العشوائي) من خلال إجراء مقارنة بين نموذج يقلل من استهلاك الطاقة باستخدام البيان ونموذج للبيان العشوائي اقترحناه سابقاً لنمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية يقلل من استهلاك الطاقة فيها، وإظهار أهمية وفائدة استخدام البيان العشوائي في نمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية.

الكلمات المفتاحية: نظرية البيان، البيان العشوائي، شبكات الاستشعار اللاسلكية، استهلاك الطاقة، النمذجة

[1]phD student, Faculty of science, mathematics department, Damascus university
[2] Assistant professor, faculty of science, mathematics department, Damascus university

A study of random graph: its importance and uses

Alaa Salameh[1], Samir jafar[2]

Abstract

In light of the technology revolution and development the world is witnessing, the problems we are exposed to in many economic, social and communications fields are increasing. graph theory has had an undiminished role in modeling many types of relationships and representing real-world problems, including networks. In Mathematics, a network is an example of a graph the integrating process of graph theory with wireless networks is considered a significant issue in the scientific research filed. But not all the network emerge organize where some ones emerge spontaneously or unorganizely and they develop gradually through time. Random graph theory is a technique used in mathematics and computer science to design models for unorganizely networks. It is characterized by being flexible and easy to modify and analyze. In this research, we present a study on the random graph, its important terms, and models. Choosing wireless sensor networks as environment, random graph modeling of networks compares with graph modeling for wireless sensor networks. identify the power problem in wireless network sensors and comparison between a model that reduces power in wireless sensor networks consumption using a graph and a model for a random graph wireless sensor networks reduces power consumption in them. Demonstrate the importance and usefulness of using random graph in modeling wireless sensor networks.

Keywords: Graph, Random graph, Energy, Modeling, Wireless sensor network

1. مقدمة

يعاني العالم في ظل التكنلوجيا والتطور الذي يشهده من المشاكل في شتى المجالات. أحد اختصاصات الرياضيات التي ظهرت حاجتنا إليها نظرية البيان فكان لها دور غير منقوص وتطبيقات واسعة في العديد من المجالات. تعتبر نظرية البيان أداة نمذجة جيدة للعديد من أنواع العلاقات ويمكن تمثيل العديد من مشاكل العالم الحقيقي بالبيانات. لذلك توجه الباحثين لحل بعض مشكلاتهم باستخدام نظرية البيان. منهم من اعتمد على خصائص البيان ومفاهيمه من أجل إيجاد خوارزمية تشفير جديدة لتشفير البيانات (data) [1] ومنهم من عمل على معالجة الصور من خلال نمذجة المشكلة بالاعتماد على تقسيم البيان إلى عدة بيانات جزئية [2]. بالإضافة إلى نمذجة وتحليل الشبكات باستخدام البيان. تعتبر عملية دمج نظرية البيان مع الشبكات أحد مجالات البحث العلمي النشطة، لكن من المعلوم بأن بعض الشبكات تتصف بعدم الانتظام والديناميكية، ومثال على ذلك هو الإنترنيت الذي بدأ كشبكة صغيرة محدودة النطاق، ثم تطور بشكل تدريجي حتى أصبح شبكة عالمية تتكون من ملايين العقد والأجهزة. ذلك دفع إلى استخدام البيان العشوائي كأداة لدراسة الأنظمة العشوائية في الرياضيات والفيزياء، وتطوير هذه النظرية فيما بعد لتشمل التطبيقات في مجالات متعددة مثل الحوسبة والشبكات وعلم الاجتماع والاقتصاد وغيرها. تعد نظرية البيان العشوائي تقنية تستخدم في علم الرياضيات والحاسوب لتصميم نماذج للشبكات غير المنتظمة، وتتميز بأنها مرنة وسهلة التعديل والتحليل. تعتمد هذه التقنية في تصميم النماذج على إنشاء بيان عشوائي بين العقد الموجودة في الشبكة و

استخدام مجموعة من القواعد الرياضية والإحصائية لإنشاء شبكة غير منظمة. تعتبر نظرية البيان العشوائي نقطة تقاطع بين نظريتي الاحتمال والبيان.

سنعمل في هذا البحث على التعرف على البيان العشوائي ونماذجه ومصطلحاته الهامه ودوره الاساسي في معالجة العديد من المشكلات ومقارنته مع البيان العادي في نمذجة الشبكات واختيار شبكات الاستشعار اللاسلكية كبيئة للمقارنة. شكلت شبكات الاستشعار اللاسلكية ثورة علمية في مجال الاتصالات اللاسلكية والنظم الموزعة، وفتحت المجال أمام ابتكار جيل جديد من التطبيقات في مجالات متنوعة تتعلق بعمليات المراقبة عن بعد لأحداث حسية مختلفة ومتعددة مثل الحرارة والضغط والضوء والصوت وغير ذلك، من خلال أجهزة لاسلكية تدعى بعقد الاستشعار (Sensor Nodes) ومن ثم تقوم بإرسالها لاسلكياً (بالتعاون فيما بينها) إلى عقدة مشتركة تدعى المحطة القاعدية (Base station) [14] . تتميز عقد الاستشعار بأنها منخفضة التكلفة وسهلة النشر وصغيرة الحجم. لكن كغيرها من الشبكات معرضة للأعطال والمشاكل والاختراقات الامنية. ودائما ما نسعى لإيجاد أفضل نموذج يقلل من مشاكل الشبكة. سنقوم ايضاً في هذا البحث بإظهار أهمية استخدام البيان العشوائي كأداة لنمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية من خلال مقارنة نموذج يقلل من استهلاك الطاقة اقترحناه سابقا في الورقة البحثية [15] مع نموذج لشبكات الاستشعار اللاسلكية باستخدام البيان.

