مجلة جامعة حمص

سلسلة العلوم الأساسية

مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 48 . العدد 1

1448 هـ - 2026 م

الأستاذ الدكتور طارق حسام الدين رئيس جامعة حمص **المدير المسؤول عن المجلة**

أ. د. وليد حمادة	**رئيس تحرير مجلة جامعة حمص للعلوم الإنسانية**
د.نعيمة عجيب	**رئيس تحرير مجلة جامعة حمص للعلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية**

د.محمد فراس رمضان	عضو هيئة التحرير
د. مضر سعود	عضو هيئة التحرير
د. ممدوح عبارة	عضو هيئة التحرير
د. موفق تلاوي	عضو هيئة التحرير
د. طلال رزوق	عضو هيئة التحرير
د. أحمد الجاعور	عضو هيئة التحرير
د. الياس خلف	عضو هيئة التحرير
د. روعة الفقس	عضو هيئة التحرير
د. محمد الجاسم	عضو هيئة التحرير
د. خليل الحسن	عضو هيئة التحرير
د. هيثم حسن	عضو هيئة التحرير
د. أحمد حاج موسى	عضو هيئة التحرير

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة حمص

سورية . حمص . جامعة حمص . الإدارة المركزية . ص . ب (77)

. هاتف / فاكس : 2138071 31 963 ++

. موقع الإنترنت : www.homs-univ.edu.sy

. البريد الالكتروني : journal.homs-univ.edu.sy

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة حمص

الأوراق المطلوبة:

- 2 نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
- طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
- **اذا كان الباحث طالب دراسات عليا:**

يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقته على النشر في المجلة.

- **اذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:**

يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.

- **اذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :**

يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.

- **اذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :**

يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.

- **يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):**

عنوان البحث . . ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).

1- مقدمة

2- هدف البحث

3- مواد وطرق البحث

4- النتائج ومناقشتها .

5- الاستنتاجات والتوصيات .

6- المراجع.

- **يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب – الاقتصاد– التربية – الحقوق – السياحة – التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):**
- عنوان البحث . . ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).

1. مقدمة.
2. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
3. أهداف البحث و أسئلته.
4. فرضيات البحث و حدوده.
5. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
6. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
7. منهج البحث و إجراءاته.
8. عرض البحث و المناقشة والتحليل
9. نتائج البحث.
10. مقترحات البحث إن وجدت.
11. قائمة المصادر والمراجع.

7- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:

أ- قياس الورق 17.5×25 B5.

ب- هوامش الصفحة: أعلى 2.54- أسفل 2.54 – يمين 2.5- يسار 2.5 سم

ت- رأس الصفحة 1.6 / تذييل الصفحة 1.8

ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس 20

ـ كتابة النص Simplified Arabic قياس 13 عادي ـ العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس 13 عريض.

ج . يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى 12سم.

8- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.

9- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.

10- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة

11- تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [1] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام وورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:

آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة ـ الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة ـ سنة النشر ـ وتتبعها معترضة (–) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة ـ دار النشر وتتبعها فاصلة ـ الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة.

وفيما يلي مثال على ذلك:

–MAVRODEANUS, R1986– **Flame Spectroscopy**. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

ـــ بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة ـــ المجلد والعدد (كتابة مختزلة) وبعدها فاصلة ـــ أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة.

مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases **Clinical Psychiatry News** , Vol. 4. 20 – 60

ج. إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و التقيد بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة حمص

1. **دفع رسم نشر (50000) ل.س أربعون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.**
2. **دفع رسم نشر (200000) ل.س مئة الف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .**
3. **دفع رسم نشر (200) مئتا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .**
4. **دفع مبلغ (15000) ل.س ستة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.**

المحتوى

اسم البحث	اسم الباحث	الصفحة
دراسة تقريب لتابع زيتا الريماني في فضاء التوابع القابلة للمكاملة وفضاء التوابع القابلة للمكاملة تربيعاً	د. الاء أبو العينين	30-11
بصريات الحبيبات الصغيرة تبعثر Mie	د. حيدر حسن المصطفى	52-31
الحقول المتجهة المتقاربة في فضاء ريمان الخاص(K- فضاء) .	د. محسن شيحة	66-53
حساب قيم الجرعات الممتصة في الرحم وبعض الأعضاء المحيطة به خلال مراحل الحمل الثلاثة باستخدام CT SCAN	رزان سلوم أ.د. عبد الهادي صوفان	89-67

دراسة تقريب لتابع زيتا الريماني في فضاء التوابع القابلة للمكاملة وفضاء التوابع القابلة للمكاملة تربيعاً

اعداد : د. الاء ابو العينين

ملخص

قمنا في هذه المقالة بدراسة تقريب لتابع زيتا الريماني المُعرف في المقالة [5] في الفضائين $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$، حيث أن هذا التقريب هو تعديل وتحسين للتقريب المُعرف في المقالة [1]، حيث تمت الدراسة في المقالة [5] في الفضاء $\mathrm{C}(D_m)$.

ووجدنا بالنتائج العددية أن التقريب المُعرف في المقالة [5] يُعطي نتائج أفضل من التقريب المُعرف في المقالة [1] في الفضائين $L^2(D_m)$ و$L^1(D_m)$، وقمنا أيضاً بدراسة الخطأ النسبي في الفضاءات $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$ و $\mathrm{C}(D_m)$ ومقارنة النتائج لنجد أن التقريب في الفضاء $L^2(D_m)$ هو الأفضل. وقمنا بحساب جميع النتائج العددية وبناء الخوارزميات باستخدام البرنامج الحاسوبي Wolfram Mathematica 10.0.

الكلمات المفتاحية: تابع زيتا الريماني، المستقيم الحرج، تقريب كسري، فضاء التوابع المستمرة، فضاء التوابع القابلة للمكاملة، فضاء التوابع القابلة للمكاملة تربيعياً.

An approximation of the Riemannian zeta function in the integrable functions space and the quadratically integrable functions space

Abstract

In this article, we study an approximation of the Riemannian zeta function defined in [5] in the two spaces $L^2(D_m)$ and $L^1(D_m)$, This approximation is a modification and improvement of the approximation defined in [1].

The study the space $C(D_m)$ in [5] and we found with numerical results that the approximation defined in [5] gives better results than the approximation defined in [1] in the two spaces $L^2(D_m)$ and $L^1(D_m)$. We also study the relative error of the spaces $L^2(D_m)$ and $L^1(D_m)$ and $C(D_m)$, and compare the results to find that the approximation in the space $L^2(D_m)$ is the best. We calculated all numerical results and built algorithms using Wolfram Mathematica 10.0.

Keywords: Riemann zeta function, critical line, rational approximation, the continuous functions space, the integrable functions space, the quadratically integrable functions space.

1_مقدمة

عرفت المقالة [1] متتالية من التوابع الكسرية المتقاربة موضعياً بانتظام لتابع زيتا الريماني، وقد لوحظ من الحسابات العددية أن هذه المتتالية تتقارب بشكل بطيء عند ازدياد مرتبة التقريب، بالإضافة إلى أن طول مجال التقارب على المستقيم الحرج الذي يحوي أصفار التابع زيتا صغير جداً، وقدمت المقالة [5] تعديلاً للتقريب السابق، ليعطي نتائج تقريبية أفضل وفي مجال أكبر على المستقيم الحرج، حيث تمت المقارنة عددياً بين نتائج المتتالية المعرفة في المقالة [1] و التعديل المعرف في المقالة [5] في فضاء التوابع المستمرة.

قمنا في هذه المقالة بدراسة التقريب المُعرف في المقالة [5] في فضاء التوابع القابلة للمكاملة تربيعياً $L^2(D_m)$ وفضاء التوابع القابلة للمكاملة $L^1(D_m)$ (اللذان لهما دوراً مهماً في دراسة العديد من مجالات الرياضيات والفيزياء)، ووجدنا أن التقريب المُعرف في المقالة [5] يُعطي أيضاً نتائج عددية أفضل من التقريب المُعرف في المقالة [1] وذلك عند دراسة الخطأ وفق النظيم في الفضائين السابقين.

وقمنا أيضاً بدراسة الخطأ النسبي للتقريب المُعدل في المقالة [5] في الفضاءات $C(D_m)$ و $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$ بهدف المقارنة بين النتائج، ووجدنا أن الخطأ في الفضاء $L^2(D_m)$ هو الأقل، ومنه التقريب في الفضاء $L^2(D_m)$ هو الأفضل.

حيث D_m هو مجال التقارب في المستقيم الحرج و m مرتبة التقارب.

2_ هدف البحث

نظراً لوجود العديد من خواص تابع زيتا الريماني التحليلية مجهولةً او بدون برهان، بالإضافة لوجود العديد من المسائل المفتوحة حول تابع زيتا الريماني، فإن إيجاد تقريب لتابع زيتا الريماني بتابع مألوف يُعدّ خطوة هامة في معرفة خصائص التابع في المستوي العقدي وبشكل خاص عند المستقيم الحرج.

3_تعاريف ومفاهيم أساسية:

3_1_تابع زيتا الريماني [2]

يُعرف تابع زيتا الريماني أو تابع إيتا ديرخليه كما يلي:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^s} \quad ; s \in \mathbb{C}$$

وتتقارب المتسلسلة بالإطلاق عندما $\mathrm{Re}(s) > 1$.

وتمكن ريمان من تعريف تمديد تحليلي لتابع زيتا على كامل المستوي العقدي ما عدا النقطة $s = 1$ (التي تمثل قطباً بسيطاً لـ ζ) كما يلي:

$$\zeta(s) = \frac{\pi^{\frac{s}{2}}}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}\left(\frac{1}{s(s-1)} + \int_1^{+\infty}\left(x^{\frac{s}{2}-1} + x^{-\frac{s}{2}-\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\vartheta(x)-1}{2}\right)dx\right)$$

حيث ϑ هو تابع تيتا جاكوبي المعرف كما يلي:

$$\vartheta(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-n^2\pi x}$$

وΓ هو تابع غاما العقدي.

والتمديد تابع تحليلي على C مع وجود أقطاب بسيطة عند النقاط الصحيحة غير الموجبة $s = 0, -1, -2, \ldots$.

وأثبت ريمان أيضاً العلاقة التالية:

$$\zeta(s) = 2^s\pi^{s-1}\sin\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(1-s)\zeta(1-s); \quad s \in C/\{1\}$$

والتي تسمى بالمعادلة التابعيّة لتابع زيتا الريماني.

