

## صيغة لطاقة الترابط وفق النموذج الطبقي مع حدود الاقتران و اللاتناظر – واثر المادة المظلمة للنوى المتوسطة $50 < A < 60$

آلاء خضري<sup>1</sup> د. عبد الله رستناوي<sup>2</sup> د. سليمان ديبو<sup>3</sup>

### الملخص

في سعٍ لتجاوز حدود نماذج الكتلة النووية التقليدية، يقدم هذا البحث رؤية لطاقة الترابط النووي اعتماداً على النموذج الطبقي المعدل ببارامترات ازاحة. نقوم هنا بتقديم صيغة نظرية جديدة تنبثق من التوزع الأساسي للنوكليونات في السويات الطاقية، لكننا نعيد هندستها من خلال إدخال بارامترات إزاحة تعكس الاختلاف في القوى النووية المؤثرة نترون-نترون عن القوى الكولونية بروتون-بروتون، مضافة إليها حد الاقتران وحد اللاتناظر المعدلين ولأول مرة، ندمج افتراضاً يتمثل في حد طاقي افتراضي مصمم للكشف عن الأثر المحتمل للمادة المظلمة على استقرار النوى الذرية. بالإضافة إلى ذلك، يكشف نموذجنا عن تقدم نوعي من خلال ثوابت تفاعل ديناميكية للسبين-المدار والعزم المداري، مما يسمح بوصف دقيق غير مسبوق للبنية الدقيقة للسويات. ان صيغة طاقة الارتباط النظرية المقترحة محققاً تطابقاً لافتاً مع طاقات الترابط التجريبية وبانحراف معياري بلغ  $\sigma = 0.007 \text{ MeV}$  للنوى ذات العدد الكتلي  $A = 50 - 60$ . لا يقتصر نجاح هذا العمل على تقديم أداة حسابية فائقة الدقة فحسب، بل يفتح نافذة جديدة من خلال اقتراحه وجود بصمة للمادة المظلمة في قلب النواة. يمهد هذا الطريق لاتجاه بحثي جديد يجمع بين الفيزياء النووية وقلك الجسيمات.

**كلمات مفتاحية:** طاقات الترابط، النموذج الطبقي، حد الاقتران، المادة المظلمة، بارامترات ازاحة ، مدار-سبين.

<sup>1</sup> طالبة دكتوراه في الفيزياء النظرية كلية العلوم جامعة حمص  
<sup>2</sup> قسم الفيزياء بكلية العلوم- جامعة حمص.  
<sup>3</sup> قسم الفيزياء بكلية العلوم- جامعة حمص.

**Formula for Binding Energy in the Shell Model with Coupling  
and Asymmetry Limits – and the Effect of Dark Matter on Medium  
Nuclei  $50 < A < 60$**

Alaa Khodari<sup>4\*</sup>, Dr. Abdullah Rastanawi<sup>5</sup>, Dr. Soleiman Dibo<sup>6</sup>

**Abstract**

In an effort to transcend the limitations of traditional nuclear mass models, this research presents a vision for nuclear binding energy based on a modified shell model with displacement parameters. Here, we introduce a new theoretical formula derived from the fundamental distribution of nucleons in energy levels, but we re-engineer it by introducing displacement parameters that reflect the difference in nuclear forces acting between neutron-neutron and Coulomb forces between proton-proton, in addition to modified pairing and asymmetry terms. For the first time, we incorporate an assumption represented by a hypothetical energy term designed to detect the potential effect of dark matter on the stability of atomic nuclei. Furthermore, our model reveals a qualitative advancement through dynamic spin-orbit and orbital angular momentum interaction constants, allowing for an unprecedented accurate description of the fine structure of energy levels. The proposed theoretical binding energy formula achieves a remarkable agreement with experimental binding energies with a standard deviation of  $\sigma = 0.007$  MeV for nuclei with mass number  $A=50-60$ . The success of this work is not limited to providing an accurate computational tool, but also opens a new window by suggesting the existence of a dark matter signature within the nucleus. This paves the way for a new research direction that combines nuclear physics and particle astrophysics.

---

<sup>4</sup> PhD student in theoretical physic, Department of Physics at -Homs university, Homs, Syria

<sup>5</sup>Scientific Supervisor Professor of Physics, Faculty of Science, Homs University

<sup>6</sup> Co-supervisor Assistant Professor, Physics Department, Faculty of Science, Homs University

Keywords: binding energies, shell model, asymmetry term, dark matter, displacement parameters, orbit-spin.

## 1. مقدمة

تُعدّ طاقة الترابط النووي Nuclear Binding Energy حجر الأساس في فهم استقرار النوى الذرية وتطورها، إذ تعبر عن التوازن بين القوى النووية القوية الجاذبة والقوى الكولونية التنافرية. ويعدّ حساب هذه الطاقة بدقةٍ يشكل تحديًا نظريًا جوهريًا في الفيزياء النووية، بسبب تعقيد التفاعلات بين النوكليونات واعتمادها على تركيب البنيوي للنواة (عدد البروتونات والنيوترونات). تُعد نماذج النووية أدوات أساسية في توصيف طاقة الترابط وتفسير ظواهر متعددة مثل الاستقرار الاستثنائي للنوى "السحرية"، وتشكل الاغلفة النووية، وتحديد حدود الاستقرار النووي (خطوط التقطير drip line). تُعدّ النماذج النووية، وعلى رأسها نموذج قطرة السائل Liquid Drop Model والنموذج الطبقي Shell Model، من الركائز الأساسية في تفسير البنية النووية والتنبؤ بخصائصها الفيزيائية المختلفة. ومع ذلك، ماتزال التحديات التجريبية والنظرية تكشف عن نقائص أساسية في هذه النماذج، خصوصًا عند توصيف النوى الخفيفة، أو السحرية، أو المشوهة هندسيًا. وتكمن المعضلة الأساسية في عجز هذه النماذج على تقديم وصف موحد ودقيق لطاقة الترابط النووي الذي يربط بدقة بين الخصائص المجهرية للنواة والقوى النووية الأساسية المتحكمة في سلوكها.

تُعدّ العلاقة الكتلة النصف-تجريبية [1] [2] المعروفة أيضًا بصيغة بيتّه-فايزساكر Bethe Weizsacker's formula من النماذج الأساسية في الفيزياء النووية لحساب كتل النوى وطاقات ترابطها بدلالة العدد الكتلي والذري. تستند هذه الصيغة الى فرضيات نموذج قطرة السائل الذي وضع أسسه جورج غامو [3] George Gamow، وطوّره جون وويلر John Archibald Wheeler [4] وقدم كارل فون فايزساكر Carl Friedrich von Weizscker صيغته النهائية عام 1935 [5] لاحقًا، طوّر P. Roy Chowdhury النموذج بإضافة مُصطلح انزياح النظائري Isotonic Shift الذي يعكس التغيّرات البنية النووية الناجمة عن تفاعلات بين النوكليونات [6]، وشملت تلك التطويرات نماذج النووية أكثر تقدمًا مثل نموذج القطيرة الكثيف محدود المدى Finite-

Range Droplet Model FRDM هو نموذج كتلة نووي شبه تجريبي متطور، طوره بيتر مولر P. Möller في تسعينيات القرن العشرين [7] يجمع هذا النموذج بين مبادئ نموذج القطيرة الكلاسيكي لوصف التأثيرات لسائل النواة الكلية وتصحيحات نموذج الطبقي النووية) لاستيعاب تأثيرات البنية الدقيقة للنواة، ويمثل تطور نماذج طاقة الترابط النووي انتقالاً تدريجياً من التوصيف الإحصائي الجماعي إلى النمذجة الكمية الفردية. فقد وضع نموذج قطرة السائل Liquid Drop LDM Model الإطار الأولي عبر معادلة الكتلة نصف تجريبية غير أن محدوديته في تفسير الاستقرار الاستثنائي للنوى السحرية أدت إلى ظهور النموذج الطبقي قبل ستينات القرن العشرين على يد ماير Mayer وهاكسل Haxel وجينسن Jensen وسويس Suess في عام 1949 [8]، يعتمد هذا النموذج على سويا نوية منفصلة ومبدأ استبعاد باولي، ويعبر عن طاقة الترابط كمجموع لطاقات السويات الأحادية الجسيم. غير أن إهمال التفاعلات المتبادلة بين النوكليونات يؤدي إلى تقدير مفرط لطاقة الترابط (قيمة أقل سلبية)، ما يكشف محدوديته في المحاكاة الدقيقة. مما دفع بعض الباحثين الى وضع صيغة لطاقة الترابط من خلال الدمج بين النموذج قطرة السائل والتصحيحات الطبقيّة [9].

على الرغم من النجاحات التاريخية للنموذج الطبقي في تفسير البنية الدقيقة للنوى وتفسير النوى السحرية، فإن إخفاقه في تقديم صيغة تحليلية لطاقة الترابط النووي يظل أحد أبرز قيوده. تتوجه هذه الدراسة لتجاوز هذا القيد ليس مجرد باستخدام النموذج القديم، بل من خلال تطويره نوعياً عبر اقتراح صيغة نظرية جديدة تستند إلى مبادئه ولكن مع إدخال حدود تصحيحية معدلة، تشمل هذه الحدود نمذجةً لتفاعل افتراضي مع المادة المظلمة، وهو نهج تطوري يتسق مع الاتجاهات البحثية لإغناء النماذج النووية التقليدية بمكونات فيزيائية جديدة .