2. هدف البحث

يهدف البحث إلى التعرف على نظرية البيان العشوائي ونماذجها وتطبيقاتها وإظهار أهميتها في نمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية وطرقها في حل المشاكل الأساسية فيها من خلال إجراء مقارنة بينها وبين البيان العادي في نمذجة هذا النوع من الشبكات.

3. مواد البحث وطرائقه

سنتطرق بدايةً إلى أهم المفاهيم الأساسية في نظرية البيان ونظرية البيان العشوائي بعد ذلك نتعرف على شبكات الاستشعار اللاسلكية وبعض تطبيقاتها.

3-1-نظرية البيان(Graph Theory)

نظرية البيان هي هياكل رياضية تستخدم لنمذجة العديد من مشاكل الحياة الحقيقية حيث توفر طريقة ملاءمة لتمثيل الكائنات الرياضية[3]، وتتميز البيانات بتوفير رؤية مجردة والقدرة على التعديل والتغير السهل في النظام الحالي.

3-1-1 البيان (Graph)

يتألف البيان G من مجموعة V غير خالية من العناصر تدعى مجموعة العقد، مع مجموعة E كل عنصر منها مؤلف من عنصرين من V، وتدعى هذه العناصر بالأضلاع. لنعرف التطبيق f كالآتي:

$$f: E \to \{(x, y): x, y \in V\}$$

أي إذا كان $e \in E$ ضلعاً، وكانت $x, y \in V$ عقدتين بحيث $f(e) = (x, y)$، عندها فإن الضلع e يربط العقدتين x, y، وندعو العقدتين x, y بطرفي الضلع e.

نسمي الثلاثية المرتبة $G = (V, E, f)$ بياناً. نقول إن الثلاثية (V, E, f) هي بيان منته إذا كانت كل من المجموعتين V و E مجموعة منتهية.

3-1-2 البيان الموجه (Directed Graph)

البيان الموجه هو بيان زودت أضلاعه بسهم يدل على الاتجاه ويرمز للبيان الموجه بالثنائية المرتبة $\vec{D}=(V,\vec{A})$ حيث Vهي مجموعة العقد،A هي مجموعة الأقواس في بعض المراجع.

3-2-نظرية البيان العشوائي

تم تعريف البيان العشوائي لأول مرة من قبل Erdós و Rényi في مقالهما " on random graph" المنشور عام 1959 حيث اقتراح الباحثين ثلاثة نماذج بيانية عشوائية تحت مسمى البيانات العشوائية Erdos-Renyi [5].

3-2-1 البيان العشوائي الموحد (uniform random graph)

البيان العشوائي الموحد هو نموذج رياضي يستخدم لإنشاء شبكات عشوائية باستخدام احتمالات متساوية لربط العقد في الشبكة. ليكن $L_{n,m}$ عائلة كل البيانات المسماة حيث $V = [n] = \{1,2, \dots, n\}$ هي مجموعة العقد و m مجموعة الأضلاع حيث $0 \leq \mathrm{m} \leq \binom{n}{2}$ من أجل كل بيان $G \in L_{n,m}$

$$P(G) = \binom{\binom{n}{2}}{m}^{-1}$$

نبدأ ببيان فارغ على المجموعة [n]، ونقوم بإدخال الأضلاع m بالطريقة $\binom{\binom{n}{2}}{m}$ والخيارات متساوية الاحتمالات. نرمز إلى مثل هذا البيان العشوائي بـ $G_{n,m} = ([n], E_{n,m})$ ونسميه بياناً عشوائياً موحداً.

3-2-2 البيان العشوائي ذي الحدين (binomial random graph)

البيان العشوائي ذو الحدين هو نموذج يستخدم احتمالات مختلفة لربط العقد في الشبكة، حيث يتم اختيار احتمال الربط لكل زوج من العقد بشكل مستقل. ليكن $0 \leq P \leq 1$ و $0 \leq \mathrm{m} \leq \binom{n}{2}$ نخصص لكل بيان G مجموعة عقده [n] و m عدد الأضلاع الاحتمال:

$$\mathrm{P(G)} = P^m (1-P)^{\binom{n}{2}-m}$$

نبدأ في بيان فارغ مع مجموعة عقد [n] ونقوم بـ $\binom{n}{2}$ تجربة برنولي لإدخال الأضلاع بشكل مستقل مع احتمال P. نسمي مثل هذا البيان العشوائي بالبيان ذي الحدين ونشير إليه بـ $G_{n,p} = ([n], E_{n,p})$

3-2-3 البيان العشوائي المعالج (Random Graph Process)

هي عملية توليد البيان بشكل تدريجي، حيث تتم إضافة العقد والأضلاع إلى البيان تدريجيا. ليكن $\{G_n(m): m = 0, \ldots\ldots, \binom{n}{2}\}$ نبدأ هذه العملية بالبيان الفارغ $G_n(0)$ مع n عقدة معزولة أي ليس فيه أضلاع ومن أجل كل خطوه $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$ نحصل على ضلع عشوائي جديد نضيفه للبيان $G_n(m-1)$ لنحصل على البيان $G_n(m)$. يمكن تطبيق عملية البيان العشوائي في مجالات عديدة مثل شبكات الحاسوب والعلوم الاجتماعية والفيزياء.