3_2_ أصفار تابع زيتا الريماني [2]

لندرس حلول المعادلة التالية:

$$\zeta(s) = 0\ ;\ s \in C/\{1\}$$

1_اذا كان $\mathrm{Re}(s) > 1$ فإن $\zeta(s) \neq 0$.

2_اذا كان $\mathrm{Re}(s) < 0$، نجد من المعادلة التابعيّة ما يلي:

بما أن $\mathrm{Re}(s) < 0$ فإن $\mathrm{Re}(1-s) > 1$ ومنه $\zeta(1-s) \neq 0$

ولدينا أيضاً $2^s\pi^{s-1}\Gamma(1-s)$ لا تقبل أصفاراً، ومنه:

$$\sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow s = -2k \ \ , \ \ k \in N^*$$

ومنه فإن تابع زيتا الريماني ينعدم عند النقاط الزوجية السالبة $-2, -4, -6, -8, \ldots$ وتسمى أصفاراً بديهية لتابع زيتا الريماني لأنها تنتج بسهولة.

3_ من أجل المجال $0 \leq \mathrm{Re}(s) \leq 1$، تم إثبات أن تابع زيتا الريماني لا ينعدم عندما $\mathrm{Re}(s) = 1$ وعندما $\mathrm{Re}(s) = 0$، أما الأصفار المحققة $0 < \mathrm{Re}(s) < 1$ فتُسمى أصفار غير بديهية.

وتُسمى المنطقة $0 < \mathrm{Re}(s) < 1$ بالشريط الحرج والمستقيم $\mathrm{Re}(s) = \frac{1}{2}$ بالمستقيم الحرج. وتم اثبات وجود عدد غير منتهٍ من الأصفار للتابع زيتا واقعة على المستقيم الحرج.

3_3_فرضية ريمان

عام 1859 نشر ريمان مقالته [4] حول أصفار التابع زيتا الريماني غير البديهية، وفرض أنها تملك جزءاً حقيقياً يساوي $\frac{1}{2}$. ولكن نتائجه كانت بدون برهان كامل، لذلك سمّيت بفرضية ريمان، وإلى يومنا هذا لا يوجد برهان لهذه الفرضية والتي تُعدّ واحدة من أهم المسائل المفتوحة في الرياضيات وأعقدها على الإطلاق، وهي واحدة من المسائل المفتوحة السبع التي طرحها معهد كلاي عام 2000 فيما سمي بمسائل القرن، وعرض المعهد جائزة ماليّة قدرها مليون دولار أمريكي لمن يتقدم بإثبات لصحة أو عدم صحة فرضية ريمان.

تأتي الأهمية الكبيرة لفرضية ريمان لعلاقتها بتوزيع الأعداد الأولية، أي أن صحة فرضية ريمان تُمكننا من فهم توزيع الأعداد الأولية داخل الأعداد الطبيعية، ولذلك أهمية كبيرة في علم التشفير والاتصالات وأمن المعلومات، بالإضافة إلى تطبيقات تابع زيتا الريماني في فروع أخرى مثل الإحصاء والفيزياء.

3_4_ تقريب تابع زيتا

من أهم خوارزميات التقريب لتابع زيتا الريماني هي خوارزمية Odlyzko–Schonhage والتي تم من خلالها إيجاد اول 10^{13} صفر غير بديهي لتابع زيتا الريماني من قبل العالم غوردون عام 2004 [3]. حيث تم تقريب المستقيم الحرج لتابع زيتا الريماني $\zeta\left(\frac{1}{2} + it\right)$ بتابع مألوف.

عرضت المقالة [1] تقريباً محلياً لتابع زيتا الريماني على الساحة العقدية بمتتالية من التوابع الكسرية كما يلي:

من اجل $m \in \mathbb{N}$ ،عُرفت الحدودية:

$$P_m(t) = (1-t)\left(1-\frac{t}{2}\right)\dots\left(1-\frac{t}{m}\right) = \prod_{j=1}^{m}\left(1-\frac{t}{j}\right)$$

حيث $(-1)^j a_{m,j}$ هي معاملات $P_m(t)$ بعد النشر، حيث $j = 0,\dots m$. أي:

$$P_m(t) = \sum_{j=0}^{m}(-1)^j a_{m,j} t^j$$

وعُرف التابع:

$$F_m(s) = \sum_{j=0}^{m}\frac{a_{m,j}B_j}{s+j-1}$$

حيث B_j هي أعداد برنولي، والتي تُعطى من خلال النشر:

$$\frac{z}{e^z-1} = \sum_{j=0}^{+\infty}\frac{B_j}{j!}z^j$$

حيث $B_1 = -\frac{1}{2}$ ، $B_0 = 1$.

وتم تعريف التابع:

$$G_m(s) = \sum_{j=0}^{m}\frac{(-1)^j a_{m,j}}{s+j-1}$$

إنّ التقريب الكسري من المرتبة m لتابع زيتا الريماني يُعطى بالعلاقة:

$$Z_m(s) = \frac{F_m(s)}{G_m(s)(s-1)}$$

على سبيل المثال من أجل $m = 5$:

$$F_5(s) = \frac{1}{s-1} - \frac{137}{120s} + \frac{5}{16(s+1)} - \frac{1}{240(s+3)}$$

$$G_5(s) = \frac{1}{s-1} - \frac{137}{60s} + \frac{15}{8(s+1)} - \frac{17}{24(s+2)} + \frac{1}{8(s+3)} - \frac{1}{120(s+4)}$$

$$Z_5(s) = \frac{\frac{1}{s-1} - \frac{137}{120s} + \frac{5}{16(s+1)} - \frac{1}{240(s+3)}}{(s-1)\left(\frac{1}{s-1} - \frac{137}{60s} + \frac{15}{8(s+1)} - \frac{17}{24(s+2)} + \frac{1}{8(s+3)} - \frac{1}{120(s+4)}\right)}$$

إن Z_5 هو تقريب لتابع زيتا الريماني من المرتبة 5.

درست المقالة [1] تقارب Z_m من ζ ، وتم اثبات التقارب بانتظام في المنطقة $Re(s) > 0$ (ما عدا النقطة $s = 1$) مع تخمين أن التقارب صحيح على كامل المستوي العقدي.

ويكون $Z_m\left(\frac{1}{2}+it\right)$ تقريباً جيداً لـ $\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)$ في المجال $D_m=\left[-\frac{2}{\pi}\ln m,\frac{2}{\pi}\ln m\right]$.

3_4_1_تعريف تابع التقريب Z_m^n

قامت المقالة [5] بتعديل على تعريف التابع Z_m بإضافة وسيط n كما يلي:

عُرفت حدودية من المرتبة $N=m+n$ كما يلي:

$$P_N(t)=(1-t)\left(1-\frac{t}{2}\right)\dots\left(1-\frac{t}{m+n}\right)=\prod_{j=1}^{m+n}\left(1-\frac{t}{j}\right)$$

ولتكن $(-1)^j a_{m+n,j}$ معاملات $P_N(t)$ ، حيث $j=0,\dots,N$. أي:

$$P_N(t)=\sum_{j=0}^{N}(-1)^j a_{m,j}t^j$$

وبأخذ أول m معاملاً من معاملات $P_N(t)$. وتعريف التابعين:

$$F_m^n(s)=\sum_{j=0}^{m}\frac{a_{N,j}B_j}{s+j-1}$$

$$G_m^n(s)=\sum_{j=0}^{m}\frac{(-1)^j a_{N,j}}{s+j-1}$$

$$Z_m^n(s)=\frac{F_m^n(s)}{G_m^n(s)(s-1)}$$

من الواضح أن حيث $Z_m^0(s)=Z_m(s)$.

قارنت المقالة [5] بين التقريب $Z_m^n(s)$ والتقريب $Z_m(s)$ لتابع زيتا الريماني عندما $s=\frac{1}{2}+it$ أي على المستقيم الحرج، وذلك في الفضاء $C[D_m]$، ووجدت بالنتائج العددية ما يلي:

1_ من أجل m مثبتة و n متغيرة ، تناقص الخطأ بازدياد n .

2_ من اجل n مثبتة و m متغيرة، ليس من الضروري تناقص او ازدياد الخطأ بازدياد m .

3_ التعقيد الحسابي والزمن اللازم للحصول على تابع التقريب عند m كبيرة نسبياً و n صغيرة يكون أكبر عند n كبيرة نسبياً و m صغيرة، فمثلاً الزمن اللازم لبناء التابع Z_{100} حاسوبياً هو 845.104217 ثانية. والزمن اللازم لبناء التابع Z_{10}^{15} حاسوبياً هو 0.218402 ثانية. بالإضافة إلى أن الخطأ الناتج عن التقريب باستخدام Z_{100} هو 0.00358 وهو أكبر من الخطأ الناتج عن التقريب باستخدام Z_{10}^{15} ذو القيمة 0.00269، وذلك على المستقيم الحرج.

4_النتائج والمناقشة:

استكمالاً للدراسة والنتائج في المقالة [5]، قمنا بدراسة خطأ التقريب للتابعين:

$$Z_m\left(\frac{1}{2}+it\right) \text{ و } Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$$

في الفضائين $L^2(D_m)$ و$L^1(D_m)$، ووجدنا نتائج مشابهة للدراسة في الفضاء $C[D_m]$. وتم عرض النتائج في الجدولين (1) و (2).