## 2. الهدف من البحث

يهدف هذا البحث إلى تطوير صيغة نظرية لطاقة الترابط النووي، مُستمدة مباشرة من مبادئ النموذج الطبقي، لسد الفجوة في نماذج طاقة الترابط الحالية التي تهمل البنية الدقيقة للسويات النووية.

1. اقتراح صيغة تدمج بارامترات إزاحة طاقة تعتمد على العدد الكتلي ، لتمييز السويات الطاقية للبروتونات عن النيوترونات، مع فرضية أن هذه البارامترات ستقل الفروق بين القيم النظرية والبيانات التجريبية بأكثر من 50% مقارنة بالنماذج الأخرى.
2. تحديد حدود تصحيحية ديناميكية مثل
  - تقديم حد لانتاظر المعدل يعتمد بشكل صريح على حالة امتلاء السويات الطاقية الخارجية ، مع فرضية أن هذا سيعيد إيجاد طاقات الترابط للنوى بدقة غير مسبوقة.
  - تطوير حد اقتران لا يعتمد فقط على حالة الزوجية Even-Odd بل أيضاً على عدد النوكليونات في الطبقة التكافؤية Valence Nucleons ، مع فرضية أن هذا يحسن وصف استقرار النوى.
3. التحقق الكمي من دقة النموذج :معايرة واختبار النموذج باستخدام محاكاة حاسوبية مثل ماثكاد وماتلاب على نطاق واسع من النوى المتوسطة مع هدف كمي محدد يتمثل في تحقيق انحراف معياري  $\sigma$  صغير لجعل قيم طاقات الترابط النظرية متوافقة بشكل جيد مع القيم التجريبية.
4. طرح واختبار فرضية بحثية جديدة مفادها أن التفاعل الافتراضي بين النوى وجسيمات المادة المظلمة الخفيفة يمكن نمذجته كحد تصحيحي طاقي ضعيف.

### 3. الدراسة النظرية

#### 1.3 . صيغة طاقة الترابط النووي اعتمادا على النموذج الطبقي

بما أن النموذج الطبقي يتوافق مع التجربة التي تثبت بان النواة مكونة من عدة طبقات وكل طبقة ترتبط بالطبقات الأخرى وتتوزع نوكليونات على كل الطبقات حسب سعة الطبقة، وكل نوكليون على طبقة ما يكون له طاقة ارتباط تتعلق بطاقة السوية. وبالتالي نفترض من الممكن إيجاد علاقة لطاقة الترابط تعتمد على طاقات النوكليونات في السويات النووية. ومن أجل إيجاد هذه العلاقة في هذا البحث تم بداية لاختبار الفرضية قمنا بحساب طاقة السويات الفرعية حسب

العلاقة [10]

$$\varepsilon_{nlj} = \hbar\omega[2(n-1) + l + 3/2] + Dl(l+1) + C \begin{cases} l+1 & j = l - 1/2 \\ -l & j = l + 1/2 \end{cases} \quad (1)$$

حيث  $D$  تمثل هذا هو حد التصحيح المداري تم إدخاله لأن بئر الكمون النووي الحقيقي ليس كبئر المذبذب التوافقي المثالي، بل يشبه أكثر بئر وود-ساكسون و  $C$  تمثل هذا هو حد الاقتران السبيني-المداري (Spin-Orbit Coupling) مع اخذ بعين الاعتبار قيم الثوابت  $C = 20A^{-\frac{2}{3}}, D = 0.1$  الموجودة في المراجع [11] [12] مع مراعاة التوزعات النوكليونات على السويات لكل نواة ثم ضربها بعدد النوكليونات من نوع واحد في كل سوية فرعية حسب العلاقة الاتية

$$E_B = \sum_{i=1}^{N_N} N_i (E_{NState})_i + \sum_{i=1}^{N_Z} Z_i (E_{ZState})_i \quad (2)$$

حيث  $i$  رقم السوية ،  $N_i$  عدد النترونات في كل سوية ، و  $Z_i$  عدد البوتونات في كل سوية ،  $E_{NState}$  طاقة كل سوية تتوزع عليها النترونات ،  $E_{ZState}$  طاقة كل سوية تتوزع عليها البروتونات .

ولكن ان القيم حسب العلاقة (2) لم تتطابق بشكل جيد مع طاقات الترابط التجريبية. ونعلل عدم التطابق لأننا لم تأخذ بالاعتبار تأثير التباعد بين السويات الطاقية (الفجوات)، الذي يؤثر على استقرار النوى. وبناء عليه اضفنا تصحيح على هذا الصيغة السابقة يعتمد على استقرار

النواة فتم الحصول في هذا البحث على العلاقة التالية

$$E_B = \alpha_A \sum_{i=1}^{n_N} (E_{NState})_i + \beta_A \sum_{i=1}^{n_Z} (E_{ZState})_i \\ = E_{BState}(N) + E_{BState}(p) \quad (3)$$

حيث  $\alpha_A$  يمثل بارامتر ازاحة في طاقة السويات النيوترونية وتكون قيمته اكبر لان عدد النيوترونات في النوى اكبر وعمق الكمون للنترونات اكبر من عمق الكمون للبروتونات.  $\beta_A$  يمثل بارامتر ازاحة في طاقة السويات البروتونية وقيمته اصغر بسبب التدافع الكولوني بين البروتونات. أن قيم هذه البارامترات تختلف من النوى لأخرى حسب عدد البروتونات والنيوترونات وتبعاً لتوزعها، ولذلك بسبب ان انتاج السبينات النووية من اجل الاعداد السحرية وفق النموذج الطبقي فان السويات الطاقة النظرية لا تتطابق بشكل كبير مع القيم التجريبية فقمنا بوضع بارامترات ازاحة للسويات وتؤثر على السويات الطاقية الدنيا لان المسافة (التباعد) الطاقية بين هذه السويات كبيرة للتوافق القيم النظرية مع التجريبية

وبالتالي فان صيغة طاقة الترابط تعطى وفق الصيغة التالية

$$E_{B\text{State}}(N) = \alpha_A \varepsilon \left( 0S_{\frac{1}{2}} \right) + \alpha_A \varepsilon \left( 0p_{\frac{3}{2}} \right) + \alpha_A \varepsilon \left( 0p_{\frac{1}{2}} \right) + \varepsilon \left( 0d_{\frac{5}{2}} \right) + \dots \quad (4)$$

$$E_{B\text{State}}(p) = \beta_A \varepsilon \left( 0S_{\frac{1}{2}} \right) + \beta_A \varepsilon \left( 0p_{\frac{3}{2}} \right) + \beta_A \varepsilon \left( 0p_{\frac{1}{2}} \right) + \varepsilon \left( 0d_{\frac{5}{2}} \right) + \dots \quad (5)$$

$$E_{B\text{State}}(N, Z) = E_{B\text{State}}(N) + E_{B\text{State}}(p) \quad (6)$$

حيث  $\varepsilon \left( 0S_{\frac{1}{2}} \right)$  طاقة السوية الفرعية  $0S_{\frac{1}{2}}$ ، وهي تساوي الى  $\varepsilon_{0,0,1/2}$  و  $\varepsilon_{nlj}$  و  $\varepsilon \left( 0p_{\frac{3}{2}} \right)$  طاقة السوية الفرعية  $0p_{\frac{3}{2}}$ ، وهي تساوي الى  $\varepsilon_{0,1,3/2}$  و  $\varepsilon_{nlj}$  و  $\varepsilon \left( 0p_{\frac{1}{2}} \right)$  طاقة السوية الفرعية  $0p_{\frac{1}{2}}$ ، وهي تساوي الى  $\varepsilon_{0,1,1/2}$  و  $\varepsilon_{nlj}$  و  $\varepsilon \left( 0d_{\frac{5}{2}} \right)$  طاقة السوية الفرعية  $0d_{\frac{5}{2}}$ ، وهي تساوي الى  $\varepsilon_{0,2,5/2}$  و  $\varepsilon_{nlj}$ .

ان البارامترات  $\beta_A, \alpha_A$  يمكن ايجادها باستخدام برنامج حاسوبي وهو برنامج ماثكاد Mathcad program، وحيث عدلنا قيم  $C, D$  (وهي مختلفة عن القيم الموجودة عن المراجع) الى ان وصلنا الى تطابق جيد القيم النظرية مع القيم التجريبية .

ان العلاقة النظرية (3) لم تعطي نتائج مطابقة ممتازة مع القيم التجريبية، بسبب البنية المعقدة للنوى وطبيعة القوى التي تؤثر على طاقة الترابط. فمثلا هناك العديد من الظواهر الفيزيائية لم تؤخذ بعين الاعتبار، لتمثيل هذه الظاهرة سوف نضيف حدين تصحيحين على الصيغة السابقة (3) وهما حد اللاتناظر المعدل وحد الاقتران المعدل اللذان يأخذان بعين الاعتبار تأثيرات الطبقات الخارجية على طاقة الترابط.