ملاحظة (1)

تستخدم التوزيعات الاحتمالية في نمذجة البيانات العشوائية لتحديد كيفية توزيع العناصر في البيانات العشوائية. على سبيل المثال يمكن استخدام توزيع برنولي لنمذجة الربط العشوائي بين العقد في شبكة عشوائية. حيث يتم تحديد احتمال الربط بين زوج من العقد كما يمكن استخدام توزيع بواسون لنمذجة عدد الربط في شبكة عشوائية حيث يتم تحديد معدل الربط في الشبكة (عدد الأضلاع). يتم حساب العدد من الصيغة :

$$E = \frac{n(n-1)\lambda}{2}$$

λ هو معدل الاحتمالات أي عدد العقد التي تتم إضافتها في الواحدة الزمنية [4].

3-2-4الديناميكية في البيان العشوائي (Dynamics in random graph)

تتولد نماذج الشبكة المستمرة بدءاً من بعض الشروط الأولية في الوقت t=0 ، تظهر الأضلاع وتختفي في سلسلة من الأوقات الحقيقية، على سبيل المثال شبكة المكالمات الهاتفية يتم إعطاء وقت ومدة كل مكالمة بفرض أن الشبكة تتم مراقبتها في مجموعة من الأوقات المتباعدة t=1,….,T. تكمن الفكرة الأساسية وراء جميع النماذج التي يتم أخذها في الاعتبار هو أن الضلع بين كل زوج عقدة يخضع لعملية ماركوف المستمرة للوقت، وتظهر وتختفي بمعدلات ثابتة، على الرغم من أن المعدلات يمكن أن تختلف من زوج عقد إلى آخر اعتماداً على الخصائص الكامنة المختلفة للعقد.

ليكن لدينا عقدتان في الشبكة وليكن ƛ هو المعدل الذي يظهر فيه الضلع بين هاتين العقدتين. وليكن $\mathcal{M}$ هو معدل اختفاء هذا الضلع. لنرمز لـ $P_1(t)$ و $P_0(t)$ على التوالي لاحتمال وجود ضلع أو عدم وجوده في اللحظة t.

$$P_1(t+dt) = P_1(t) + ƛP_0(t)dt - \mathcal{M}P_1(t)dt$$

$$P_0(t+dt) = P_1(t) - ƛP_0(t)dt + \mathcal{M}P_1(t)dt$$

3-2-5نموذج البيان العشوائي الديناميكي

نعرف النموذج كما يلي:

في اللحظة t يكتسب ضلع كل زوج عقدة غير متصل بضلع باحتمال R ولا يكتسب ضلعاً باحتمال 1-R. بالمثل يختفي كل ضلع موجود باحتمال Q أو لا يختفي باحتمال 1-Q. بعد T خطوة النتيجة هي سلسلة من اللحظات T+1 الممثلة بمجموعة من مصفوفات التجاور A(t) عناصرها $A_{ij}(t)=1$ إذا كانت العقدتين متصلتين بضلع في

اللحظة t و $A_{ij}(t)=0$ خلاف ذلك. بعد وقت طويل $T \to \infty$ يتم إعطاء متوسط احتمال الضلع بين عقدتين من خلال:

$$P = \lambda/(\mathcal{M} + \lambda) = R/(R + Q)$$

يعد هذا النموذج تعميماً ديناميكياً للبيان العشوائي G(n,P) [12].

6-2-3 مصطلحات هامة في البيان العشوائي

للبيان العشوائي العديد من المفاهيم والمصطلحات الاساسية نذكر منها:

1. المكون العملاق (giant component)

المكون العملاق مصطلح يستخدم لوصف الجزء الأكبر من البيان العشوائي الذي يحتوي على العديد من الأضلاع المتصلة مع ببعضها البعض. يمكن استخدام المكون العملاق في دراسة الأخطاء في الشبكة من خلال تحديد العقد الحساسة والروابط الحرجة التي إذا حذفت فإنها تؤدي إلى انهيار المكون العملاق [9]. يتم تحديد المكون العملاق من خلال الطرق الاتية:

- استخدام خوارزميات البحث في العمق أو في العرض لتحديد المجموعة الأكبر من العقد التي تتصل ببعضها البعض ويتم تحديد المجموعة الأكبر كمكون عملاق.
- استخدام خوارزميات الفصل: يمكن استخدام خوارزميات الفصل (clustering algorithm) لتجزئة البيان إلى مجموعات صغيرة من العقد المتصلة ويتم تحديد المجموعة الأكبر كمكون عملاق.

- البحث عن المجموعات الكبيرة والمؤثرة في البيان باستخدام خوارزميات الكشف عن المجتمعات (gommunities algorithm) ويمكن تحديد المجموعة الأكبر كمكون عملاق (giant component).

تختلف الطرق المستخدمة لتحديد المكون العملاق من البيان العشوائي باختلاف الحالة والغرض من الدراسة، يمكن استخدام أكثر من طريقة لتحديد المكون العملاق في البيان.

ملاحظة(2)

من الممكن أن لا يحتوي البيان العشوائي على المكون العملاق.

2. معامل تجميع العقد(clustering coefficient)

معامل تجميع العقد هو متوسط احتمال أن يكون مجاورات عقدة معينة متجاورين لبعضهم البعض. بمعنى آخر هو النسبة بين عدد الروابط الموجودة بين جميع الأزواج من العقد المتصلة مع عقدة محددة وعدد الأضلاع الأقصى بين هذه العقد.