حيث الجدول (1) يُعطي النتائج في الفضاء $L^2(D_m)$ حيث:

$$\left\|Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)-\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)\right\|_{L^2(D_m)}=\int_{-\frac{2}{\pi}\ln m}^{\frac{2}{\pi}\ln m}\left(Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)-\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)\right)^2 dt$$

والجدول (2) يُعطي النتائج في الفضاء $L^1(D_m)$ حيث:

$$\left\|Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)-\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)\right\|_{L^1(D_m)}=\int_{-\frac{2}{\pi}\ln m}^{\frac{2}{\pi}\ln m}\left|Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)-\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)\right| dt$$

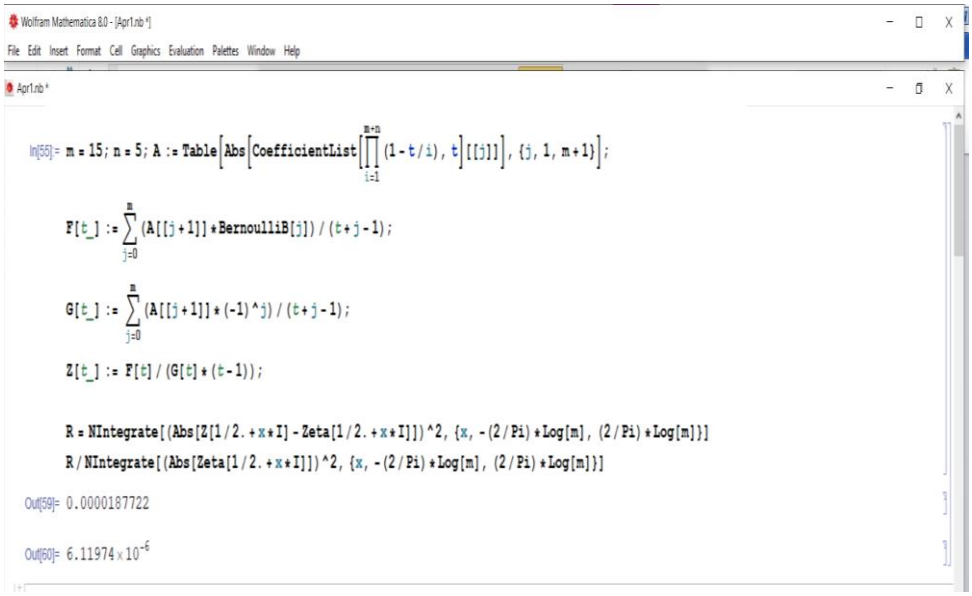
$n=25$	$n=15$	$n=10$	$n=3$	$n=2$	$n=1$	$n=0$	
0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.00003	0.00004	0.00006	$m=10$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.00003	0.00004	0.00005	$m=11$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.00003	0.00004	0.00005	$m=12$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.00003	0.00003	0.00004	$m=13$

0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00003	0.00003	0.00004	$m=14$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00003	0.00004	$m=15$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003	$m=16$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003	$m=17$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	$m=18$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	$m=19$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	$m=20$
0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	$m=25$

0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	$m=30$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	$m=50$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	$m=100$

الجدول (1) [القيم مُقربة لأقرب سبع منازل عشرية بعد الفاصلة]

وتم حساب القيم في الجدول (1) و (4) من خلال المقطع البرمجي التالي:

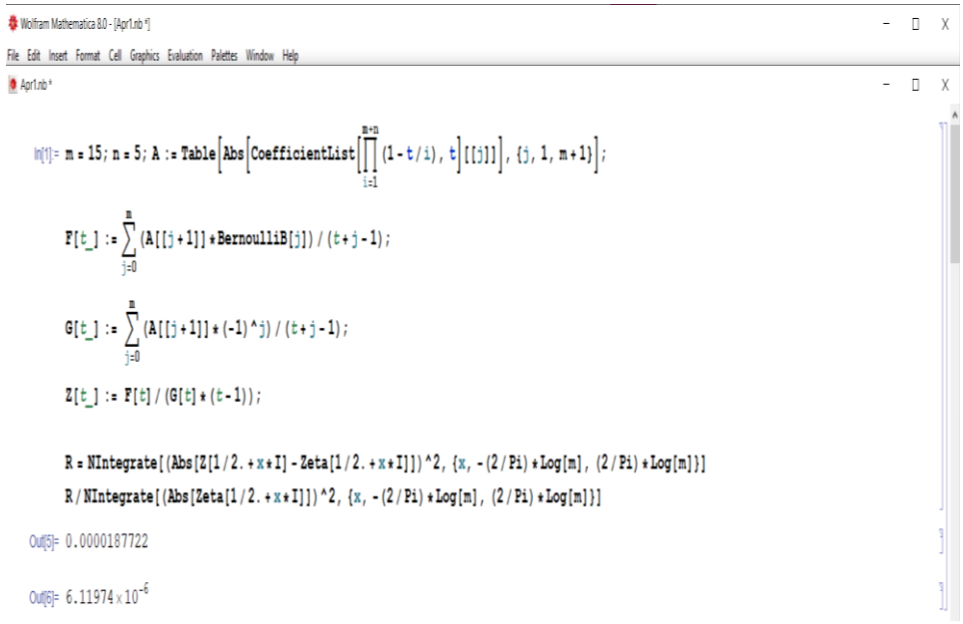


$n=25$	$n=15$	$n=10$	$n=3$	$n=2$	$n=1$	$n=0$	
0.00227	0.00331	0.00448	0.00812	0.00907	0.01023	0.01168	$m=10$
0.00214	0.00342	0.00460	0.00806	0.00893	0.00997	0.01124	$m=11$
0.00232	0.00356	0.00472	0.00799	0.00878	0.00972	0.01086	$m=12$
0.00242	0.00367	0.00481	0.00791	0.00864	0.0095	0.01051	$m=13$
0.00252	0.00377	0.00488	0.00782	0.00850	0.00928	0.01020	$m=14$
0.00261	0.00385	0.00494	0.00774	0.00836	0.00908	0.00992	$m=15$
0.00269	0.00393	0.00499	0.00765	0.00823	0.00890	0.00966	$m=16$
0.00276	0.004	0.00503	0.00756	0.00811	0.00873	0.00943	$m=17$
0.00283	0.00405	0.00506	0.00748	0.00799	0.00856	0.00921	$m=18$
0.00290	0.00410	0.00509	0.00739	0.00787	0.00841	0.00901	$m=$

							19
0.00296	0.00415	0.00511	0.00731	0.00776	0.00827	0.00883	$m = 20$
0.00319	0.00430	0.00515	0.00694	0.00728	0.00766	0.00807	$m = 25$
0.00336	0.00438	0.00512	0.00662	0.00689	0.00719	0.00751	$m = 30$
0.00364	0.00439	0.00487	0.00573	0.00587	0.00602	0.00618	$m = 50$
0.00364	0.00405	0.00429	0.00466	0.00472	0.00478	0.00484	$m = 100$

الجدول (2) [القيم مُقربة لأقرب ست منازل عشرية بعد الفاصلة]

وتم حساب القيم في الجدول (2) و (5) من خلال المقطع البرمجي التالي:



من الجدول (1) و (2) نستنتج:

1_ من أجل m مثبتة و n متغيرة ، تناقص الخطأ بازدياد n .

2_ من اجل n مثبتة و m متغيرة، ليس من الضروري تناقص او ازدياد الخطأ بازدياد m .

ومنه نستنتج أن التقريب $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ يُعطي نتائج أفضل من $Z_m\left(\frac{1}{2}+it\right)$ عند تثبيت مرتبة التقريب في الفضائين $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$. وهذه نتائج مطابقة لما وجدته المقالة [5] بدراستها في الفضاء $C(D_m)$.

4_1_ مقارنة قيم الخطأ في الفضاءات $L^2(D_m)$ و$L^1(D_m)$ و $C(D_m)$.

قمنا بدراسة الخطأ النسبي لتقريب التابع $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ من تابع زيتا الريماني على المستقيم الحرج $\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)$ في الفضاءات $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$ و $C(D_m)$، وذلك بهدف المقارنة ومعرفة الفضاء الذي يحقق عنده التقريب $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ الخطأ الأقل. وعرضنا النتائج في الجداول التالية:

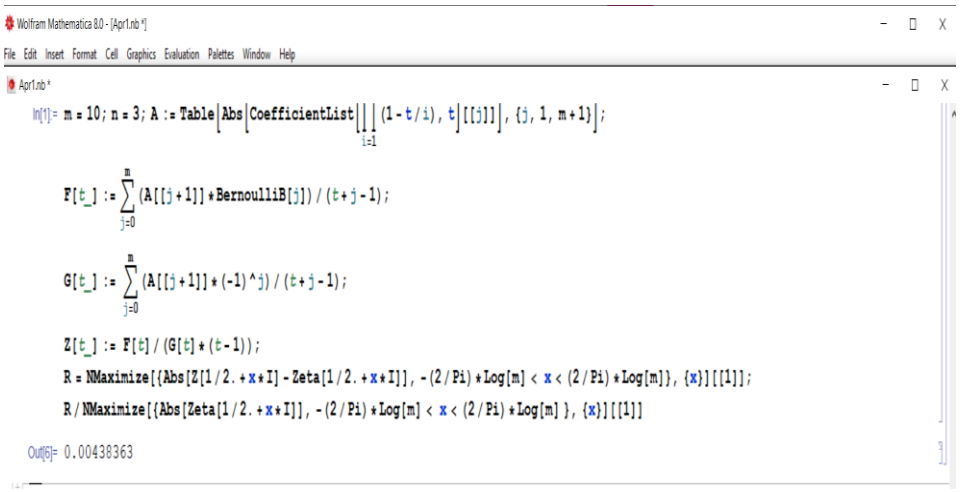
الجدول (3) يُعطي قيم الخطأ النسبي في الفضاء $C(D_m)$، والجدول (4) يُعطي قيم الخطأ النسبي في الفضاء $L^2(D_m)$، والجدول (5) يُعطي قيم الخطأ النسبي في الفضاء $L^1(D_m)$.

$n = 25$	$n = 15$	$n = 10$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 1$	$n = 0$	
0.00125	0.00183	0.002466	0.00438	0.00487	0.00547	0.00620	$m = 10$
0.00119	0.00188	0.00251	0.00430	0.00475	0.00528	0.00592	$m = 11$
0.00127	0.00194	0.002547	0.00423	0.00463	0.00511	0.00567	$m = 12$
0.00132	0.00198	0.002577	0.00416	0.00453	0.00495	0.00546	$m = 13$
0.00136	0.00202	0.00251	0.00409	0.00443	0.00482	0.00527	$m = 14$
0.00140	0.00205	0.002617	0.00402	0.00434	0.00469	0.00510	$m = 15$
0.00144	0.00208	0.002631	0.00396	0.00425	0.00458	0.00495	$m = 16$
0.00147	0.00211	0.002641	0.00390	0.00417	0.00448	0.00482	$m = 17$
0.00151	0.00213	0.002648	0.00385	0.00410	0.00438	0.00470	$m = 18$

0.00153	0.00215	0.002653	0.00379	0.00403	0.00429	0.00459	$m = 19$
0.00156	0.00217	0.002656	0.00374	0.00396	0.00421	0.00448	$m = 20$
0.00167	0.00222	0.002648	0.00352	0.00369	0.00387	0.00407	$m = 25$
0.00174	0.00225	0.002621	0.00335	0.00348	0.00362	0.00378	$m = 30$
0.00186	0.00223	0.002472	0.00288	0.00295	0.00303	0.00310	$m = 50$
0.00186	0.00206	0.002184	0.00236	0.00239	0.00242	0.00245	$m = 100$

الجدول (3) [القيم مُقربة لأقرب ست منازل عشرية بعد الفاصلة]

حيث تم حساب القيم في الجدول (3) من خلال المقطع البرمجي التالي:



$n = 25$	$n = 15$	$n = 10$	$n = 3$	$n = 2$	$n = 1$	$n = 0$	
0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	$m = 10$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	$m = 11$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	$m = 12$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	$m = 13$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	$m = 14$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	$m =$

15							
$m = 16$	0.00001	0.00001	0.00009	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 17$	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00007	0.00000	0.00000
$m = 18$	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 19$	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 20$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 25$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 30$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 50$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$m = 10$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

الجدول(4) [التقريب لأقرب سبع منازل عشرية بعد الفاصلة]

$n=25$	$n=15$	$n=10$	$n=3$	$n=2$	$n=1$	$n=0$	
0.00081	0.00118	0.00160	0.00290	0.00324	0.00366	0.00418	$m=10$
0.00074	0.00119	0.00160	0.00281	0.00311	0.00348	0.00392	$m=11$
0.00079	0.00121	0.00161	0.00272	0.00299	0.00332	0.00370	$m=12$
0.00081	0.00122	0.00160	0.00264	0.00289	0.00317	0.00351	$m=13$
0.00082	0.00124	0.00160	0.00257	0.00279	0.00305	0.00335	$m=14$
0.00084	0.00124	0.00159	0.00250	0.00270	0.00293	0.00320	$m=15$
0.00085	0.00125	0.00159	0.00243	0.00262	0.00283	0.00307	$m=16$
0.00087	0.00125	0.00158	0.00237	0.00254	0.00274	0.00296	$m=17$
0.00088	0.00125	0.00157	0.00232	0.00248	0.00265	0.00286	$m=18$
0.00089	0.00126	0.00156	0.00226	0.00241	0.00258	0.00276	$m=19$

0.00089	0.00126	0.00155	0.00221	0.00235	0.00250	0.00268	$m = 20$
0.00092	0.00124	0.00149	0.00201	0.00211	0.00222	0.00234	$m = 25$
0.00094	0.00122	0.00143	0.00185	0.00193	0.00201	0.00210	$m = 30$
0.00093	0.00112	0.00124	0.00146	0.0015	0.00153	0.00157	$m = 50$
0.00083	0.00092	0.00097	0.00106	0.00107	0.00109	0.00110	100

الجدول (5) [التقريب لأقرب ست منازل عشرية بعد الفاصلة]

نلاحظ من الجداول (3) و(4) و(5) أن الخطأ النسبي لتقريب التابع $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ من التابع $\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)$ في الفضاء $L^2(D_m)$ هو الأقل، يليه الفضاء $L^1(D_m)$ ثم الفضاء $C(D_m)$، أي أن تقريب التابع $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ من التابع $\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)$ هو الأفضل في الفضاء $L^2(D_m)$ من بين الفضاءات $C(D_m)$ و $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$.

5_الاستنتاجات:

1) التقريب $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ يُعطي أيضاً نتائج أفضل من $Z_m\left(\frac{1}{2}+it\right)$ عند تثبيت مرتبة التقريب في الفضائين $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$.
2) الخطأ النسبي لتقريب التابع $Z_m^n\left(\frac{1}{2}+it\right)$ من التابع $\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right)$ في الفضاء $L^2(D_m)$ هو الأقل من بين الفضاءات $C(D_m)$ و $L^2(D_m)$ و $L^1(D_m)$.

REFERENCES

[1] Ball, K., 2017. Rational approximations to the zeta function. *arXiv preprint arXiv:1706.07998*.

[2] Borwein, P., Choi, S., Rooney, B. and Weirathmueller, A. eds., 2008. *The Riemann hypothesis: a resource for the afficionado and virtuoso alike* (Vol. 27). Springer Science & Business Media.

[3] Menici, L. and Pappalardi, F., 2012. Zeros of the Riemann Zeta-function on the critical line. *A* thesis, Universit_adegliStudi Roma tre, Rome, Italy.

[4] *Riemann, B., 1859. On the Number of Prime Numbers less than a Given Quantity.(Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse.). Monatsberichte der Berliner Akademie.*

[5] الاء أبو العينين و محمد الشيخ و محمد نور شمهّ، (2020)، تقريب كسري معدل لتابع زيتا الريماني، مجلة جامعة دمشق للعلوم الأساسية مجلد 36 عدد1.

بصريات الحبيبات الصغيرة

تبعثر Mie

إعداد:

د. حيدر حسن المصطفى (*)

(*) قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة حمص

الملخص:

يتضمن البحث دراسة مفصلة وبشكلٍ موجز لنظرية Mie (نظرياً وحسابياً)، التي تعتبر الأساس لحساب معاملات التبعثر والامتصاص للحبيبات الكروية ذات نصف قطر وقرينة انكسار معلومين. والهدف منه إعطاء توصيف واضح ومكتفي ذاتياً لنظرية Mie. هذه النظرية المشهورة مُناسبة لحساب المقاطع العرضية البصرية (الكفاءات) بدقة للحبيبات الكروية، والتي حساباتها تكون مطلوبة من أجل تشكيلة واسعة من التطبيقات البصرية.

أُنجزت خوارزميات الحسابات العددية لهذه النظرية باستخدام برنامج MATHCAD بهدف الحصول على قيم معاملات التبعثر والكفاءات البصرية المُقابلة لها بدقة وموثوقية عالية.

الكلمات المفتاحية:

نظرية Mie، التأثير المتبادل (اشعاع–مادة)، تطبيقات بصرية، معاملات التبعثر والامتصاص، قرينة انكسار، مقاطع عرضية، حبيبات كروية، بصريات الغلاف الجوي.

Optics of a Small Particle

Mie Scattering

H. AL Mustafa (*)
(*) Department of Physics, Homs University.

Abstract:

This research includes a detailed and brief study of the Mie theory (theoretically and arithmetically), which is considered the base of calculating the scattering and absorption coefficients of the spherical particles, whose radius and refractive index are known. The aim of this research is giving a clear and self-sufficient description of Mie theory. This famous theory is suitable for accurately calculating the optical cross sections (the efficiency) of spherical particle. These calculations are required for a wide range of optical applications.

The algorithms of the numerical calculations of this theory had been made by using MATHCAD program in order to get accurately and highly reliable values of the scattering and absorption coefficients and the corresponding optical efficiency.

Key Words:

Mie theory, Interaction (radiation-material), Optical applications., Scattering and absorption coefficients, Refractive index, Section cross, Spherical particles, Atmosphere optics.

مشكلة وأهمية البحث:

تبعثر الإشعاع الكهرومغناطيسي من حُبيبات كروية صغيرة والمدعو بتبعثر Mie، يتطلب حسابات التي من الممكن أن تصبح طويلة وحتى مُستحيلة وبالأخص في حال تضمنت دوال Mie ممانعات الوسط العقدية (السماحيات الكهربائية والنفاذية المغناطيسية)، بنفس الوقت مثل هكذا حسابات تكون مطلوبة من أجل تشكيلة واسعة من التطبيقات البصرية، حيث تشمل حسابات تبعثر Mie كامل مجال بصريات الغلاف الجوي. مجال التطبيقات من نهاية واحدة للطيف الكهرومغناطيسي إلى أخرى، من إشعاع UV الشمسي المُبعثر بوساطة رذاذ طبقة الأوزون إلى الأقمار الاصطناعية عبر الاشعاع المرئي وأشعة IR المُتبعثرة بوساطة الغيوم والرذاذ إلى الأمواج الميكروية والرادارية المُبعثرة من تكثفات بخار الماء الكبيرة (الخصائص الاشعاعية لهطول الأمطار (الترسيبات بشكل عام)) {6-4}.

مُقدمة:

في عام 1908، طور Gustav Mie نظرية في محاولة لفهم الألوان المختلفة في سلوك التبعثر والامتصاص الظاهرة بالحبيبات الغروية الصغيرة للذهب العالقة في الماء. بنفس الوقت تقريباً درسَ Peter Debye مسألة ضغط الاشعاع المطبق على الحبيبات الصغيرة في الفراغ. التطبيقات الأولى لهذه النظرية هي مسألة الفيزياء الفلكية التي تحمل في مضمونها التوصل إلى حل لمسألة الغلاف الكروي (sphere problem) {1}.

في الوقت الحالي، تعتبر نظرية التبعثر الكهرطيسي لغلاف كروي والمدعوة بنظرية Mie النظرية التي تزودنا بالطريقة العملية الوحيدة لحساب خصائص تبعثر الضوء للحبيبات المحددة بحجم وقرينة انكسار اختيارية.

معاملات Mie للحبيبات الكروية المتجانسة {1-6}:

بافتراض وجود حُبيبة كروية مغناطيسية، خصائص أوساطها مُيزت بالمقدارين $mu1 = \mu_1/\mu$ و $eps1 = \varepsilon_1/\varepsilon$ ، حيث ε و μ: السماحية الكهربائية والنفاذية المغناطيسية للوسط المحيط، بينما ε_1 و μ_1: وسطاء السماحية الكهربائية والنفاذية المغناطيسية للحبيبة الكروية. من أجل حبيبات كروية غير مغناطيسية (أي $\mu_1 = \mu$) ينتج عن ذلك وسيط وسط وحيد وبالتالي قرينة الانكسار m نسبةً إلى الوسط المحيط. هذه الحبيبة مُنارة (مُضاءة) بموجة مستوية طول الموجة لها λ.

الوسطاء الأساسية لحسابات Mie هي معاملات a_n ، b_n لحساب سعات الحقل المُبعثر، و c_n ، d_n لحساب سعات الحقل الداخلي على التوالي. هذه المعاملات تكون معطاة في المرجع BH{1}.

أولاً: معاملات الحقل الكهربائي المُبعثر:

$$a_n = \frac{\mu m^2 j_n(mx)[xj_n(x)]' - \mu_1 j_n(x)[mxj_n(mx)]'}{\mu m^2 j_n(mx)[xh_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(x)[mxj_n(mx)]'}$$

$$b_n = \frac{\mu_1 j_n(mx)[xj_n(x)]' - \mu j_n(x)[mxj_n(mx)]'}{\mu_1 j_n(mx)[xh_n^{(1)}(x)]' - \mu h_n^{(1)}(x)[mxj_n(mx)]'}$$

تعني (′) في نهاية القوس الاشتقاق بالنسبة للمتغير المركب وكذلك الأمر بالنسبة لصياغات المعاملات للحقل الداخلي (كما هو موضح لاحقاً). الدليل n يتراوح من $(\infty - 1)$، لكن يمكن اقتطاع السلسلة اللانهائية الحاصلة في صبغ Mie عند الحد الأعظمي n_{max}، لهذا العدد Bohren و Huffman (1983) اقترحوا:

$$n_{\max} = x + 4x^{1/3} + 2$$

وهذه القيمة استخدمت في هذا البحث أيضاً، وسيط الحجم أُعطيَ بالعلاقة $x = ka$، حيث a: نصف قطر الحبيبة الكروية و $k = 2\pi/\lambda$ العدد الموجي، λ طول الموجة في الوسط المحيط، $m = (\varepsilon_1\mu_1)^{1/2}/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ قرينة الانكسار بالنسبة للوسط المحيط وعلاقتها بنسب الممانعة بين داخل وخارج الحبيبة الكروية.