حد اللاتناظر المعدل:

كما هو معروف يُمثل حد اللاتناظر في صياغة نموذج قطرة السائل [13] للطاقة النووية الأثر الطاقى الناتج عن عدم التماثل في أعداد البروتونات والنيوترونات  $N \neq Z$  يُعزى هذا الأثر أساساً إلى مبدأ استبعاد باولي، يؤدي زيادة عدد أحد نوعي النوكليونات عن الآخر إلى شغل سويات طاقة أعلى في نموذج فيرمي-غاز النواة، بينما تبقى مستويات طاقة أدنى شاغرة للنوع الآخر. يُعبر عن هذا الأثر طاقياً بما يُعرف بطاقة باولي Pauli Energy، نتيجة لهذه الآلية، يُلاحظ أن

طاقة الترابط النووي تتناقص مع زيادة عدم التناظر  $N - Z$  ، كما أن مقدار هذا النقصان يزداد كلما قل العدد الكتلي  $A$  ، نظراً لأن التأثير النسبي لعدم التناظر يصبح أكبر في النوى الأخف. لذلك، يُعبر عن مساهمة حد اللاتناظر في صيغة الطاقة النووية بالعلاقة التناسبية  $\frac{N-Z}{A}$  حيث يمثل  $a_A$  معامل طاقة التناظر.

$$E_{\text{sym}} = a_A \frac{(N - Z)^2}{A}$$

ان هذا الحد يعكس التناظر الكلي في النواة ولا يميز الطبقات الخارجية لذلك نقوم باجراء تعديل عليه باضافة تابع (حد) يتعلق بتوزيع البروتونات والنيوترونات في الطبقات الأخيرة حسب التوزيع الطبقي، مثل عدد النوكليونات في الطبقات الاخيرة غير ممتلئة، وهو تابع يعكس عدم التناظر في عدد النوكليونات في الطبقات الخارجية

$$f_{\text{susy}} = \left[ \frac{|v_p - v_n|}{v_p + v_n + 1} \right]$$

علما ان  $f_{\text{susy}}$  تابع عدم التناظر في عدد النوكليونات في الطبقة الخارجية حيث  $v_p, v_n$  هما عدد البروتونات والنيوترونات في الطبقة الخارجية مثلاً آخر سوية ممثلة جزئياً . ويصبح حد اللاتناظر المعدل له الشكل التالي

$$F_{\text{susy}}(Z, N) = Y \frac{(N - Z)^2}{A} \left[ \frac{|v_p - v_n|}{v_p + v_n + 1} \right] \quad (7)$$

$Y$  بارامتر اللاتناظر، اخذنا بهذا الحد المعدل انشغال لامتناظر للطبقة الخارجية (النوكليونات التكافؤية) ، واللاتناظر الكلي في النواة ككل.

حد الاقتران المعدل:

يُمثل حد الاقتران في نموذج قطرة السائل النووي المساهمة الطاقية الإضافية الناتجة عن استقرار النوى زوجية-زوجية even-even مقارنة بالنوى فردية-زوجية odd-even أو فردية-فردية odd-odd ينشأ هذا الأثر من النزعة الطبيعية لاقتران النوكليونات المتماثلة (بروتون-بروتون أو نيوترون-نيوترون) في حالات ذات عزوم سبينية متعاكسة، مما يعكس تفاعلات الترابط

بين النوكليونات المتماثلة في الغلاف النووي الواحد. في صيغ قطرة السائل التقليدية، يعبر عن هذا الحد بالعلاقة

$$E_{pairs} = \mp a_p A^{-1/2}$$

وتأخذ الإشارة السالبة للنوى زوجية-زوجية (مما يزيد من طاقة الترابط) والموجبة للنوى فردية-فردية (مما يقللها)، بينما يكون مقداره صفراً للنوى فردية الكتلة. لتحسين الدقة التنبؤية للنموذج، خضع حد الاقتران لتطويرات متقدمة، أبرزها في صيغ دولفو-زوكر Duflo-Zuker الشبه التجريبية لكتل النوى تعتمد هذه الصيغ على النموذج الطبقي [14] وتقدم صياغة أكثر تفصيلاً لطاقة الاقتران، مما يسهم بشكل كبير في مطابقة البيانات التجريبية بدقة عالية وفق التالي

$$E_{pairs} = -a_p \frac{\Delta}{A^3} \quad (8)$$

علما ان  $\Delta = 2, 1, 0$  ، من اجل نواة زوجية - زوجية، ونواة فردي- كتلة odd mass ،  
النواة فردية -فردية على التوالي.

تم في هذا البحث بتعديل هذا الحد و اضافته على صيغة طاقة الترابط المقترحة (3) وهو حد تصحيحي سالب ينقص من طاقة الترابط بحيث نحصل على افضل التوافق مع القيم طاقات الترابط التجريبية وفق المعادلة التالية

$$E_{pairs} = \delta A^{-\frac{1}{3}} \quad (9)$$

عند اضافة هذين الحدين تصبح صيغة طاقة الترابط النظرية وهذه الصيغة شاملة للنوى الخفيفة المتوسطة والثقيلة كما يلي

$$E_{Bth, total}(A) = E_{Bstate}(N, Z) - \gamma \frac{(N - Z)^2}{A} \left[ \frac{|v_p - v_n|}{v_p + v_n + 1} \right] - \delta A^{-\frac{1}{3}} \quad (10)$$

#### 4. النتائج

##### 4.1 حساب قيم طاقات الترابط نظرياً وفق الصيغة المقترحة

نحسب قيم طاقات الترابط اعتمادا على صيغة لطاقة الترابط وفق العلاقة (10) من اجل بعض النوى ذات العدد الكتلي  $A = 50$  حتى  $A = 60$  وسوف نكتفي بهذا البحث بهذه النوى ولكن

يمكن تعميم النموذج من اجل كافة النوى

اولا: من اجل حساب عامل الفصل بين السويات الفرعية لهذه النواة  $\hbar\omega$  من اجل كل نواة مدروسة. تعطى علاقة عامل الفصل  $\hbar\omega$  بين هذه سويات الهزاز التوافقي وفق المعادلة التالية [15]

$$\hbar\omega = \sqrt{\frac{2\hbar^2 V_0}{mR^2} - \frac{(Z-1)e^2}{2R^3}} \approx \sqrt{\frac{2\hbar^2 c^2 V_0}{mc^2 R^2}} \quad (11)$$

تم اخذ قيمة عمق الكمون  $V_0 = 50\text{MeV}$  من [16] وهي تمثل القيمة الوسطى لعمق الكمون للبروتونات والنيوترونات تجريبيا ونصف القطر وتعويض فنحصل على الفصل بين السويات  $\hbar\omega$  كما في المرجع [15]

$$\hbar\omega \approx 51.5 A^{-\frac{1}{3}} \approx 10 - 20 \text{ MeV} \quad (12)$$

ثانيا: حساب طاقة السويات الهزاز التوافقي للنوى المدروسة حسب العلاقة

تم في هذا البحث القيام بعملية حوسبة المعادلات اعلاه على برنامج ماثكاد Mathcad program ووضع قيم ثوابت مناسبة من اجل النوى المختارة حيث يكون قيمة بارامترات  $D = -0.98$  و  $C = 0.7$ .

من اجل السوية  $0S_{1/2}$  نعوض  $n = 0$  و  $(j = 1/2)$  حيث  $l = 0$  تكون طاقة سوية للهزاز التوافقي

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,0,1/2} &= \varepsilon 0S_{1/2} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 0 + 3/2] - 0.98 \times l(l+1) + 0.7 \\ &\times (-l) \quad (13) \end{aligned}$$

اما طاقة كل نوكلين في السوية  $0S_{1/2}$  كالتالي

$$\varepsilon N 0S_{1/2} = \frac{\varepsilon 0S_{1/2}}{2}$$

ومن اجل السوية  $0p$  يظهر تأثير لعزم المداري - السبيني فتشطر الى سويتين فرعيتين من اجل السوية  $0p_{3/2}$  و  $0p_{1/2}$  حيث  $n = 0$  و  $j = l + 1/2$  و  $j = l - 1/2$  حيث  $l = 1$  تعطى طاقة الهزاز التوافقي

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,1,1/2} &= \varepsilon 0p_{1/2} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 1 + 3/2] - 0.98 \times l(l+1) \\ &+ 0.7(-l) \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,1,3/2} &= \varepsilon_{0p_{3/2}} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 1 + 3/2] - 0.98 \times l(l+1) \\ &+ 0.7(l+1) \quad (15) \end{aligned}$$

اما طاقة كل نوكلين في السويتين الفرعيتين  $0p_{3/2}$  و  $0p_{1/2}$ ، وفق العلاقتين

$$\varepsilon_{N0p_{1/2}} = \frac{\varepsilon_{0p_{1/2}}}{2}, \quad \varepsilon_{N0p_{3/2}} = \frac{\varepsilon_{0p_{3/2}}}{4}$$

ومن اجل السوية  $0d$  يظهر تأثير لعزم المداري - السبيني فتشطر الى سويتين فرعيتين من اجل السوية  $0d_{5/2}$  و  $0d_{3/2}$  نعوض  $n = 0$  و  $z = l + 1/2$  و  $j = l - 1/2$  حيث  $l = 2$  تعطى طاقة الهزاز التوافقي

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,2,5/2} &= \varepsilon_{0d_{5/2}} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 2 + 3/2] - 0.98l(l+1) \\ &+ 0.7(-l) \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,2,3/2} &= \varepsilon_{0d_{3/2}} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 2 + 3/2] - 0.98l(l+1) \\ &+ 0.7(l+1) \quad (17) \end{aligned}$$

اما طاقة كل نوكلين في السويتين الفرعيتين  $0d_{5/2}$  و  $0d_{3/2}$ ، وفق العلاقتين

$$\varepsilon_{N0d_{5/2}} = \frac{\varepsilon_{0d_{5/2}}}{6}, \quad \varepsilon_{N0d_{3/2}} = \frac{\varepsilon_{0d_{3/2}}}{4}$$