من المحتمل أن يكون معامل تجميع العقد منخفضا بشكل كبير حيث يتم اختيار الأضلاع عشوائيا دون أي ترتيب أو تفضيل للعقد المتصلة بعضها ببعض. بالتالي يعد معامل التجميع مهماً لتقييم مدى تجمع العقد في الشبكة وكيفية تأثير ذلك على سلوك النظام وانتشار الأخطاء وغيرها في الشبكة [10].

3. انتقال الطور(phase transition)

قدم Erdos–Renyi مصطلح انتقال الطور لوصف تغيير كبير في خاصة معينة للبيان العشوائي عندما تتجاوز العتبة P. ويشير المفهوم إلى تغيير حاد في تصرف البيان عندما يتغير معلم النموذج بشكل مستمر.

من الأمثلة المعروفة التي تظهر انتقال الطور هو الترشيح (percolation) تتعامل نظرية الترشيح مع الأسئلة المتعلقة بمرور السائل أو الغاز عبر الوسائط المسامية. لنفترض تم سكب سائل فوق بعض المواد المسامية. هل سيتمكن السائل من شق طريقة من الأعلى إلى الأسفل يمكن نمذجة هذا السؤال رياضياً: كل ضلع بين كل عقدتين في الشبكة يمكن أن يكون مربعاً مفتوحاً يسمح للسائل بالمرور باحتمال p أو مغلقة باحتمال 1–p التمثيل يكون باستخدام بيان عشوائي ذي حدين G(n,p) [11].

4. توزيع الدرجة (degree distribution).

هو احتمال أن يكون لدى عقد عشوائية في الشبكة درجة معينة. يستخدم مصطلح توزيع الدرجة لفهم هيكل الشبكة والعلاقات بين العقد بالإضافة إلى معرفة مقدار الترابط بين العقد في الشبكة والعثور على العقد الأكثر تأثيراً أو المركزية فيها. هذا ما يساعد على فهم سلوك الشبكة وتحليلها.

نظراً لأن وجود كل ضلع في البيان العشوائي هو متغير برنولي مع المعلمة p. فإن درجة العقدة المعطاة هي متغير عشوائي ذو حدين مع المعلمات n–1,p. لذلك ممكن كتابة توزيع الدرجات P(k):

$$P(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

عندما ما يصبح عدد العقد كبيراً يتبع توزيع الدرجة بواسون:

$$P(k) = \frac{((n-1)p)^k e^{-(n-1)p}}{k!}$$

3-2-7أهمية البيانات العشوائية

للبيان العشوائي أهمية في مختلف المجالات نذكر منها:

- التنظيم الاحتمالي المجمع Probabilistic combinatorics (علم في فرع الرياضيات يتعامل مع الاحتمالات عندما يكون هناك مجموعة من الأحداث المحتملة، ويتم حساب الاحتمالات الممكنة لحدوث تركيب معين من هذه الأحداث. تستخدم نظرية البيان العشوائي في (Probabilistic combinatorics) لدراسة الانظمة التركيبية العشوائية والتوزيع الاحتمالي للأحداث فيها.

- يستخدم البيان العشوائي لوصف المسارات المحتملة لانتشار الأمراض المعدية. حيث يتم استخدام نماذج البيانات لتحليل وتوضيح سير انتشار الامراض المعدية وعلاقات الاتصال بين الافراد والاماكن التي يزورونها. يتم ربط العقد بخطوط تمثل مسارات انتقال العدوى بين الافراد.

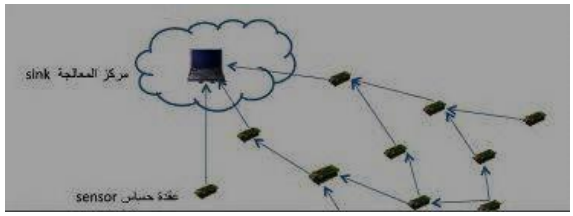
عادة ما يكون من الصعب تحديد البيان بالتفصيل لأن سير انتشار الأمراض المعدية يختلف باستمرار ويمكن أن يتغير بسرعة. لذلك يتم استخدام نموذج البيان العشوائي لتمثيل الانتشار المحتمل للعدوى بشكل عام والتركيز على الخصائص المهمة مثل الكثافة. بالتالي استخدام نماذج البيان العشوائي يمكن أن يساعد في التحليل والتوضيح.

4. النتائج والمناقشة

بعد التعرف على البيان العشوائي ونماذجه سنعرض فيما يلي المقارنة بين البيان والبيان العشوائي وسنختار شبكات الاستشعار اللاسلكية كبيئة لإجراء المقارنة لكن أولاً سنقدم شرحاً بسيطاً عن البيئة المستهدفة.

4-1 بيئة العمل المستهدفة (targeted work environment)

إن بيئة العمل التي يستهدفها البحث هي شبكات الاستشعار اللاسلكية وما دفعنا لاختيار هذه الشبكات هي ميزاتها العديدة كقابلية توسعها بشكل كبير واستقلاليتها بالطاقة وسهولة نشرها وإمكانية تزويدها بأجهزة لتحديد موقعها. بالإضافة لأهميتها وتطبيقها في العديد من مجالات الحياة سواء الأمنية كاكتشاف الحرائق أو التكنولوجية كالمنزل الذكي. إلا أن ما يعيب الشبكات هو أن الطاقة من المواد المحدودة فيها، وفي معظم الأحيان لا يمكن الوصول إليها وتغير بطارية العقدة التي نفذت طاقتها. حيث يشكل العنصر البشري عائقاً، إما لصعوبة تواجده في الأماكن التي توضع فيها هذه الشبكات أو إذا استلزم جمع المعلومات زمناً طويلاً [6]. يوضح الشكل (1) مثال على هذه الشبكات.