الدوال $j_n(z)$ و $y_n(z)$ هي دوال بيسِّل الكروية من المرتبة n، ودوال هانكل الكروية هي تراكيب خطية ل j_n، y_n. النوع الأول المطلوب أُعطيَ بالصياغة التالية:

$$h_n^{(1)} = j_n(z) + iy_n(z)$$

والمتغير المعطى mx أو $z = x$ على التوالي. المشتقات تُنتج دوال بيسِّل الكروية نفسها وهي:

$$[zj_n(z)]' = zj_{n-1}(z) - nj_n(z);\ [zh_n^{(1)}(z)]' = zh_{n-1}^{(1)}(z) - nh_n^{(1)}(z)$$

توجد علاقات بين دوال بيسِّل الكروية وبيسِّل الاسطوانية وهي:

$$j_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+0.5}(z)$$

$$y_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} Y_{n+0.5}(z)$$

هنا J_ν، Y_ν: دوال بيسِّل من النوع الأول والثاني، من أجل $n = 0$ و $n = 1$ أعطيت دوال بيسِّل الكروية ببساطة بالصياغات التالية [BH, p. 87]:

$$j_0(z) = \sin z / z; \quad j_1(z) = \sin z / z^2 - \cos z / z$$
$$y_0(z) = -\cos z / z; \quad y_1(z) = -\cos z / z^2 - \sin z / z$$

ويمكن استعمال الصيغة الرياضية التكرارية التالية للحصول على الرتب الأعلى:

$$f_{n-1}(z) + f_{n+1}(z) = \frac{2n+1}{z} f_n(z)$$

حيث: f_n أي دالة من الدوال j_n، y_n.

ثانياً: معاملات الحقل الداخلي:

تُعطى معاملات الحقل الداخلي التي تتضمن التأثيرات المغناطيسية بالصياغات الرياضية التالية:

$$c_n = \frac{\mu_1 j_n(x)[xh_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(x)[xj_n(x)]'}{\mu_1 j_n(mx)[xh_n^{(1)}(x)]' - \mu h_n^{(1)}(x)[mxj_n(mx)]'}$$

$$d_n = \frac{\mu_1 m j_n(x)[xh_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 m h_n^{(1)}(x)[xj_n(x)]'}{\mu m^2 j_n(mx)[xh_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(x)[mxj_n(mx)]'}$$

الحساب لكفاءات Mie {1,3-6}:

الكفاءات Q_i لتبادل التأثير للإشعاع مع حبيبة كروية نصف قطرها a هي المقاطع العرضية σ_i (رُمزت C_i في المرجع BH) المستنظمة على المقطع العرضي الهندسي للحبيبة $\sigma_g = \pi a^2$، حيث تُشير i إلى الأخماد $(i = ext)$ والامتصاص $(i = abs)$ والتبعثر $(i = sca)$ والتشتت الخلفي $(i = b)$ وضغط الاشعاع $(i = pr)$، والتي دُعيت في بعض الدراسات التطبيقية بالمعاملات الطيفية الفعلية للحالة (التبعثر، الامتصاص، ...الخ)

وبالتالي:

$$Q_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_g}$$

يتطلب انحفاظ الطاقة بأن:

$$Q_{ext} = Q_{sca} + Q_{abs}, \quad \text{or} \quad \sigma_{ext} = \sigma_{sca} + \sigma_{abs}$$

تنتج كفاءة التبعثر Q_{sca} من تكامل الاستطاعة المُبعثرة على جميع الاتجاهات، وتنتج كفاءة الإخماد Q_{ext} من مبرهنة التخامد، والتي دُعيت أيضاً بمبرهنة التشتت الأمامي والتي تؤدي إلى:

$$Q_{sca} = \frac{2}{x^2}\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)(|a_n|^2 + |b_n|^2)$$

$$Q_{ext} = \frac{2}{x^2}\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)\,\mathrm{Re}(a_n + b_n)$$

تنتج كفاءة الامتصاص Q_{abs} من العلاقة السابقة. جميع المتسلسلات الا نهائية من الممكن اقتطاعها بعد حدود n_{max} . علاوةً على ذلك، يُشير وسيط اللاتناظر $g = \langle \cos\theta \rangle$ إلى $cosine$ الوسطية لزاوية التبعثر θ بالنسبة للاستطاعة. التي تكون مُستخدمة على سبيل المثال في نماذج التيارين (الجريانين) (Two-Stream Models {7}) والتي تكون مرتبطة بكفاءة ضغط الاشعاع Q_{pr} وفق العلاقة التالية:

$$Q_{pr} = Q_{ext} - Q_{sca}\langle \cos\theta \rangle$$

$$Q_{sca}\langle \cos\theta \rangle = \frac{4}{x^2}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+2)}{n+1}\mathrm{Re}(a_n a_{n+1}^* + b_n b_{n+1}^*) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}\mathrm{Re}(a_n b_n^*)\right\}$$

وأخيراً، كفاءة التشتت الخلفي Q_b تكون معطاة بالعلاقة التالية:

$$Q_b = \frac{1}{x^2}\left|\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)(-1)^n(a_n - b_n)\right|^2$$

النتائج والمناقشة:

شُكلت خوارزمية الحساب العددي وفقاً لبرنامج MATHCAD، كمايلي:

أولاً: تحديد الثوابت واستدعاء لدوال بيسِّل الكروية وتحديد لدوال هانكل الكروية ومشتقاتهم:

$$i := \sqrt{-1}$$

$$mu1 := 1$$

$$x := 1$$

$$mc := 1000 + 600i$$

$$mc = 1 \times 10^3 + 600i$$

$$nmax(x) := round\left[x + \left(4 \cdot x^{\frac{1}{3}}\right) + 2\right]$$

$$z(x) := mc \cdot x$$

$$nmax(x) = 7$$

$$n := 1, 2 .. nmax(x)$$

$$jx(n, x) := js(n, x)$$

$$yx(n, x) := ys(n, x)$$

$$hx(n, x) := jx(n, x) + i \cdot yx(n, x)$$

$$jz(n, x) := js(n, z(x))$$

$$yz(n, x) := ys(n, z(x))$$

$$hz(n, x) := jz(n, z(x)) + i \cdot yz(n, z(x))$$

$$djx(n,x) := (x \cdot jx(n-1,x)) - (n \cdot jx(n,x))$$

$$djz(n,x) := (z(x) \cdot jz(n-1,x)) - (n \cdot jz(n,x))$$

$$dhx(n,x) := (x \cdot hx(n-1,x)) - (n \cdot hx(n,x))$$

$$dhz(n,x) := (z(x) \cdot hz(n-1,x)) - (n \cdot hz(n,x))$$

ثانياً: تحديد قيم معاملات Mie والكفاءات البصرية من أجل حبيبة كروية متجانسة شبه معدنية غير مغناطيسية (أي $\mu_1 = \mu$)، وسيط الحجم $x = 1$، ومجال $n = (1-7)$ وفقاً للتسلسل التالي:

$$an(n,x) := \frac{\left(mc^2 \cdot jz(n,x) \cdot djx(n,x)\right) - (mul \cdot jx(n,x) \cdot djz(n,x))}{\left(mc^2 \cdot jz(n,x) \cdot dhx(n,x)\right) - (mul \cdot hx(n,x) \cdot djz(n,x))}$$

+

$$bn(n,x) := \frac{(mul \cdot jz(n,x) \cdot djx(n,x)) - (jx(n,x) \cdot djz(n,x))}{(mul \cdot jz(n,x) \cdot dhx(n,x)) - (hx(n,x) \cdot djz(n,x))}$$

$$cn(n,x) := \frac{(mul\, jx(n,x) \cdot dhx(n,x)) - (mul \cdot hx(n,x) \cdot djx(n,x))}{(mul\, jz(n,x) \cdot dhx(n,x)) - (hx(n,x) \cdot djz(n,x))}$$

$$dn(n,x) := \frac{(mul \cdot jx(n,x) \cdot dhx(n,x)) - (mul \cdot hx(n,x) \cdot djx(n,x))}{(jz(n,x) \cdot dhx(n,x)) - (mul \cdot hx(n,x) \cdot djz(n,x))}$$

$$an(n,1) = \begin{pmatrix} 0.2926 - 0.4542i \\ 9.4485 \times 10^{-4} - 0.0304i \\ 9.1438 \times 10^{-7} - 7.5607i \times 10^{-4} \\ 4.0178 \times 10^{-9} - 1.1412i \times 10^{-5} \\ 3.084 \times 10^{-11} - 1.1226i \times 10^{-7} \\ 1.7795 \times 10^{-13} - 7.7196i \times 10^{-10} \\ -3.9127i \times 10^{-12} \end{pmatrix}$$

$$bn(n,1) = \begin{pmatrix} 0.0456 + 0.2077i \\ 3.513 \times 10^{-4} + 0.0172i \\ 2.9391 \times 10^{-6} + 5.3955i \times 10^{-4} \\ 5.7572 \times 10^{-8} + 8.9204i \times 10^{-6} \\ 7.3295 \times 10^{-10} + 9.217i \times 10^{-8} \\ 6.1781 \times 10^{-12} + 6.5401i \times 10^{-10} \\ 3.7046 \times 10^{-14} + 3.388i \times 10^{-12} \end{pmatrix}$$

$$cn(n,1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$dn(n,1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

تم مقارنة قيم هذه المعاملات مع القيم المرجعية (6) والمحسوبة من قبل المرجع باستخدام برنامج MATHLAB (دون ذكر تفاصيل عن الخوارزمية المستخدمة في حسابات دوال MATHLAB)، وكانت القيم المحسوبة لمعاملات Mie والكفاءات البصرية في هذا البحث مطابقة تماماً لقيمه.

$$Qsca := \left(\frac{2}{x^2}\right)\cdot\sum_{n=1}^{nmax(x)}\left[(2\cdot n+1)\cdot\left[\left(|an(n,x)|\right)^2+\left(|bn(n,x)|\right)^2\right]\right]$$

$Qsca = 2.0349$

$$Qext := \left(\frac{2}{x^2}\right)\cdot\sum_{n=1}^{nmax(x)}\left[(2\cdot n+1)\cdot Re(an(n,x)+bn(n,x))\right]$$