من اجل السوية  $1s_{1/2}$  حيث  $n = 1$  و  $j = l + 1/2$  حيث  $l = 0$  تعطى طاقة الهزاز التوافقي

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,0,1/2} &= \varepsilon_{1s_{1/2}} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 0 + 3/2] - 0.98l(l+1) \\ &+ 0.7(-l) \quad (18) \end{aligned}$$

ان طاقة كل نوكلين في السوية الفرعية  $1s_{1/2}$ ، وفق العلاقتين

$$\varepsilon_{N1s_{1/2}} = \frac{\varepsilon_{1s_{1/2}}}{2}$$

من اجل السوية  $0f$  تشطر الى سويتين فرعيتين  $0f_{5/2}$  و  $0f_{7/2}$  حيث  $n = 0$  و  $j = l + 1/2$  و  $z = l - 1/2$  و  $l = 3$  تعطى طاقة الهزاز للسويتين

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,3,7/2} &= \varepsilon_{0f_{7/2}} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 3 + 3/2] - 0.98l(l+1) \\ &+ 0.7(-l) \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0,3,5/2} &= \varepsilon_0 f_{5/2} \\ &= \hbar\omega[2(n-1) + 3 + 3/2] - 0.98l(l+1) + 0.7(l+1) \quad (20) \end{aligned}$$

ان طاقة كل نوكلين في السويتين الفرعيتين  $0f_{5/2}, 0f_{7/2}$  وفق المعادلتين

$$\varepsilon N 0f_{7/2} = \frac{\varepsilon_0 f_{7/2}}{8}, \quad \varepsilon N 0f_{5/2} = \frac{\varepsilon_0 f_{5/2}}{6}$$

فنحصل على طاقة السويات الفرعية للهزاز التوافقي ونقارنها مع القيم طاقة السويات التجريبية

[17] ، وقيم طاقات السويات المحسوبة لبعض النوى من قبل باحثين اخرين [18] [19] [20]

ثالثا: حساب قيم طاقات الترابط حسب الصيغة النظرية المقترحة وفق العلاقة (10)

فمن اجل نواة  $A = 50$  ،  $Z = 22$  و  $N = 28$  نوزع عدد من البروتونات والنيوترونات على السويات الطاقية ثم نطبق الصيغة طاقة الترابط المقترحة من اجل طاقة ترابط النيوترونات في السويات الطاقية النيوترونية

$$\begin{aligned} E_n &= \alpha_{50}(\varepsilon_0 S_{1/2}) + \alpha_{50}(\varepsilon_0 P_{1/2}) + \alpha_{50}(\varepsilon_0 P_{3/2}) + (\varepsilon_0 d_{5/2}) \\ &\quad + (\varepsilon_0 d_{3/2}) + (\varepsilon_1 s_{1/2}) + (\varepsilon N 0f_{7/2}) \times 8 \end{aligned}$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$\begin{aligned} E_p &= \beta_{50}(\varepsilon_0 S_{1/2}) + \beta_{50}(\varepsilon_0 P_{1/2}) + \beta_{50}(\varepsilon_0 P_{3/2}) + (\varepsilon_0 d_{5/2}) \\ &\quad + (\varepsilon_0 d_{3/2}) + (\varepsilon_1 s_{1/2}) + (\varepsilon N 0f_{7/2}) \times 2 \end{aligned}$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا بالبارامترات الازاحة

$$E_{\text{Bstate}}(N, Z) = E_{\text{Bstate}}(N) + E_{\text{Bstate}}(p)$$

فمن اجل نواة  $A = 51$  ،  $Z = 23$  و  $N = 28$  . من اجل طاقة ترابط النيوترونات في

السويات الطاقية النيوترونية

$$\begin{aligned} E_n &= \alpha_{51} \left( \varepsilon_0 S_{\frac{1}{2}} \right) + \alpha_{51} \left( \varepsilon_0 P_{\frac{1}{2}} \right) + \alpha_{51} \left( \varepsilon_0 P_{\frac{3}{2}} \right) + \left( \varepsilon_0 d_{\frac{5}{2}} \right) + \left( \varepsilon_0 d_{\frac{3}{2}} \right) \\ &\quad + \left( \varepsilon_1 s_{\frac{1}{2}} \right) + \left( \varepsilon N 0f_{\frac{7}{2}} \right) \times 8 \end{aligned}$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية الفرعية

$$\begin{aligned} E_p &= \beta_{51}(\varepsilon_0 S_{1/2}) + \beta_{51}(\varepsilon_0 P_{1/2}) + \beta_{51}(\varepsilon_0 P_{3/2}) + (\varepsilon_0 d_{5/2}) \\ &\quad + (\varepsilon_0 d_{3/2}) + (\varepsilon_1 s_{1/2}) + (\varepsilon N 0f_{7/2}) \times 3 \end{aligned}$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا بالبارامترات الازاحة

$$E_{\text{Bstate}}(N, Z) = E_{\text{Bstate}}(N) + E_{\text{Bstate}}(p)$$

فمن اجل نواة  $A = 52$  ،  $Z = 24$  و  $N = 28$  من اجل طاقة ترابط النيوترونات في

السويات الطاقية النيوترونية

$$E_{\text{Bstate}}(N) = \alpha_{52}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{52}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{52}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 8$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$E_{\text{Bstate}}(p) = \beta_{52}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{52}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{52}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 4$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا

بالبارامترات الازاحة

$$E_{\text{Bstate}}(N, Z) = E_{\text{Bstate}}(N) + E_{\text{Bstate}}(p)$$

فمن اجل نواة  $A = 53$  ،  $Z = 24$  و  $N = 29$  . من اجل طاقة ترابط النيوترونات في

السويات الطاقية النيوترونية

$$E_{\text{Bstate}}(N) = \alpha_{53}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{53}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{53}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 1$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$E_{\text{Bstate}}(p) = \beta_{53}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{53}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{53}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 4$$

فطاقة الترابط النواة هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا

بالبارامترات الازاحة

$$E_{\text{Bstate}}(N, Z) = E_{\text{Bstate}}(N) + E_{\text{Bstate}}(p)$$

فمن اجل نواة  $A = 54$  ،  $Z = 24$  و  $N = 30$  من اجل طاقة ترابط النيوترونات في السويات

الطاقية النيوترونية

$$E_{\text{Bstate}}(N) = \alpha_{54}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{54}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{54}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon 0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 2$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$E_{Bstate}(p) = \beta_{54}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{54}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{54}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 4$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا

بالبارامترات الازاحة

$$E_{Bstate}(N, Z) = E_{Bstate}(N) + E_{Bstate}(p)$$

من اجل نواة  $A = 55$  ،  $Z = 25$  و  $N = 30$  . من اجل طاقة ترابط النيوترونات في

السويات الطاقية النيوترونية

$$E_{Bstate}(N) = \alpha_{55}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{55}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{55}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon 0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 2$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$E_{Bstate}(p) = \beta_{55}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{55}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{55}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 5$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا

بالبارامترات الازاحة

$$E_{Bstate}(N, Z) = E_{Bstate}(N) + E_{Bstate}(p)$$

من اجل نواة  $A = 56$  ،  $Z = 26$  و  $N = 30$  من اجل طاقة ترابط النيوترونات في السويات

الطاقية النيوترونية

$$E_{Bstate}(N) = \alpha_{56}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{56}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{56}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon 0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 2$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية الفرعية

$$E_{Bstate}(p) = \beta_{56}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{56}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{56}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 6$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا

بالبارامترات الازاحة

$$E_{Bstate}(N, Z) = E_{Bstate}(N) + E_{Bstate}(p)$$

من اجل نواة  $A = 57$  و  $Z = 26$  و  $N = 31$  من اجل طاقة ترابط النيوترونات في السويات

الطاقية النيوترونية

$$E_{\text{Bstate}}(N) = \alpha_{57}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{57}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{57}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon 0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 3$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$E_{\text{Bstate}}(p) = \beta_{57}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{57}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{57}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 6$$

فطاقة الترابط مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا

بالبارامترات الازاحة

$$E_{\text{Bstate}}(N, Z) = E_{\text{Bstate}}(N) + E_{\text{Bstate}}(p)$$

من اجل نواة  $A = 58$  و  $Z = 26$  و  $N = 32$  ، من اجل طاقة ترابط النيوترونات في

السويات الطاقية النيوترونية

$$E_{\text{Bstate}}(N) = \alpha_{58}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{58}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{58}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon 0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 4$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية البروتونية

$$E_{\text{Bstate}}(p) = \beta_{58}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{58}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{58}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 6$$

فطاقة الترابط هي مجموع طاقات الربط للنترونات والبروتونات

$$E_{\text{Bstate}}(N, Z) = E_{\text{Bstate}}(N) + E_{\text{Bstate}}(p)$$

من اجل نواة  $A = 59$  ،  $Z = 27$  و  $N = 32$  طاقة الترابط للنترونات في السويات الطاقية

الفرعية

$$E_{\text{Bstate}}(N) = \alpha_{59}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{59}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{59}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon 0f_{7/2}) + (\varepsilon N1P_{3/2}) \times 4$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية الفرعية

$$E_{\text{Bstate}}(p) = \beta_{59}(\varepsilon 0S_{1/2}) + \beta_{59}(\varepsilon 0P_{1/2}) + \beta_{59}(\varepsilon 0P_{3/2}) + (\varepsilon 0d_{5/2}) \\ + (\varepsilon 0d_{3/2}) + (\varepsilon 1s_{1/2}) + (\varepsilon N0f_{7/2}) \times 7$$