الشكل (1) تمثيل شبكات الاستشعار اللاسلكية.

4-1-1 مكونات شبكات الاستشعار اللاسلكية

تتكون شبكات الاستشعار اللاسلكية من عنصرين اساسين هما:

- **عقدة الاستشعار (Sensor node)**

تقوم عقد الاستشعار باستشعار البيانات من العالم المادي، لكن لا يقتصر دورها على جمع البيانات فقط وانما معالجتها ودمج البيانات من عقد الاستشعار الاخرى مع البيانات الخاصة بها. تحتوي عقد الاستشعار وحدات معالجة ونظام اتصال واستشعار وبطارية. لكن ما يعيب هذه العقد هو صغر حجم الذاكرة ومحدودية مخزون الطاقة وقدرتها الحسابية المتوسطة.

- **المحطة الاساسية (Base station)**

تقوم عقد الاستشعار بإرسال البيانات إلى المحطة الاساسية التي تعتبر صلة الوصل بين الشبكة والعالم الخارجي. تعمل المحطة الاساسية على تحليل البيانات وأرسال المعلومات إلى المستخدم عبر الانترنيت. طريقة التواصل بين عقد الاستشعار والمحطة الاساسية تجعل للشبكة بنيتين.

- بنية القفزة الواحدة: يتم فيها اتصال كل عقدة استشعار مع المحطة الاساسية.
- بنية القفزات المتعددة: يتم نقل البيانات من عقدة الاستشعار إلى المحطة الاساسية عبر عقدة وسيطة أو أكثر.

4-2 دراسة مقارنة بين البيان والبيان العشوائي في نمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية

سنجري في الجدول (1) مقارنة بين البيان العشوائي والبيان ضمن معايير درجة العقدة وشكل الشبكة والارتباط بالإضافة إلى الديناميكية. سنعرف أولاً هذه المعايير:

- **شكل الشبكة**

نعمل في هذا البحث على تصنيف الشبكات حسب طريقة نشر العقد إلى نوعين:

شبكات منظمة: وهي الشبكات التي يتم نشرها بشكل منظم ودقيق ويتم تحديد موقع كل عقدة قبل نشرها ويسهل الوصول إلى هذه الشبكات، ع سبيل المثال شبكة المرور شبكات الري الزراعية.

شبكات عشوائية: وهي الشبكات التي يتم نشرها بشكل عشوائي ولا يتم تحديد موقع العقد المنشورة وبعض هذه الشبكات يصعب الوصول إليها.

- **التمثيل البياني**

تستخدم نظرية البيان لتمثيل الشبكات تشير العقد إلى نقاط الشبكة وتشير الأضلاع إلى الاتصالات بين النقاط لكن يختلف شكل البيان الممثل للشبكة حسب طريقة عملها ونشرها. من أنواع البيانات:

- البيان غير الموجه (اصطلح على تسمية البيان غير الموجه بالبيان)
- البيان الموجه
- البيان العشوائي

- **درجة العقدة**

درجة العقدة هي عدد الأضلاع التي ترتبط بالعقدة وتأتي أهمية تحديد درجة العقدة لمعرفة مقدار العمليات التي تقوم بها العقدة من استقبال وإرسال وكمية الطاقة المستهلكة في هذه الحالة وخاصة في الشبكات محدودة الموارد.

5. ارتباط العقد (Node Relationship).

يشير الارتباط في البيان إلى السبب أو الدافع وراء ارتباط العقد مع بعضها البعض على سبيل المثال أن يكون ارتباط العقدة مع العقد التي تقع ضمن نطاق التردد الذي تملكه.

6. الديناميكية(Dynamics).

يشير مصطلح الديناميكية إلى إمكانية حصول التغيير والتعديل على الشبكة المنشورة من زيادة الاتصالات بين النقاط أو اختفاء بعضها بالإضافة إلى زيادة أو نقصان عدد النقاط الأساسية في الشبكة المنشورة.

نوع البيان	شكل الشبكة	التمثيل	درجة العقد	الارتباط	الديناميكية	المشاكل
البيان العادي	شبكة منشوره بشكل محدد	عقد الاستشعار هي عقد البيان يرسم ضلعاً بين كل عقدتين يتم التراسل بينهم ويحدد ذلك بدقة من قبل المستخدم	عدد الاضلاع التي ترتبط بالعقدة	وجود ضلع بين العقدتين إذا أمكن الإرسال بينهما	تتحقق الديناميكية بالنسبة للعقد والأضلاع	يفيد في حل مشاكل الطاقة بالإضافة إلى مشاكل الاتصال والتغطية
البيان العشوائي	يتم النشر عشوائياً للعقد	عقد الاستشعار هي عقد البيان العشوائي ويتم رسم الأضلاع بالاعتماد على احتمال وجود ضلع بين العقدتين	غير معروفة بدقة بل تتبع توزيع بواسون عندما تكون كبيرة	لا يتم معرفة عدد الأضلاع بدقة يتبع الارتباط توزيع برنولي	الديناميكية غالبا ما تتم بالنسبة للأضلاع والاتصال بينها والتعبير عن فقدان العقد من خلال فقدان الاتصال معها	يفيد في المشاكل الأمنية والتسامح مع الأعطال ونمذجة الشبكة المنشورة عشوائياً