$Qext = 2.0424$

$Qabs := Qext - Qsca$

$Qabs = 7.4366\times10^{-3}$

$$Qp := \left(\frac{1}{x^2}\right)\cdot\left[\left|\sum_{n=1}^{nmax(x)}\left[(2\cdot n+1)\cdot(-1)^n\cdot(an(n,x)-bn(n,x))\right]\right|\right]^2$$

$Qp = 3.6314$

$$Qp := \left(\frac{1}{x^2}\right)\cdot\left[\left|\sum_{n=1}^{nmax(x)}\left[(2\cdot n+1)\cdot(-1)^n\cdot(an(n,x)-bn(n,x))\right]\right|\right]^2$$

$Qp = 3.6314$

$$Qscos := \left(\frac{4}{x^2\cdot Qsca}\right)\cdot\left[\left|\sum_{n=1}^{nmax(x)}\left[\left[\frac{n\cdot(n+2)}{n+1}\right]\cdot Re\left[\left(an(n,x)\cdot\overline{an(n+1,x)}\right)+\left(bn(n,x)\cdot\overline{bn(n+1,x)}\right)\right]\right]+\sum_{n=1}^{nmax(x)}\left[\left[\frac{(2\cdot n)+1}{n\cdot(n+1)}\right]\cdot Re\left(an(n,x)\cdot\overline{bn(n,x)}\right)\right]\right|$$

$Qscos = -0.1875$

$Qpr := Qext - Qscos$

$Qpr = 2.2298$

$$Qpsca := \frac{Qp}{Qsca}$$

$Qpsca = 1.7845$

ثالثاً: تحديد قيم معاملات Mie والكفاءات البصرية المقابلة لها من أجل حبيبة كروية متجانسة شفافة غير مغناطيسية (أي $\mu_1 = \mu$)، وسيط الحجم $x = 1$، ومجال $n = (1 - 7)$ وفقاً التسلسل السابق (التغير فقط بقيم الدخل: وسيط الحجم وقرينة الانكسار العقدية):

$$i := \sqrt{-1} \qquad x := 1 \qquad mul := 1$$

$$mc := 2 - 0.2i$$

$$mc = 2 - 0.2i \qquad nmax(x) := round\left[x + \left(\frac{1}{4 \cdot x^{3}}\right) + 2\right]$$

$$z(x) := mc \cdot x \qquad nmax(x) = 7$$

$$n := 1, 2 .. nmax(x)$$

$$jx(n, x) := js(n, x)$$

$$yx(n, x) := ys(n, x)$$

$$an(n, 1) = \begin{pmatrix} 0.0754 - 0.3761i \\ -2.0694 \times 10^{-3} - 0.0178i \\ -5.3405 \times 10^{-5} - 4.4832i \times 10^{-4} \\ -7.7758 \times 10^{-7} - 6.7856i \times 10^{-6} \\ -7.495 \times 10^{-9} - 6.685i \times 10^{-8} \\ -5.0918 \times 10^{-11} - 4.6031i \times 10^{-10} \\ -2.5604 \times 10^{-13} - 2.336i \times 10^{-12} \end{pmatrix} \qquad bn(n, 1) = \begin{pmatrix} -0.0304 - 0.0888i \\ -6.2277 \times 10^{-4} - 1.9466i \times 10^{-3} \\ -8.7304 \times 10^{-6} - 2.9446i \times 10^{-5} \\ -8.402 \times 10^{-8} - 2.932i \times 10^{-7} \\ -5.7437 \times 10^{-10} - 2.0406i \times 10^{-9} \\ -2.9107 \times 10^{-12} - 1.0452i \times 10^{-11} \\ -1.134 \times 10^{-14} - 4.1002i \times 10^{-14} \end{pmatrix}$$

$$cn(n, 1) = \begin{pmatrix} 0.9842 - 0.026i \\ 0.3417 + 0.0369i \\ 0.1494 + 0.0361i \\ 0.0681 + 0.025i \\ 0.0313 + 0.0155i \\ 0.0144 + 9.1353i \times 10^{-3} \\ 6.5308 \times 10^{-3} + 5.1802i \times 10^{-} \end{pmatrix} \qquad dn(n, 1) = \begin{pmatrix} 0.984156 - 0.02599i \\ 0.341682 + 0.036858i \\ 0.149399 + 0.036146i \\ 0.068104 + 0.025027i \\ 0.031313 + 0.015548i \\ 0.014361 + 9.135318i \times 10^{-3} \\ 6.530843 \times 10^{-3} + 5.180158i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$Qsca := \left(\frac{2}{x^2}\right) \cdot \sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[(2 \cdot n + 1) \cdot \left[\left(|an(n,x)|\right)^2 + \left(|bn(n,x)|\right)^2\right]\right]$$

$$Qsca = 0.9388$$

$$Qext := \left(\frac{2}{x^2}\right) \cdot \sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[(2 \cdot n + 1) \cdot Re(an(n,x) + bn(n,x))\right]$$

$$Qext = 0.2423$$

$$Qabs := Qext - Qsca$$

$$Qabs = -0.6965$$

$$Qp := \left(\frac{1}{x^2}\right) \cdot \left[\left|\sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[(2 \cdot n + 1) \cdot (-1)^n \cdot (an(n,x) - bn(n,x))\right]\right|\right]^2$$

$$Qp = 0.7216$$

$$Qscos := \left(\frac{4}{x^2 \cdot Qsca}\right) \cdot \left[\sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[\left[\frac{[n \cdot (n+2)]}{n+1}\right] \cdot Re\left[\left(an(n,x) \cdot \overline{an(n+1,x)}\right) + \left(bn(n,x) \cdot \overline{bn(n+1,x)}\right)\right]\right] + \sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[\left[\frac{[(2 \cdot n)+1]}{n \cdot (n+1)}\right] \cdot Re\left(an(n,x) \cdot \overline{bn(n,x)}\right)\right]\right]$$

$$Qscos = 0.2422$$

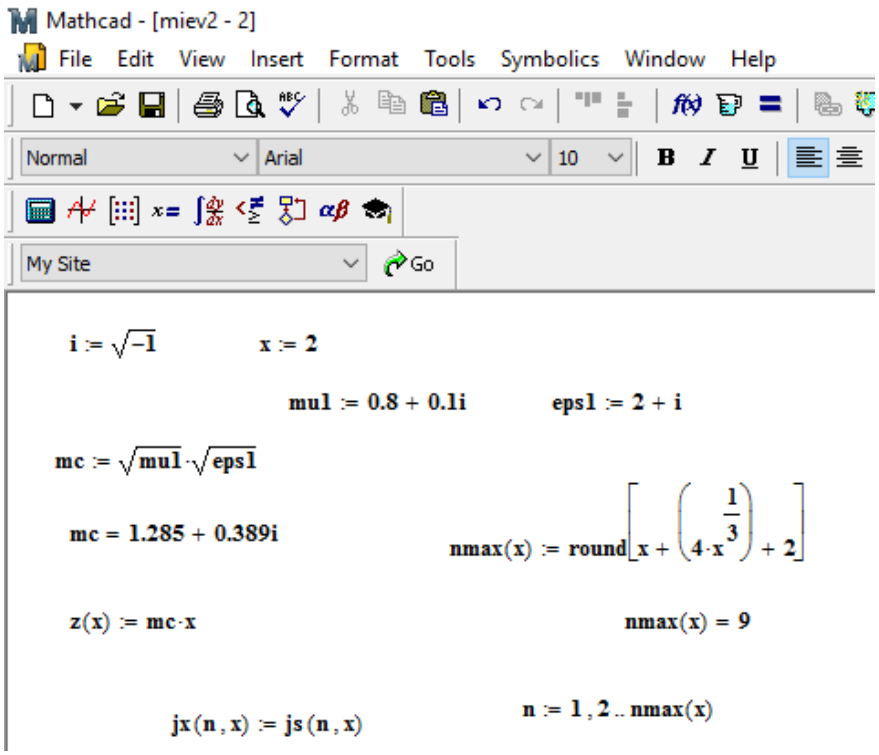
$$Qpr := Qext - Qscos$$

$$Qpr = 1.7626 \times 10^{-4}$$

$$Qpsca := \frac{Qp}{Qsca}$$

$$Qpsca = 0.7687$$

رابعاً: تحديد قيم معاملات Mie والكفاءات البصرية المقابلة لها من أجل حبيبة كروية متجانسة مغناطيسية (أي $\mu_1 \neq \mu$)، الممانعة العقدية وقرينة الانكسار ووسيط الحجم $x = 2$، ومجال $n = (1 - 9)$ موضحة في مدخلات البرنامج كمايلي:


Mathcad - [miev2 - 2]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
Normal Arial 10
My Site Go
i := √-1 x := 2
mul := 0.8 + 0.1i eps1 := 2 + i
mc := √mul·√eps1
mc = 1.285 + 0.389i
nmax(x) := round(x + (1/(4·x^(1/3))) + 2)
z(x) := mc·x
nmax(x) = 9
jx(n, x) := js(n, x)
n := 1, 2 .. nmax(x)

$$an(n,1)=\begin{pmatrix}0.1318-0.1224i\\6.2438\times10^{-3}-9.7569i\times10^{-3}\\1.5364\times10^{-4}-2.7059i\times10^{-4}\\2.3017\times10^{-6}-4.2184i\times10^{-6}\\2.2538\times10^{-8}-4.2181i\times10^{-8}\\1.5457\times10^{-10}-2.9306i\times10^{-10}\\7.8215\times10^{-13}-1.4962i\times10^{-12}\\3.0377\times10^{-15}-5.8479i\times10^{-15}\\0\end{pmatrix}$$

$$bn(n,1)=\begin{pmatrix}0.0371+0.0265i\\1.8454\times10^{-3}+2.0939i\times10^{-3}\\4.667\times10^{-5}+6.3199i\times10^{-5}\\6.9581\times10^{-7}+1.0295i\times10^{-6}\\6.7819\times10^{-9}+1.0552i\times10^{-8}\\4.6393\times10^{-11}+7.447i\times10^{-11}\\2.345\times10^{-13}+3.8423i\times10^{-13}\\1.5132i\times10^{-15}\\0\end{pmatrix}$$

$$cn(n,1)=\begin{pmatrix}0.6684-0.0136i\\0.4684-0.1955i\\0.2813-0.2509i\\0.141-0.2415i\\0.0457-0.2026i\\-0.0124-0.1539i\\-0.0426-0.1066i\\-0.0536-0.0665i\\-0.0527-0.0356i\end{pmatrix}$$