صيغة لطاقة الترابط وفق النموذج الطبقي مع حدود الاقتران و اللاتناظر - واثر المادة المظلمة للنوى  
المتوسطة  $50 < A < 60$

فطاقة الارتباط مجموع طاقات الترابط للسويات الفرعية للنترونات والبروتونات مضروبا  
بالبارامترات ما

$$E_{BState} = E_{Bn} + E_{Bp}$$

من اجل نواة  $A = 60$  ،  $Z = 28$  و  $N = 32$  ، طاقة الترابط للنترونات في السويات

الطاقية الفرعية

$$E_{BState}(N) = \alpha_{60}(\epsilon 0S_{1/2}) + \alpha_{60}(\epsilon 0P_{1/2}) + \alpha_{60}(\epsilon 0P_{3/2}) + (\epsilon 0d_{5/2}) \\ + (\epsilon 0d_{3/2}) + (\epsilon 1s_{1/2}) + (\epsilon 0f_{7/2}) + (\epsilon N1P_{3/2}) \times 4$$

من اجل طاقة ترابط البروتونات في السويات الطاقية الفرعية

$$E_{BState}(p) = \beta_{60}(\epsilon 0S_{1/2}) + \beta_{60}(\epsilon 0P_{1/2}) + \beta_{60}(\epsilon 0P_{3/2}) + (\epsilon 0d_{5/2}) \\ + (\epsilon 0d_{3/2}) + (\epsilon 1s_{1/2}) + (\epsilon N0f_{7/2}) \times 8$$

فطاقة الارتباط هي مجموع طاقات الربط للنترونات والبروتونات

$$E_{BState} = E_{Bn} + E_{Bp}$$

الجدول (1): قيم طاقات السويات الفرعية للهزاز التوافقي نظريا للنوكليدات المدروسة مقدرة

ب MeV.

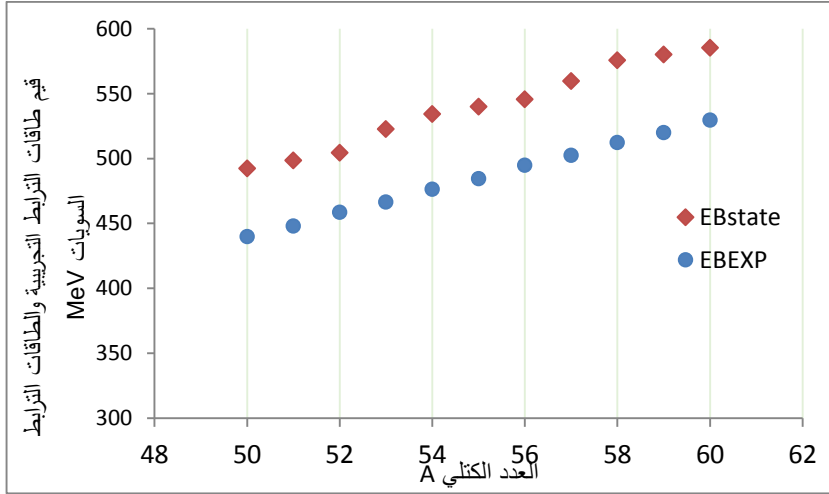
النوى	$\epsilon 0S_{1/2}$	$\epsilon 0P_{1/2}$	$\epsilon 0P_{3/2}$	$\epsilon 0d_{3/2}$	$\epsilon 0d_{5/2}$	$\epsilon 1s_{1/2}$	$\epsilon 0f_{7/2}$
$^{50}_{22}\text{Ti}$	30.33	25.00	47.90	67.0	63.50	70.78	77.15
$^{51}_{23}\text{V}$	30.13	24.83	47.56	66.53	63.03	70.31	76.5
$^{52}_{24}\text{Cr}$	29.94	24.67	47.24	66.08	62.58	69.86	75.9
$^{53}_{24}\text{Cr}$	29.74	24.51	46.92	65.63	62.13	69.41	75.38
$^{54}_{24}\text{Cr}$	29.56	24.35	46.61	65.19	61.69	68.97	74.82
$^{55}_{25}\text{Mn}$	29.37	24.20	46.30	64.77	61.27	68.55	74.27
$^{56}_{26}\text{Fe}$	29.20	24.05	46.00	64.35	60.85	68.13	73.74
$^{57}_{26}\text{Fe}$	29.02	23.90	45.71	63.94	60.44	67.72	73.21
$^{58}_{26}\text{Fe}$	28.85	23.76	45.43	63.55	60.05	67.33	72.71
$^{59}_{27}\text{Co}$	28.69	23.62	45.15	63.16	59.66	66.94	72.21



صيغة لطاقة الترابط وفق النموذج الطبقي مع حدود الاقتران و اللاتناظر - واثر المادة المظلمة للنوى  
المتوسطة  $50 < A < 60$

$^{56}_{26}\text{Fe}$	494.904	545.874	50.9692	$^{57}_{26}\text{Fe}$	502.546	559.7670	57.2206
$^{58}_{26}\text{Fe}$	512.586	575.977	63.3907	$^{59}_{27}\text{Co}$	520.056	580.1890	60.1321
$^{60}_{28}\text{Ni}$	529.6963	585.561	55.8647				

يبين الشكل (1) الفرق بين قيم طاقات الترابط التجريبية (نقاط زرقاء) وقيم طاقات الترابط النظرية للسويات بدون حدود تصحيحية (نقاط مثلثة حمراء) وفق النموذج الطبقي من اجل النوى المبينة في الجدول (3)، من اجل النوى  $A = 50$  وحتى  $A = 60$ .



الشكل (1): طاقات الترابط النظرية (نقط -اكس حمراء) وفق النموذج الطبقي بدون حدود تصحيحية وقيم طاقات الترابط التجريبية (نقاط سوادء) بوحدة MeV.

ان الفرق بين قيم طاقات الترابط النظرية المقترحة للسويات الطبقية وقيم طاقات الترابط التجريبية حوالي 57MeV ، يبين الجدول (3) قيم طاقات الترابط النظرية وفق الصيغة المقترحة وفق العلاقة ومقارنتها مع القيم التجريبية. قد يدل هذا الفرق الى حدين تصحيحين إضافين على الصيغة المقترحة وهما حد اللاتناظر المعدل و حد الاقتران المعدل وقد نفترض ان متوسط طاقة الفرق للنوى يساوي تقريبا حدي التصحيحين للطاقة المضافين الى العلاقة أي من اجل الحصول على طاقة ترابط نظرية  $E_{BThnew}(A)$  قريبة من التجريبية حسب الصيغة

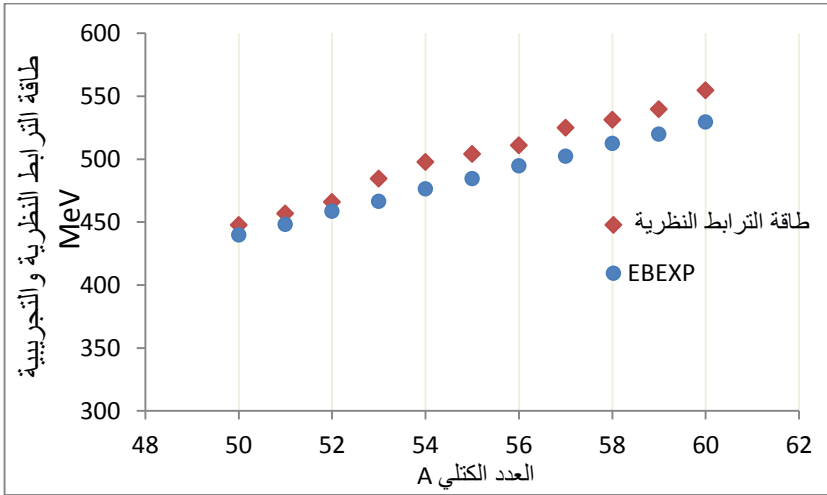
$$E_{BThnew}(A) - E_{Bstate}(N, Z) = +\gamma \frac{(N - Z)^2}{A} \frac{|v_p - v_n|}{v_p + v_n + 1} + \delta A^{-\frac{1}{3}}$$

ونوجد قيمة بارامتر حد اللاتناظر  $Y$  و بارامتر الاقتران  $\delta$  باستخدام برنامج حاسوبي ماتلاب Matlab program، فنحصل على قيمة بارامتر حد الاقتران من  $\delta = 139.47\text{MeV}$  وبارامتر حد اللاتناظر  $Y = 23.76\text{ MeV}$  من اجل النوى  $A = 50$  حتى  $A = 60$

الجدول (4): قيم طاقات الترابط النظرية للصيغة الكلية الجديدة لبعض النوى وفق النموذج الطبقي بعد اضافة قيم طاقة حدي اللاتناظر و الاقتران و مقارنتها مع القيم التجريبية مقدرة ب MeV.