على الرغم من ذكرنا بالاعتماد على المراجع العلمية أن استخدام البيان العادي يفيد في حل مشاكل الطاقة لكن ما سنظهره الآن هو أنه عند استخدام البيان العشوائي لحل مشكلة الطاقة حصلنا على نتائج جيدة وأفضل من استخدام البيان العادي. اقترحنا في ورقة بحثية سابقة نموذجاً باستخدام البيان العشوائي لشبكات الاستشعار اللاسلكية يقلل من استهلاك الطاقة في الشبكات المنشورة عشوائياً ونجري مقارنة بينه وبين نموذج مقترح لتقليل استهلاك الطاقة باستخدام البيان.

4-2-1 مشكلة استهلاك الطاقة (Energy Consumption Problem)

تعتبر مشكلة استهلاك الطاقة لشبكة الاستشعار اللاسلكية مشكلة مهمة بسبب علاقتها بنمط حياتها. لذلك تعتمد أجهزة الاستشعار بشكل كبير على المخططات الحديثة لتوفير استهلاكها للطاقة لأن أي استجابة عشوائية لعقد المستشعر سيكون لها تأثير مباشر وسلبي على عمر الأجهزة [13].

4-2-2 النموذج المقترح باستخدام البيان العشوائي

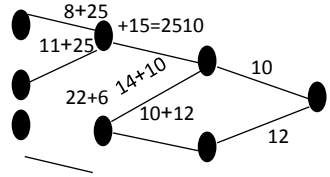
قدمنا في ورقة بحثية سابقة [15] باقتراح نموذج رياضي لنمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية يعمل على تقليل استهلاك الطاقة وإيجاد أفضل المسارات لنقل البيانات (Data) بين العقد. يتم نشر n عقدة استشعار بطريقة عشوائية مع تزويد كل عقدة برقم ووضع المحطة الأساسية في مكان معلوم مسبقاً. تتصف العقد بأنها منشورة عشوائياً وغير متجانسة بالنسبة لنطاق الإرسال والطاقة. يرتكز النموذج المقترح بشكل أساسي على البيان العشوائي الهندسي [8]. بدايةً ليكن $G(V,r_i)$ بيان هندسي عشوائي حيث V هي مجموعة عقد الاستشعار أما r_i هو نطاق الإرسال للعقدة i. سنعرف البيان العشوائي الهندسي في الفضاء ثنائي الابعاد بفرض أن $X_i=(x_i,y_i)$ تشير إلى احداثيات العقدة i في

الفضاء ثنائي الابعاد وليكن $X_j=(x_j,y_j)$ تشير إلى إحداثيات العقدة j في الفضاء ثنائي الابعاد عندئذ وجود ضلع بين العقدتين i و j يكون وفق التالي:

$$f(X_{ij}) = \begin{cases} 1 & \|X_i - X_j\| \le r_i \\ 0 & \|X_i - X_j\| > r_i \end{cases} \quad \text{.....(1)}$$

لتكن k هي المحطة الأساسية نقوم بربط العقد التي تقع المحطة الأساسية ضمن نطاق إرسالها $f(X_{ik})$. نسمي المستوى الأول كل العقد التي ترتبط مع المحطة الأساسية، ثم نبدأ بعقدة i من المستوى الأول ونعتبر أن تلك العقدة هي العقدة المركزية ونربط فيها كل العقد j التي تقع ضمن نطاق إرسالها بشرط ألا لا تكون العقد j من نفس مستوى العقدة i. نتبع نفس هذه الخطوات من أجل كل عقد المستوى الأول وبالتالي كل العقد التي ترتبط مع المستوى الأول تسمى عقد المستوى الثاني وهكذا حتى نشكل جميع المستويات. ننشأ مصفوفة المستويات أسطرها رقم المستوى والأعمده هي أرقام العقد في المستوى. ترتب العقد في المصفوفة بدأً من العقد الأكثر طاقة أولية في المستوى.

نرسم بعد ذلك البيان تحمل أضلاعه أوزان. نبدأ من العقد في المستوى الأول ويوزن كل ضلع بالمسافة بين العقدة والمحطة الأساسية. بعد ذلك ننتقل للمستوي الثاني ويحمل كل ضلع بالمسافة بين العقدتين اللتين ترتبطان فيه جمع له وزن الضلع الذي يربط عقدة المستوى الأول مع المحطة الأساسية. أما في المستوى الثالث نقوم أيضاً بوزن كل ضلع يربط عقدة في المستوى الثالث مع عقدة في المستوى الثاني بالمسافة بين العقدتين ونجمع له أقل وزن ضلع من الأضلاع التي تربط العقدة في المستوى الثاني مع المستوى الأول، كما في المثال الموضح في الشكل 2.



الشكل 2 مثال توضيحي

نكمل بنفس الطريقة لكل المستويات. نسعى للحصول على البيان الأفضل من حيث استهلاك الطاقة. نفرض أن E_j هي طاقة العقدة الأولية وترمز المعادلة 7 إلى استهلاك العقدة مع جميع العقد التي ترتبط فيها:

$$T(j) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{jiq} * N_{jiq} + \varepsilon_{jir} * N_{jir} \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

ε_{jiq} :هو مقدار الطاقة المستهلكة إذا مرت رسالة رد واحده عبر المستشعر j.