$$dn(n,1)=\begin{pmatrix}0.76272-0.012585i\\0.488589-0.223344i\\0.284682-0.265668i\\0.140313-0.24968i\\0.043967-0.207103i\\-0.01424-0.156241i\\-0.04419-0.107706i\\-0.054821-0.066864i\\-0.053487-0.035609i\end{pmatrix}$$

$$Qsca := \left(\frac{2}{x^2}\right) \cdot \sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[(2 \cdot n + 1) \cdot \left[\left(|an(n,x)|\right)^2 + \left(|bn(n,x)|\right)^2\right]\right]$$

$$Qsca = 0.6195$$

$$Qext := \left(\frac{2}{x^2}\right) \cdot \sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[(2 \cdot n + 1) \cdot Re(an(n,x) + bn(n,x))\right]$$

$$Qext = 1.8443$$

$$Qabs := Qext - Qsca$$

$$Qabs = 1.2248$$

$$Qp := \left(\frac{1}{x^2}\right) \cdot \left[\left|\sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[(2 \cdot n + 1) \cdot (-1)^n \cdot (an(n,x) - bn(n,x))\right]\right|\right]^2$$

$$Qp = 0.0525$$

$$Qscos := \left(\frac{4}{x^2 \cdot Qsca}\right) \cdot \left[\sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[\frac{[n \cdot (n+2)]}{n+1}\right] \cdot Re\left[an(n,x) \cdot \overline{an(n+1,x)} + bn(n,x) \cdot \overline{bn(n+1,x)}\right]\right] + \sum_{n=1}^{nmax(x)} \left[\frac{[(2 \cdot n)+1]}{n \cdot (n+1)}\right] \cdot Re\left[an(n,x) \cdot \overline{bn(n,x)}\right]$$

$$Qscos = 0.6445$$

$$Qpr := Qext - Qscos$$

$$Qpr = 1.1998$$

$$Qpsca := \frac{Qp}{Qsca}$$

$$Qpsca = 0.0847$$

تمت مقارنة قيم هذه الحالة مع القيم المرجعية للمرجع (6) وكانت مطابقة تماماً كما هو موضح بالجدول (1).

الجدير بالذكر بأن الحسابات المنجزة في هذا العمل باستخدام برنامج MATHCAD (باستعمال دوال MATHCAD) تتميز عن الأعمال المرجعية بسمتين:

الأولى: بأن الأعمال المرجعية (حصرياً مرجع واحد) حددت معاملات Mie والكفاءات البصرية المقابلة لها باستخدام دوال MATHLAB من أجل حبيبات كروية متجانسة شفافة غير مغناطيسية (أي الحالات شبه المعدنية والمغناطيسية لا يمكن حسابها في برامجهم) فعند إدراج قيم الدخل الخاصة بالحالات المغناطيسية وشبه المعدنية يُعطينا بالخرج (*NAN*) وهذا يعود إلى تفاصيل تتعلق بدوال بيسِّل المستخدمة في برامجهم لن ندخل في تفاصيلها الآن.

ثانياً: في الكود المنجز بهذا البحث يُعالج البرنامج هذه الحالات ويعطي قيم الكفاءات البصرية وبدقة عالية عند مقارنتها مع قيم المرجع لدينا، علماً أن المرجع لم يذكر كود دوال MATHLAB في مقالته بل أظهر فقط قيم الخرج لكوده الخاص في حالة الحبيبات الكروية المغناطيسية.

الجدول (1). قيم كفاءات Mie لتبادل الاشعاع مع الحبيبة الكروية للحالات: الشفافة غير مغناطيسية وشبه معدنية غير مغناطيسية والشفافة المغناطيسية مقارنةً بالمرجعية						
كفاءات Mie	من أجل حبيبة كروية متجانسة شفافة غير مغناطيسية		من أجل حبيبة كروية شبه معدنية غير مغناطيسية		من أجل حبيبة كروية متجانسة شفافة مغناطيسية	
قيم الدخل لقرينة الانكسار العقدية ووسيط الحجم	$\begin{cases} mu = 2 - 0.2i \\ x = 1 \end{cases}$		$\begin{cases} mu = 1000 + 600i \\ x = 1 \end{cases}$		$\begin{cases} mu1 = \frac{\mu_1}{\mu} = 0.8 + 0.1i \\ eps1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 2 + i \\ mu = 1.285 + 0.389i \\ x = 2 \end{cases}$	
قيم الكفاءات	المحسوبة في هذا العمل	المرجعية {5}	المحسوبة في هذا العمل	المرجعية {6}	المحسوبة في هذا العمل	المرجعية {6}
كفاءة التبعثر Q_{sca}	0.9388	0.9388	2.0349	2.0349	0.6195	0.6195
كفاءة الإخماد Q_{ext}	0.2423	0.2423	2.0424	2.0424	1.8443	1.8443
كفاءة الامتصاص Q_{abs}	−0.6965	−0.6965	0.0074	0.0074	1.2248	1.2248
كفاءة التشتت الخلفي Q_p	0.7216	0.7216	3.6314	3.6314	0.0525	0.0525
كفاءة ضغط الاشعاع Q_{pr}	0.00018	0.00018	2.2298	2.2298	1.1998	1.1998

عامل اللاتناظر Q_{scos}	0.2422	0.2422	−0.1875	−0.1875	0.6445	0.6445
عامل العاكسية الطيفية $Q_{psca} = \frac{Q_p}{Q_{sca}}$	0.7687	0.7687	1.7845	1.7845	0.0847	0.0847

الاستنتاجات:

تم في هذا البحث ما يلي:

1 – تم تحديد الصياغات الرياضية الملائمة لنظرية Mie من أجل حساب معاملات التبعثر والامتصاص للحبيبات الكروية المتجانسة ذات نصف قطر وقرينة انكسار معلومين في الحالتين المغناطيسية وغير مغناطيسية.

2 – تحديد قيم معاملات التبعثر والامتصاص والكفاءات (المقاطع) البصرية لهذه الحبيبات باستخدام كود تم تصميمه باستعمال برنامج MATHCAD.

3 – مقارنة قيمنا المحسوبة مع القيم المرجعية وحصول تطابق تام، وهذا يساهم في توثيق البرنامج الذي جرى تصميمه في هذا العمل واعتماده في هكذا مجالات.

يمكن بهذا البرنامج الحصول على قيم الواقع الحقيقي للكفاءات البصرية في حالتي التحديد الدقيق لقيم قرينة الانكسار بتابعيتها لطول الموجة ونصف قطر الحبيبة.

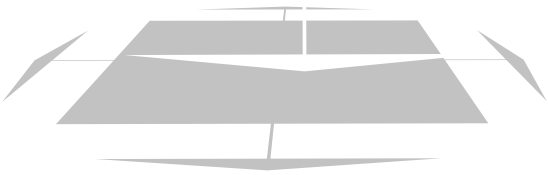
يمكن تمديد العمل في هذا العمل ليشمل الحبيبات المطلية وتحديد معاملات التبعثر والانكسار والكفاءات البصرية المقابلة لها.

References

1. Bohren C.F. and D.R. Huffman, "Absorption and Scattering of Light by Small Particles", John Wiley, New York, NY (1983).
2. Abramowitz M. and I.A. Stegun (eds.), "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publication, New York, NY (1965).
3. Guillaume B, " Mie theory for metal nanoparticles " Charg´e de recherche CNRS, Institut Fresnel, Universit´e Aix-Marseille, France (2012).
4. Wiscombe. W.J, "Improved Mie scattering algorithms" Reprinted from Applied Optics, Vol. 19, page 1505, May1, 1980.
5. M*ä*tzler C. "MATLAB Functions for Mie Scattering and Absorption", IAP Res. Rep. No. 02-08, June (2002).
6. M*ä*tzler C. "MATLAB Functions for Mie Scattering and Absorption", Version 2 IAP Res. Rep. No. 02-11, August (2002)
7. Meador W.E. and W.R. Weaver, "Two-Stream Approximations to Radiative Transfer in Planetary Atmospheres: A Unified Description of Existing Methods and a New Improvement", J. Atm. Sciences, Vol. 37,

الحقول المتجهة المتقاربة في فضاء ريمان الخاص(K– فضاء) .

Riemannian space



الحقول المتجهة المتقاربة في فضاء ريمان الخاص
(**K**– فضاء) .

اعداد :د. محسن شيحة

ملخص البحث

نعرِّف في هذا البحث، المفاهيم الآتية:

1)- فضاء ريمان (K- **فضاء**)

2)- فضاء ريمان متساوي القياس.

3)- الحقل المتجهي المركزي في K- **فضاء.**

4)- الحقل المتجهي المتقارب في K- **فضاء.**

– نثبت أن أي حقل متجهي مركزي في K- **فضاء** هو حقل متجهي متقارب فيه.

– نوجد مركبات الحقل المتجهي المتقارب في K- **فضاء** ، وذلك بالنسبة لنظام إحداثي مفترض.

كلمات مفتاحية:

فضاء متساوي القياس، حقل مركزي ، حقل متقارب.

***Convergent Vector Fields in spechal RiemanniaSpace* (K-*space*)**

Abstract

In this paper we define:

1)- Riemannian space* K-*space.

2)- Equidistant Riemannian space.

3)- Central vector Fields in* K-*space

4)- Convergent vector Fields in* K-*space

A then We proved that every central vector field, is convergent vector field in* K-*space

In final, find structure of convergent vector field in* K-*space

---

- Key Words:

Equidistant space, central Field, convergent Field.

مقدمة البحث:

تمت دراسة فضاءآت ريمان الخاصة في أعمال متعددة[15,17-1] .

يعتبر الحقل المتجهي حقلاً تنسورياً من النوع $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$، ولقد تمت دراسة الحقول المتجهة المركزية والمتقاربة في فضاءات ريمان ذي التركيب $(F)^2 = 0,1,-1$ في أعمال [16,18]

،كما تمت دراسة الحقول المتجهة المركزية والمتقاربة في فضاءات ريمان ذي التركيب $(F)^3 = 0$ في أعمال [19] .

نتابع في هذا البحث دراسة الحقول المركزية والحقول المتقاربة في فضاء ريمان الخاص $K-$ فضاء .

هدف البحث:

- نثبت في هذا البحث، أن أي حقل متجهي مركزي في K− فضاء ، هو حقل متجهي متقارب.
- نوجد مركبات الحقل المتجهي المتقارب في K− فضاء المنسوب إلى نظام إحداثي مدبّر.
- يستخدم البحث في ميكانيك الكم والتطبيقات الفيزيائية المختلفة (الحقول الكهربائية والمغناطيسة وفي النظرية النسبية ، وغيرها)

الحقول المتجهة المتقاربة في فضاء ريمان الخاص
K– فضاء.