النوى	$E_{Bexp}$	$E_{Nexp}$	$E_{pairs}$	$E_{asymmetry}$	$E_{Bthtotal}$	$E_{Nth}$	$E_{Bthnew} - E_{Bexp}$
$^{50}_{22}\text{Ti}$	440.01	8.80	37.86	11.4	443.375	8.87	0.07
$^{51}_{23}\text{V}$	448.18	8.79	37.61	8.74	452.275	8.87	0.08
$^{52}_{24}\text{Cr}$	458.79	8.82	37.37	5.85	461.347	8.87	0.05
$^{53}_{24}\text{Cr}$	466.73	8.81	37.13	5.6	479.9624	9.06	0.25
$^{54}_{24}\text{Cr}$	476.44	8.82	36.9	4.53	493.093	9.13	0.31
$^{55}_{25}\text{Mn}$	484.61	8.81	36.67	4.05	499.501	9.08	0.27
$^{56}_{26}\text{Fe}$	494.90	8.84	36.45	3.02	506.325	9.04	0.20
$^{57}_{26}\text{Fe}$	502.55	8.82	36.24	3.13	520.4481	9.13	0.31
$^{58}_{26}\text{Fe}$	512.59	8.84	36.03	12.64	527.3649	9.09	0.25
$^{59}_{27}\text{Co}$	520.06	8.81	35.83	8.81	535.571	9.08	0.26
$^{60}_{28}\text{Ni}$	529.70	8.83	35.63	0	549.940	9.17	0.34

يبين الجدول ان القيم طاقات الترابط النظرية أصبحت اكثر توافقاً مع القيم التجريبية بعد اضافة حدي اللاتناظر والاقتران المعدلين. تظهر النتائج انخفاض الانحراف المعياري بين طاقات الارتباط بعد اضافة حدود عن قيم طاقات الترابط التجريبية الى  $\sigma = 0.1\text{ MeV}$  من اجل النوى  $A = 50$  حتى  $A = 60$  مما يؤكد دقة الصيغة المقترحة.



الشكل (2): التطابق بين قيم طاقات الترابط النظرية الجديدة مع حدود تصحيحية (نقط

ـاكس حمراء) مع القيم طاقات الترابط التجريبية (نقط سوداء) بوحدة MeV.

هذا التوافق مع القيم التجريبية ليس تام وذلك بسبب البنية المعقدة للنوى وطبيعة القوى التي تؤثر على طاقة الترابط ووجود حدود تصحيحية اضافية مثل تأثيرات العزم الزاوي الكلي، وغيرها... لم تأخذ بعين الاعتبار

#### 2.4. جسيمات ضعيفة التفاعل ودورها المحتمل في شذوذ الطاقة الرابطة النووية

تبين النتائج اعلاه ان قيمة حد الاقتران لا يكون صفرا من اجل النوى الفردية حيث ان النيوترون او البروتون الفردي الاخير في الطبقات الاخيرة يمكن ان يشكل رابطة اقتران طاقية مع الوسط الخالي المحيط به وكأن هناك جسيم افتراضي في هذا الوسط يحاول ان يختلقه النيوترون او البروتون الفردي الاخير حتى يتوازن طاقيه وهذا الوسط الخالي هو المادة المظلمة [21]، وهذا الجسيم الافتراضي هو احد جسيمات المادة المظلمة الخفيفة الذي يحاول ان يتفاعل مع النيوترون او البروتون الفردي الاخير والتي تؤثر على طاقة ترابط النواة سلبا مما يؤدي الى احتمال تفككها. [22]. [23] نفترض أن النوى ذات الكتلة الفردية (odd-A nuclei) تفقد جزءاً من طاقة ترابطها بسبب تفاعل النوكليون الفردي غير المزدوج (الموجود في الغلاف السطحي) مع جسيمات افتراضية للمادة

المظلمة خفيفة الكتلة ( $\sim \text{keV}/c^2$ ) يتم نمذجة هذا التفاعل السطحي بكمون فعال يشبه كمون يوكاوا وهو كمون تجريبي فعال وليس اشتقاق من نموذج محدد

$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r} \quad (21)$$

$g$  هو ثابت الاقتران الذي يمثل شدة التفاعل الضعيف مع المادة المظلمة.

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_{LDM}c} \quad (22)$$

هو مدى التفاعل، ويعتمد عكسياً على كتلة جسيم المادة المظلمة  $m_{LDM}$ . يؤدي هذا التفاعل إلى تبديد طاقة Energy Dissipation، مما يقلل من طاقة الترابط الكلية للنواة. يمكن ملاحظة هذا الأثر من خلال مقارنة طاقات الترابط المقاسة مع تلك المتوقعة من النماذج النووية القياسية التي لا تأخذ هذا التفاعل في الحسبان. وبالتالي ينقص من طاقة الترابط للنواة وبذلك اقترحنا تابع يشبه تفاعلات يوكاوا يعطى بالمعادلة وبالتالي يمكن اقتراح حد رياضي افتراضي يمثل ب

$$E_{DM} = -\epsilon_{LDM} \frac{(2j+1)}{A^{\frac{2}{3}}} \left( \frac{\rho_{DM}}{\rho_0} \right) e^{-m_{LDM}R} \quad (23)$$

حيث  $\epsilon_{LDM}$  يمثل بارامتر شدة اقتران المادة المظلمة مع نوكلونات الفردية للنواة.  $j$  عزم الدورون او النترون الفردي الاخير،  $\rho_{DM}$  كثافة المادة المظلمة المحلية إذا زادت  $\rho_{DM}$  مثلاً في مناطق مركز المجرة، يزيد تأثير  $E_{DM}$  و  $\rho_0$  كثافة مرجعية للمادة المظلمة من رتبة  $\frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$  [24][25]، و  $m_{DM}$  هي كتلة للجسيم الافتراضي (جسيم خفيف) يشبه جسيم مادة مظلمة من رتبة إذا كانت كبيرة يضعف التفاعل مع النواة إذا كانت جسيمات خفيفة، يصبح التفاعل أطول مدى، و  $R$  نصف قطر النواة [26] يمكن اضافة هذا الحد على العلاقة النظرية لطاقة الترابط وفق الصيغة وتساوي قيمته تقريباً قيمة الفروق الطاقية الناتجة بين قيم طاقات الترابط النظرية وفق الصيغة (10) عن القيم التجريبية وفق الجدول (5)، وتصبح طاقة الترابط النظرية بعد حد اضافة تأثير جسيم مادة مظلمة  $E_{Bthnew}^{DM}$  سالب يعبر عن فقدان طاقة الترابط

$$E_{Bthnew}^{DM} = E_{BThnew}(A) - E_{DM} \quad (24)$$

تم اعتماد  $\rho_0 = 0.4 \frac{\text{GeV}}{c^2}$  المُستقاة من أحدث تحليلات حركة الهالة المجرية باستخدام بيانات Gaia DR4 بالنسبة للكثافة الكونية المتوسطة  $\rho_{DM} = 0.4 \frac{\text{GeV}}{c^2}$  اما النسبة  $\frac{\rho_{DM}}{\rho_0} \cong 1$ .

كلما كانت النسبة اكبر من الواحد تصبح كتلة الجسيم الوسيط الافتراضي صغيرة (خفيفة) قريبة من كتلة جسيم مادة المظلمة. اوجدنا قيمة حاسوبيا عن طريق برنامج ماتلاب فنحصل على قيم التالية

$$\epsilon_{LDM} = 3.567 \times 10^9 \text{ MeV}, m_{DM} = 1107.54 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 1.108 \text{ GeV}/c^2$$

اما مدى تفاعل فيعطى كالتالي

$$\lambda = \frac{\hbar c}{m_{LDM} c^2} \approx 0.178 \text{ fm}$$

بالنسبة للنوى المتوسطة، تظهر النتائج جسيماً ذا كتلة  $m_{DM} = 1107.53 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  يقع ضمن نطاق Weakly Interacting Massive Particles (WIMPs) التقليدي، [27]، مع مدى تفاعل قصير جداً  $\lambda \approx 0.18 \text{ fm}$  يشير إلى تفاعل سطحي حاد مع النوكليونات القشرية، اما تأثير العزم الزواري الكلي بحسب توزيع العزم البرتون او النترون الفردي الاخير  $2j + 1$  يعكس عدد الحالات الكمومية في المستوى الفرعي، فكلما زادت قيمة  $j$ ، زادت مساحة التماس المحتملة بين النوكليون وجسيمات المادة المظلمة مما يزيد احتمال التفاعل، وتتميز بعزم مداري orbital angular momentum أعلى ← زيادة في "انتشار" الدالة الموجية خارج النواة و تقارب طاقي أكبر مع جسيمات المادة مظلمة بسبب زيادة كثافة الحالات ونقوم بحساب قيم طاقات الترابط النظرية بعد اضافة تأثير جسيم مادة المظلمة  $E_{Bthnew}^{DM}$  وخاصة مع اخذ تأثير العزم النوكليون الفردي الاخير في الطبقات الخارجية حيث مع زيادة  $j$  وزيادة التحسن واضحة كما يبين الجدول التالي

الجدول (5): قيم طاقات الترابط النظرية الجديدة وفق النموذج الطبقي بدون تأثير

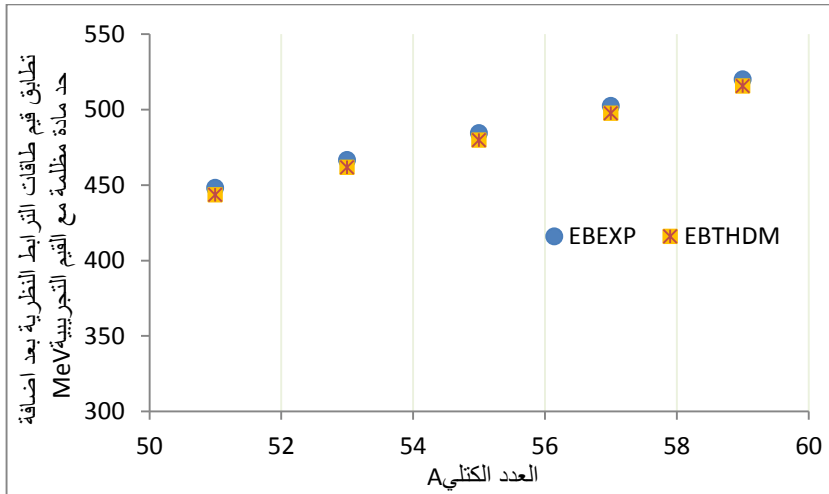
المادة المظلمة ومع تأثير المادة مظلمة ومقارنتها مع القيم التجريبية للنوى الفردية مقدرة

ب MeV.