ε_{jir} :هو مقدار الطاقة المستهلكة إذا مرت رسالة استعلام واحده عبر المستشعر j.

N_{jiq} :عدد رسائل الاستعلام التي تمر عبر المستشعر j إلى المستشعر i.

N_{jir} :عدد رسائل الرد التي تمر عبر المستشعر j إلى المستشعر i.

تحدد هذه المتغيرات تبعا لكل شبكة أي نزود فيه بدايةً. الآن لنرى إذا كانت العقدة وفق طاقتها الأولية قادرة على الاستمرار في الارتباط مع كل العقد التي ترتبط فيها من خلال العلاقة: $E(j) - T(j)$. نميز الحالات الآتية:

1. الناتج عدد سالب أي الاستهلاك أكبر من الطاقة الأولية للعقدة. هنا يجب تقليل عدد العقد التي ترتبط معهم العقدة.
2. الناتج موجب تحافظ العقدة على ارتباطاتها.

3. الناتج 0 هنا نعمل على حذف ارتباط واحد للعقدة ذلك لمنح العقدة طاقة إضافية.

لمعرفة كم عقدة يجب حذف الارتباط معها نقوم بما يلي:

$$l = \frac{T(j)}{s} \quad \text{.....(3)}$$

حيث l هي الطاقة التي تستهلكها العقدة j في كل مسار، و s هـ عدد العقد التي ترتبط مع العقدة j. بعد ذلك نحدد m عدد العقد التي يمكن لـ j تحملها $m = \frac{E(j)}{l}$. بعد ذلك نقوم بعملية حذف العقد الفائضة من العقدة j والتي عددها $H_j=s-m$. تتم عملية الحذف كما يلي: نبدأ من المستوى الأخير وليكن y. ناخذ أول عقدة من المستوى y من مصفوفة المستوى ولتكن e نحذف H_e من ارتباطاتها مع العقد من المستوى الأقل. حيث يتم أولاً حذف العقد التي ترتبط مع e وأضلاعها موزونة بأكبر مقدار من المسافة مع e. عند تساوي المسافة بين عقدتين والعقدة e نقوم بحذف العقدة ذات الطاقة الأقل ذلك بالاعتماد على مصفوفة المستوى نتبع نفس الطريقة لكل عقد المستوى. ننتقل للمستوى الذي يليه نبدأ بأول عقدة من المستوى نحافظ على ارتباطها مع العقد في المستوى الأعلى، ونتبع نفس الطريقة للحذف من المستوى الأقل. نكرر الخطوات السابقة لكل المستويات ماعدا المستوى الأول فلا نحذف ارتباط أي عقدة مع المحطة الأساسية، لذلك عند نشر العقد نحاول جاهداً أن يتم نشر العقد ذات الطاقة الاعلى عند المحطة الاساسية. بعد الانتهاء من عملية الحذف نشكل مصفوفة التجاور للبيان. بعد ذلك نقوم بوزن العقد بطاقة الاستهلاك لها وفق العلاقة 8:

$$L(j) = \frac{E(j) - \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_{jiq} * N_{jiq} + \varepsilon_{jir} * N_{jir}}{E(j)} \quad \text{.....(4)}$$

قمنا باختيار هذا الشكل بالتحديد لأن النموذج يتركز على معدل فقد العقدة من طاقتها الأولية لنقل الرسائل عندما ما نحسب إجمالي استهلاك الطاقة. ذلك نكون حصلنا على البيان الذي يمثل شبكة منشوره عشوائياً. مع برمجة العقد للارتباط بحيث نحصل على أفضل طاقة استهلاك وأقل المسارات للوصول للمحطة الأساسية.

4-2-3 خوارزمية لتقليل استهلاك الطاقة باستخدام البيان

في [7] تم اقتراح خوارزمية لنمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية المتنقلة تعتمد الخوارزمية على اختيار طبولوجيا محددة أولاً وهي طبولوجيا bus لتوزيع عقد الاستشعار على الخريطة الإلكترونية للمنطقة. يعمل النموذج المقترح باستخدام نظرية البيان على زيادة الكفاءة والأداء العام من خلال تعين المستشعر الأمثل الذي سينتقل إلى منطقة الاستشعار. يتم تحديد أفضل مسار بين المصدر والواجهة وإدخال أجهزة الاستشعار غير النشطة في وضع السكون، وتحديد الموقع المناسب لهذه المستشعرات بناءً على الميزات الهامة ويتم استخراج هذه الميزات من طوبولوجيا شبكة أجهزة الاستشعار اللاسلكية.

4-2-4 المقارنة بآلية عمل النموذجين

سنظهر فيما يلي أهمية وفائدة استخدام البيان العشوائي كأداة لنمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية وتقليله استهلاك الطاقة مقارنة بالبيان العادي .

في النموذج المقترح باستخدام البيان العادي لنمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية ركز النموذج على شبكات منشورة بشكل منظم محددة المواقع وتقيد بطوبولوجيا محددة. اعتمد النموذج على تقليل استهلاك الطاقة من خلال اختيار المستشعر الأمثل الذي سينتقل لمنطقة الاستشعار ذلك بتحديد أفضل مسار وهي المسافة الأقصر ولكن لم يراع النموذج طاقة المستشعر الأولية وتم التركيز فقط على المسافة لاختيار المستشعر المناسب

للانتقال. وتكمن فكرة تقليل الطاقة في النموذج فقط في شبكات الاستشعار المتنقلة ولم يشمل شبكات الاستشعار ذات العقد الثابتة.