النوى	$E_{Bexp}$	$E_{Nexp}$	$E_{BThnew}(A)$	$E_{DM}$	$E_{Bthnew}^{DM}$	$E_{Nthnew}^{DM}$	$E_{Nthnew}^{DM} - E_{Nexp}$
${}_{23}^{51}\text{V}$	448.1	8.79	452.27	14.8	443.55	8.697	0.091
	8						

$^{53}_{24}\text{Cr}$	466.7	8.80	479.96	7.21	461.89	8.715	0.091
	3	6		1			
$^{55}_{25}\text{Mn}$	484.6	8.81	499.5	14.0	479.81	8.724	0.087
	1	1		6			
$^{57}_{26}\text{Fe}$	502.0	8.81	520.4	6.86	497.77	8.733	0.083
	6	6					
$^{59}_{27}\text{Co}$	520.0	8.81	535.57	13.4	515.76	8.742	0.072
	6	4		2			

يوضح الشكل (3) المقارنة بين قيم طاقة الربط النظرية وفقاً لنموذج الطبق مع إضافة حدود التصحيح الاقتران واللاتناظر وفق المعادلة (10)، بالإضافة إلى تأثير الجسيم (جسيم المادة المظلمة) المعادلة (24) وقيم طاقة الربط التجريبية من اجل النوى  $A = 50 - 60$



الشكل (3): تطابق قيم طاقات الترابط التجريبية (نقاط زرقاء) وقيم طاقات الترابط النظرية للنواة مع تأثير مادة المظلمة (اكس- برتقالي) من اجل النوى  $A = 50 - 60$  بوحدة MeV. تبين النتائج تحسن عام عند اخذ بعين الاعتبار تأثير تفاعل النوى الفردية مع جسيم مشابه تقريبا لجسيم مادة المظلمة وانخفاض متوسط الخطأ مع تحسن وانحراف معياري لطاقات الارتباط النوعية الوسطى للنوكليون عن القيم التجريبية في النوى وهو  $\sigma = 0.007 \text{ MeV}$  من اجل النوى  $A = 50$  حتى  $A = 60$ .

وتؤكد النتائج أن حد المادة المظلمة المعدل ليس فرضية جريئة فحسب، بل أداة عملية لرفع دقة النماذج النووية، خاصةً عند دمجها مع البنية الطباقية السطحية للنوى فردية الكتلة، ومع ذلك يحتاج هذا الحد اختبارات مستقبلية أعمق للعديد من النوى الفردية الثقيلة والغريبة مثل قياسات طيفية دقيقة للنوى الفردية في تجارب ذات حساسية عالية للتفاعلات غير القياسية واخذ بعين الاعتبار تأثيرات بنوية طبقية أخرى

الجدول (6): الانحرافات المعيارية لصيغ طاقات الارتباط النظرية ووفق النموذج الطبقي عن القيم طاقات الارتباط التجريبية ومقارنتها مع نموذج قطرة السائل ونماذج أخرى مقدر ب MeV.

النماذج	الانحراف المعياري
[28] نموذج قطرة السائل	1.32
النموذج قطرة السائل المعدل [28]	0.977
دولفو- زوكر [29]	0.35
نموذجنا الطبقي المعدل ببارامترات الاراحة	0.007

### 5. المناقشة

يقدم هذا البحث نموذجاً جديداً لحساب طاقة الترابط النووي، مبتعداً عن النماذج التقليدية مثل "نموذج قطرة السائل". الفكرة الأساسية هي حساب الطاقة من خلال "جمع" مساهمات (بروتونات ونيوترونات) الفردية في مداراتها (سويات الطاقة) داخل النواة، ولكن ضمن إطار معدل للنموذج الطبقي، يحسب النموذج الطاقة عن طريق جمع مساهمات البروتونات والنيوترونات الفردية في حالاتها الطاقية وتمت معايرة النموذج والصيغة النظرية حاسوبياً عبر مطابقتها لطاقات الترابط التجريبية لبعض النوى المتوسطة ولكن يمكن تعميمها على النوى المختلفة فوجدنا قيم البارامترات باستخدام برنامج الماتكاد ، السبب في ذلك بان هذه الطريقة للنموذج تسمح بالنقاط التغيرات الدقيقة في البنية النووية الناتجة عن التفاعلات الأساسية بين النوكليونات، خاصة تلك القوى المسؤولة عن:

- إغلاق الغلاف النووي: وهو ما يعطي النوى "سحرية" استثنائية الاستقرار.

• عدم التماثل بين البروتون والنيوترون : قدمنا في هذا النموذج البارامترات بحيث تكون  $\alpha_A > \beta_A$  وهو ما يعكس حقيقة فيزيائية معروفة وهي أن "بئر الكمون" للنيوترونات في النواة أعمق منه للبروتونات. والسبب هو أن البروتونات تنتافر كهربائياً (قوة كولوم) بينما النيوترونات لا تفعل ذلك. هذا يتوافق مع الملاحظات في النوى الغنية بالنيوترونات وسماكة "القشرة" النيوترونية.

### تحسين مفهوم طاقة التماثل والاقتران

طاقة اللاتناظر المعدلة : يربط النموذج طاقة "اللاتناظر" (التي تعكس اختلاف أعداد النيوترونات عن البروتونات) بشكل صريح ببنية الأغلفة النووية. فهو لا يعاملها ككمية مجردة، بل يراعي التفاصيل الدقيقة لأعداد البروتونات والنيوترونات في الأغلفة الخارجية، وهي ميزة تفتقر إليها النماذج التقليدية. هذا يربط طاقة التماثل بالتفاعل المتبقي المهم بين البروتونات والنيوترونات، وهو المحرك الرئيسي لتشكيل الطبقات.

طاقة الاقتران : يقدم النموذج صيغة رياضية جديداً معدلة لوصف طاقة الاقتران بين النوكليونات  $A^{-1/3}$  بدلاً من التبعية التقليدية  $A^{-1/2}$  هذا التعديل له مبرر فيزيائي وهو أن الاقتران هو ظاهرة تسود على سطح النواة، وهو يتوافق مع نماذج نظرية متقدمة أخرى، مما يمنح النموذج واقعية أكبر عبر الجدول الدوري للعناصر.

أكثر جزء افتراضي في البحث هو اقتراح تفسير جديد لسبب وجود "عجز" في طاقة الاقتران في النوى ذات العدد الكلي الفردي  $A$  فردي ، فبدلاً من تفسير هذا العجز بالتفاعلات النووية الداخلية فقط، يقترح البحث أن نيوكليوناً غير مقترن على سطح النواة قد يتفاعل مع جسيمات افتراضية للمادة المظلم التي قد تتخلل البيئة المحيطة، يمكن أن يحدث هذا التفاعل من خلال قوة جذب ضعيفة تشبه قوى "يوكاوا"، بوساطة جسيم المادة المظلمة. ان هذه الفرضية قابلة للاختبار : هذا الاقتراح ليس نتيجة نهائية، بل هو فرضية. صحتها تعتمد على:

- أن تكون قوة الاقتران المفترضة متوافقة مع القيود الكونية والفلكية على المادة المظلمة.
- وجود كثافة محلية غير صفرية للمادة المظلمة في مجرتنا.
- كيفية اختبارها : إذا كانت هذه الفرضية صحيحة، فإنها ستنتج انحرافات طفيفة في طاقات الترابط للنوى فردية -مقارنة بالتنبؤات النموذجية. يمكن الكشف عن هذه الانحرافات من خلال:
- قياسات دقيقة جداً للكثافة - مطياف الكتلة عالي الدقة.

○ دراسة مفصلة للحالات النووية منخفضة الطاقة عبر سلاسل النظائر مختلفة لم نتمكن في دراستها في هذا البحث .

و تتمثل الأهمية الجوهرية لهذا العمل في تطويره لنموذج نظري متقدم لطاقة الترابط النووي يحقق نقلة نوعية على ثلاثة مستويات: أولاً: على المستوى النظري - سد ثغرة أساسية في النمذجة النووية بحيث يقدم هذا البحث حلاً جذرياً لإشكالية تاريخية في النموذج الطبقي الذي لم يقدم صيغة تحليلية نظرية لطاقة الترابط رغم دقته في تفسير البنية الدقيقة للنوى. تم تطوير صيغة لطاقة الترابط بسيطة ومتكاملة تربط بشكل رياضي مباشر بين طاقة الترابط وبنية السويات النووية، مع إدخال معاملات إزاحة طاقة تعتمد على العدد الكتلي لتمييز سويات البروتونات عن النيوترونات وإدخال حدود تصحيحه كحد اقتران واللاتناظر المعدل وحد المادة المظلمة.