أما بالنسبة للنموذج الذي اقترحناه باستخدام نظرية البيان العشوائي هو النموذج الأولي للشبكة لم يقيدنا البيان العشوائي بطوبولوجيا محددة لنشر العقد ويتم نشرها عشوائياً من قبل المستخدم واعتمدنا على الربط بين العقد تبعاً للمسافة بينها باستخدام نموذج البيان العشوائي الهندسي. ويتطرق النموذج إلى الربط الأمثل بين العقد لتقليل استهلاك الطاقة مع مراعاة الطاقة الأولية لكل مستشعر حيث يراعى النموذج عدم التجانس بين طاقات المستشعرات. نلخص ما سبق في الجدول (2).

النموذج باستخدام البيان	النموذج باستخدام البيان العشوائي	
منظم	عشوائياً	نشر العقد
يتقيد بطوبولوجيا محددة	لا يتقيد بطوبولوجيا محددة	طوبولوجيا الشبكة
لا يراعي النموذج طاقة المستشعر الاولية	يراعي النموذج الطاقة الاولية للعقدة المنشورة	الطاقة الاولية للعقد
في حال الحاجة لانتقال المستشعرات إلى موقع محدد. يقوم باختيار المستشعر الذي يملك اقصر مسار للوصول للموقع.	نمذجة الشبكة في بداية النشر واختيار افضل المسارات لانتقال البيانات بمراعاة طاقة كل عقدة.	الطريقة التي يقلل استهلاك الطاقة فيها

الجدول (2) مقارنة بين نموذج البيان العادي ونموذج البيان العشوائي.

5. الاستنتاجات والتوصيات

قدمنا في هذا البحث دراسة تحليلية عن البيان العشوائي وأهم مفاهيمه الأساسية ونماذجه وتطرقنا إلى ديناميكية البيان العشوائي ومصطلحاته وفائدتها في كشف أعطال الشبكة مثل معامل تجميع العقد. اخترنا شبكات الاستشعار اللاسلكية كبيئة أجرينا فيها مقارنة بين نمذجة البيان العشوائي والبيان العادي للشبكات وطريقة عمل كل منهما في حل مشكلة الطاقة في شبكات الاستشعار اللاسلكية. أما مستقبلاً سنعمل على توظيف مصطلحات البيان العشوائي لتطوير النموذج المقترح في [15] لشبكات الاستشعار اللاسلكية والاعتماد على مصطلح المكون العملاق للتسامح مع الأعطال التي تحدث في شبكات الاستشعار اللاسلكية.

المراجع العلمية المستخدمة

[1] AMUDHA, P., SAGAYARAJ, A. C., & SHEELA, A. S. (2018)_ **An application of graph theory in cryptography**. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 119(13), 375-383.

[2] DAHAL, R., GUPTA, R. D., & SAMANTA, D.(2022)_ **Mathematical Model for Image Processing Using Graph Theory**. In Handbook of Research on Mathematical Modeling for Smart Healthcare Systems (pp. 32-51). IGI Global.

[3]BONDY, J. A.(1982)_ ***Graph theory with applications***.

[4] BOLLOBAS, B.(1985)_ **Random Graphs**. Academic Press, London.

[5] VALLIER, T. (2007)_ **Random graph models and their applications**. Centre for Mathematical Sciences, Lund University.

[6] MARTINNCIC, F., & SCHWIEBERT, L.(2005)+ Introduction to wireless sensor networking. **Handbook of sensor networks: Algorithms and architectures**, 1-40.

[7] AMEEN, A. S., ALHEETI, K. M. A., & Aliesawi, S. A. (2020)_ **Employing Graph Theory in Enhancing Power Energy of Wireless Sensor Networks**. *J. Inf. Sci. Eng.*, *36*(2), 323-335.

[8] FERRERO, R., & GANDINO, F. (2017)_ **Analysis of random geometric graph for wireless network configuration**. Tenth International Conference on Mobile Computing and Ubiquitous Network *(ICMU)* (pp. 1-6). IEEE.

[9] JOOS, F., PERARNAU, G., RAUTENBACH, D., & REED, B. (2018)_**How to determine if a random graph with a fixed degree sequence has a giant component**. Probability Theory and Related Fields, 170(1-2), 263-310.

[10] Newman, M. E. (2009)_ **Random graphs with lustering**. Physical review letters, 103(5), 058701.

[11] ZDEBOROVA, L., & KRZAKALAa, F. (2007)_ **Phase transitions in the coloring of random graphs**. Physical Review E, 76(3), 031131.

[12] ZHANG, X., MOORE, C., & NEWMAN, M. E. (2017)_ **Random graph models for dynamic networks**. The European Physical Journal B, 90, 1-14.

[13] REZAEI, Z., & MOBININEJAD, S. (2012)_ **Energy saving in wireless sensor networks**. International Journal of Computer Science & Engineering Survey (IJCSES) Vol, 3, 23-37.

[14] Martincic, F., & Schwiebert, L. (2005)_ **Introduction to wireless sensor networking**. Handbook of sensor networks: Algorithms and architectures, 1-40.

[15]البيان سلامة آلاء، جعفر سمير. (2024). نمذجة شبكات الاستشعار اللاسلكية باستخدام العشوائي، مجلة جامعة دمشق للعلوم الأساسية .تم أخذ الموافقة بتاريخ 2024/1/30 وهوقيد النشر في مجلة العلوم الأساسية.