**ثانياً:** على المستوى الحسابي - تحقيق دقة غير مسبوقة في التنبؤ بحيث يحقق النموذج المقترح دقة تنبؤية عالية تجسدت في دقة التطابق صيغة طاقة الترابط النظرية مع القيم التجريبية وانحراف المعياري صغيرة  $\sigma = 0.007 \text{ MeV}$ ، أكثر تطابقاً من صيغة طاقة الترابط نموذج قطرة السائل الذي تحقق انحرافاً معياراً مقداره  $\sigma = 1.32 \text{ MeV}$

**ثالثاً:** على المستوى التطبيقي - إمكانيات واسعة في الفيزياء النووية والجديدة مستقبلاً يفتح النموذج آفاقاً جديدة في الفيزياء النووية الفلكية من خلال تقديم أداة دقيقة لحساب طاقات الترابط للنوى في العمليات النجمية من أجل النوى الغريبة ، حيث يمثل الحد التصحيحي المتعلق بالمادة المظلمة إسهاماً مبتكراً في نمذجة التفاعلات النووية خارج النموذج المعياري، ويقدم إطاراً نظرياً قابلاً للاختبار للتفسير المحتمل لبعض الشذوذات التجريبية.

هذه الإسهامات المتعددة المستويات تجعل من النموذج المقترح أداة قيمة في التطبيقات النووية المختلفة، وتضع أساساً لمنهجية جديدة في نمذجة الخصائص النووية الأساسية ويمكن تعميمها في أبحاث أخرى لدراسة كل النوى ذات أعداد كتلية مختلفة.

## 6. الاستنتاجات

- ✓ يقدم هذا البحث نموذجًا طبقياً معدلاً مُعزَّزاً بمعاملات إزاحة، يُمكن من حساب طاقات الربط النووي بدقة عالية من خلال جمع الطاقات المباشرة للسويات النووية التي تشغلها النوكليونات. يعتمد هذا الإطار النظري الجديد على ثلاثة حدود تصحيحية محسّنة: طاقة عدم التناظر المعدلة، وطاقة الاقتران المعدل، إلى جانب حد جديد يمثل تفاعلاً افتراضياً مع جسيمات المادة المظلمة
- ✓ أظهرت صيغة طاقة الربط المُقترحة توافقاً كمياً ملحوظاً مع القيم التجريبية من أجل النوى المتوسطة ولكن تعميمها على جميع النوى، مما يؤكد متانة الأسس النظرية للنموذج وقدرته التفسيرية.
- ✓ تطور غير متناظر لعمق الكمون النووي : مثلت المعاملات  $\alpha_A$  و  $\beta_A$ ، المعتمدة على العدد الكتلي، تقدماً نوعياً. فهي توفر، لأول مرة، مقياساً كمياً يحاكي التطور غير المتماثل لعمق بئر الكمون النووي للبروتونات مقابل النيوترونات، خاصة في النوى الغنية بالنيوترونات، حيث يصبح هذا التأثير بالغ الأهمية.
- ✓ سد الفجوة في النوى شبه السحرية: نجح النموذج في سد الفجوة النظامية بين التنبؤات النظرية والملاحظات التجريبية للنوى شبه السحرية، والتي كانت تمثل تحدياً للنماذج السابقة. وقد تحقق ذلك من خلال عاملين مبتكرين: الأول الذي يراعي اللاتناظر في الطبقات الخارجية، والثاني الذي يقدم وصفاً رياضياً دقيقاً لطبيعة الاقتران السطحي.
- ✓ شذوذ إحصائي وإبحاءات فيزيائية جديدة: كشف التحليل عن وجود شذوذ إحصائي واضح في طاقات الربط للنوى فردية-فردية ذات عزوم زاوية عالية. يدعو هذا الشذوذ إلى طرح فرضية قابلة للاختبار تشير إلى احتمال تفاعل النوكليونات السطحية في هذه الحالات الخاصة مع جسيمات المادة المظلمة ذات الاقتران الضعيف.

## 7. المراجع

- [1] Pinedo-Vega, J. L., Ríos-Martínez, C., Talamantes-Carlos, M. P., Mireles-García, F., Dávila-Rangel, J. I., & Badillo-Almaraz, V. (2016). Semi-empirical nuclear mass formula: Simultaneous determination of 4 coefficients. *Asian Journal of Physical and Chemical Sciences*, 1(2), 1-10.
- [2] Vahid, M. M. A., Mohsen, M., & Bagher, A. M. (2016). Estimation of semi-empirical mass formula coefficients. *Bull. Adv. Sci. Res.*, 2, 01.
- [3] Gamow, G. (1930). Mass defect curve and nuclear constitution. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 126(803), 632-644.
- [4] Wapstra, A. H. (1958). Atomic masses of nuclides. In *External Properties of Atomic Nuclei/Äussere Eigenschaften der Atomkerne* (pp. 1-37). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- [5] Weizsäcker, C. V. (1935). Zur theorie der kernmassen. *Zeitschrift für Physik*, 96(7), 431-458.
- [6] Chowdhury, P. R., Samanta, C., & Basu, D. N. (2005). Modified Bethe–Weizsäcker mass formula with isotonic shift and new driplines. *Modern Physics Letters A*, 20(21), 1605-1618.
- [7] Möller, P., Myers, W. D., Sagawa, H., & Yoshida, S. (2012). New finite-range droplet mass model and equation-of-state parameters. *Physical Review Letters*, 108(5), 052501.
- [8] Mayer, M. G. (1949). On closed shells in nuclei. II. *Physical Review*, 75(12), 1969.
- [9] Myers, W. D., & Swiatecki, W. J. (1966). Nuclear masses and deformations. *Nuclear Physics*, 81(1), 1-60.

- [10] Vijay Kumar, .2014. Nuclear shell model and Spin-Orbit Interaction, Journal and Advances in Science and Technology, Vol.VII, Issue No XIII
- [11] Richter, W. A., Van Der Merwe, M. G., Julies, R. E., & Brown, B. A. (1991). New effective interactions for the 0f<sub>7/2</sub> shell. Nuclear Physics A, 523(2), 325-353..
- [12] Mayer, M. G. (1950). Nuclear configurations in the spin-orbit coupling model. i. empirical evidence. Physical Review, 78(1), 16..
- [13] Benzaid, D., Bentriddi, S., Kerraci, A., & Amrani, N. (2020). Bethe–Weizsäcker semiempirical mass formula coefficients 2019 update based on AME2016. *Nuclear Science and Techniques*, 31(1), 9.
- [14] Barbero, C., Hirsch, J. G., & Mariano, A. (2012, October). The master term in Duflo-Zuker inspired mass formulas. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1488, No. 1, pp. 162-171). American Institute of Physics.5.
- [15] Brown, B. A. (2005). Lecture notes in nuclear structure physics. National Super Conducting Cyclotron Laboratory, 11(1834), 1835.
- [16] V. Zagrebaev, “NRV Nucl. Map”, [Online]. Available: <http://nrv.jinr.ru/nrv/>
- [17] Honma, M., Otsuka, T., Mizusaki, T., & Hjorth-Jensen, M. (2009). New effective interaction for f 5 pg 9-shell nuclei. Physical Review C—Nuclear Physics, 80(6), 064323.
- [18] Alhoulami, N. G. (2024). New approach for calculating nuclear binding energies of nickel isotopes 57-78Ni28 by using the Shell Model. *Thamar University Journal of Natural & Applied Sciences*, 9(2), 1-5.
- [19] “National Nuclear Data Center,” *Choice Rev. Online*, vol. 50, no.

- 04, pp. 50-2122-50–2122, 2012, doi: 10.5860/choice.50-2122.
- [20] Volya, A., & Tchuvil'sky, Y. M. (2015). Nuclear clustering using a modern shell model approach. *Physical Review C*, 91(4), 044319.
- [21] Arcadi, G., Döring, C., Hasterok, C., & Vogl, S. (2019). Inelastic dark matter nucleus scattering. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(12), 053.
- [22] Fornal, B., Grinstein, B., & Zhao, Y. (2020). Dark matter capture by atomic nuclei. *Physics Letters B*, 811, 135869.
- [23] Trevisani, N. (2019). YSF-Search for dark matter produced in association with a Higgs boson decaying to a pair of W bosons at CMS (No. CMS-CR-2019-049).
- [24] Guo, R., Liu, C., Mao, S., Xue, X. X., Long, R. J., & Zhang, L. (2020). Measuring the local dark matter density with LAMOST DR5 and Gaia DR2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 495(4), 4828-4844.
- [25] Ferreira, E. G. (2021). Ultra-light dark matter. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 29(1), 7.
- [26] Coleppa, B., Loho, K., & Sarkar, A. (2024). Multicomponent scalar dark matter with an extended Gauge sector. *The European Physical Journal C*, 84(2), 144.
- [27] Roszkowski, L., Sessolo, E. M., & Trojanowski, S. (2018). WIMP dark matter candidates and searches—current status and future prospects. *Reports on Progress in Physics*, 81(6), 066201.
- [28] Royer, G. (2008). On the coefficients of the liquid drop model mass formulae and nuclear radii. *Nuclear Physics A*, 807(3-4), 105-118.
- [29] Duflo, J., & Zuker, A. P. (1995). Microscopic mass formulas. *Physical Review C*, 52(1), R23.