المناقشة والعمل:

نورد بداية بعض التعاريف الأساسية:

- **تعريف *(1)*:**

ليكن فضاء ريمان تنسوره المتري $\left(g_{ij}\right)$،نسمي A_n ،K– فضاء إذا وُجِد فيه تنسوراً $\left(F_i^h\right)$؛ من النوع $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ يحققان الشروط الآتية:

$$\begin{aligned}
&\textbf{a)}\quad F_\alpha^h F_i^\alpha = 0\\
&\textbf{b)}\quad F_i^\alpha g_{\alpha j} + F_j^\alpha g_{\alpha i} = 0\\
&\textbf{c)}\quad F_{i,j}^h + F_{j,i}^h = 0\\
&\textbf{d)}\quad \left\|F_i^h\right\| = m, m \in N, m \geq 2
\end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

حيث : $F_{i,j}^h = \partial_j F_i^h + F_i^\alpha \Gamma_{\alpha j}^h - F_\alpha^h \Gamma_{ij}^\alpha$ (المشتق موافق التغير للتنسور F_i^h) ،

Γ_{ij}^h مركبات كريستوفل من النوع الثاني ل K– فضاء :

- **تعريف *(2)*:**

نسمي $\left(x^n\right) = \left(x', ..., x^n\right)$ نظاماً إحداثياً مدبراً في الفضاء A_n ، إذا كان التركيب $\left(F_i^h\right)$ يأخذ في هذا النظام الشكل الآتي:

$$F_i^h = \begin{pmatrix} O & \vdots & O \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ E_m & \vdots & O \end{pmatrix} \qquad \textbf{(2)}$$

حيث: E_m مصفوفة الواحدة من المرتبة m.

تعريف (3):

نسمي فضاء ريمان V_n، فضاءً متساوي القياس إذا وجد فيه حقل متجهي مركزي ξ^h يحقق الشروط:

$$\xi^h_{,i} = \rho\delta^h_i \qquad (3)$$

حيث ρ، صامد ما، وإذا كان $\rho \neq 0$ فإن V_n يسمى فضاء متساوي القياس من النوع الأساسي. [1] ، وإذا كان $\rho = const$، فإن الحقل ξ^h يدعى حقلاً متجهاً متقارباً [2].

مبرهنة (1):

إن أي حقل متجهي مركزي في K− فضاء المنسوب إلى النظام الإحداثي المعرف بالعلاقة (2) هو حقل متجهي متقارب.

البرهان:

بأخذ المشتق الاتجاهي للعلاقة (3) بالنسبة لـ x^j نجد:

$$\xi^h_{,ij} = \rho_{,j}\delta^h_i \qquad (4)$$

وبالتالي:

$$\xi^h_{,ij} - \xi^h_{,ji} = \rho_{,j}\delta^h_i - \rho_{,i}\delta^h_j \qquad (5)$$

واستناداً إلى مطابقة ريتشي نجد:

$$-\xi^\alpha R^h_{\alpha ij} = \rho_{,j}\delta^h_i - \rho_{,i}\delta^h_j \qquad (6)$$

بأخذ المرافق للدليل i ($\bar{i}$) والمرافق على الدليل j ($\bar{j}$) في (6) وطرح العلاقتين الناتجتين ، واستناداً إلى خواص تنسور ريمان R^h_{ijk} في الفضاء A_n، نجد:

$$\rho_{,\bar{i}}\delta^h_j - \rho_j\delta^h_{\bar{i}} + \rho_{,i}\delta^h_j - \rho_{,j}\delta^h_i = 0$$

بتقليص الدليلين i, h في العلاقة الأخيرة (بفرض $h = i$) وباعتبار أن $\delta^i_i = 0$ نجد أن:

توضيح كلمة تقليص

$$\rho_{,\bar{i}} = 0 \Rightarrow \rho_{,i}\delta^h_{\bar{j}} - \rho_{,j}\delta^h_{\bar{i}} = 0$$

وهذا يعني إما أن يكون:

$$\left\|\delta_{\bar{i}}^{h}\right\| = \left\|\boldsymbol{F_i}^{h}\right\| \le 1$$

وهذا غير ممكن استناداً إلى ***(1,d)***، أو أن يكون: $\rho_{,i} = 0$ ، أي أن $\rho = \boldsymbol{const}$ ، وهذا يعني أن K− فضاء هو فضاء متقارب. وهو المطلوب.

<u>نتيجة</u> *(1)*:

إن أي حقل متجهي متقارب في فضاء ريمان (K− فضاء) يحقق الشرط:

$$\xi_{,\alpha}^{h}\boldsymbol{F_i}^{\alpha} = \xi_{,i}^{\alpha}\boldsymbol{F}_{\alpha}^{h} \qquad \textbf{(7)}$$

هذا ينتج ببساطة من العلاقة ***(3)*** ومنه يكون:

$$\delta_{\bar{i}}^{h} = \delta_{i}^{\bar{h}} = \boldsymbol{F_i}^{h}$$

<u>تعريف</u> *(3)*: يسمى الحقل المتجهي في الفضاء $\boldsymbol{A_n}$ الذي يحقق الشرط ***(7)*** حقلاً متجهاً تحليلياً [***5-4-3***].

ملاحظة:

يمكن كتابة الشرط ***(7)*** على النحو:

$$\boldsymbol{L}_{\xi}\boldsymbol{F_i}^{h} = 0 \qquad \textbf{(8)}$$

حيث $\boldsymbol{L}_{\xi}\boldsymbol{F_i}^{h}$ مشتق لي للتنسور $\boldsymbol{F_i}^{h}$ وفق منحى المتجه ξ^{h} ويعرف بالعلاقة:

$$\boldsymbol{L}_{\xi}\boldsymbol{F_i}^{h} = \xi^{\alpha}\boldsymbol{F}_{i,\alpha}^{h} + \xi_{,i}^{\alpha}\boldsymbol{F}_{\alpha}^{h} - \xi_{,\alpha}^{h}\boldsymbol{F_i}^{\alpha}$$

واستناداً إلى ***(1,c)*** وإلى ***(7)*** ينتج صحة العلاقة ***(8)***.

سنحاول فيما يلي إيجاد مركبات الحقل التنسوري التحليلي في (K− فضاء) المنسوب إلى نظام إحداثي تدبيري (مفترض).

تكتب العلاقة ***(7)*** استناداً إلى ***(1,c)*** على النحو:

$$\partial\xi^{h}\boldsymbol{F_i}^{\alpha} = \partial_{i}\xi^{\alpha}\boldsymbol{F}_{\alpha}^{h} \qquad \textbf{(9)}$$

بالتعويض في ***(9)***:

$i=a\ ,h=b$

$i=a\ ,h=b+m$

$i=a+m,h=m$

$i=a+m,h=b+m$

حيث $\boldsymbol{a,b}=1,2,....,\boldsymbol{m}$.

نحصل على العلاقات :

$$\partial_{\boldsymbol{a+m}}\xi^{\boldsymbol{b}}=0 \qquad \textbf{(10)}$$

$$\partial_{\boldsymbol{a+m}}\xi^{\boldsymbol{b+m}}=\partial_{\boldsymbol{a}}\xi^{\boldsymbol{b}} \qquad \textbf{(11)}$$

من **(10)** نجد أن:

$$\xi^{\boldsymbol{b}}=\tilde{\xi}^{\boldsymbol{b}}\left(\boldsymbol{x}',...,\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{m}}\right)$$

من **(11)** نجد أن :

$$\xi^{\boldsymbol{b+m}}=\tilde{\xi}^{\boldsymbol{b+m}}\left(\boldsymbol{x}',...,\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{m}}\right)+\boldsymbol{x}^{\boldsymbol{a+m}}\partial_{\boldsymbol{a}}\tilde{\xi}^{\boldsymbol{b}}$$

مما سبق نجد أن مركبات الحقل التنسوري المقارب في نظام إحداثي مفترض يأخذ الشكل

إعادة التنسيق

الآتي:

$$\begin{aligned} &a)\zeta^{a}=\tilde{\zeta}^{a}(x^{1},...,x^{m})\\ &b)\zeta^{a+m}=\tilde{\zeta}^{a+m}(x^{1},...,x^{m})+x^{b+m}\partial_{b}\tilde{\zeta}^{a} \end{aligned} \qquad (12)$$

<u>مبرهنة</u> *(2)*:

بفرض $\xi^{\boldsymbol{h}}$ حقلاً تنسورياً تحليلياً في K− فضاء ، عندئذٍ يوجد نظام إحداثي تدبيري ما بحيث

تأخذ مركبات الحقل المتجهي ξ^h أحد الأشكال الآتية:

$$a)\ \zeta^h = \delta_1^h$$
$$b)\ \zeta^h = \delta_{1+m}^h \qquad (13)$$

البرهان:

ليكن ξ^h حقلاً متجهاً تحليلياً غير معدوم في الفضاء A_n ، يحقق العلاقة (13) التي تكافئ العلاقات (12) في نظام إحداثي تدبيري(مفروض) (2).

يمكن التأكد من أن التحويل الإحداثي الآتي (الذي ندعوه تحويل تحليلي):

$$x'^a = \tilde{x}(x^1,...,x^m)$$
$$x'^{a+m}(x^1,...,x^m) + x^{b+m}\partial_b \tilde{x}^a \qquad (14)$$

يحافظ على الشكل الأساسي (2) للتركيب $\left(F_i^h\right)$.

حيث $\tilde{x}^h, \tilde{x}^{h+m}$ دوال ما بالمتغيرات الموضحة بالعلاقات (14)، بشرط أن يكون:

$\det \left\| \partial_a \tilde{x}^b \right\| \neq 0$.

الآن يترتب علينا إيجاد تحويل تحليلي من الشكل (14)، بحيث تأخذ مركبات الحقل المتجهي ξ^h الشكل الخاص (13) بدلاً من الشكل العام (12).

إن مركبات المتجه ξ^h في النظام الإحداثي (14) تكتب بدلالة النظام الإحداثي (x) على النحو:

$$\xi'^h\left(x'\right) = \xi^\alpha\left(x\right)\partial_\alpha x'^h \qquad (15)$$

وذلك بشرط أن يكون كلا النظامين $\left(x'\right),\left(x\right)$ تحليلي.

وبصورة مشابهة للعلاقات (12) فإن مركبات المتجه $\xi'^h\left(x'\right)$ في النظام الإحداثي $\left(x'\right)$ تأخذ الشكل:

$$\zeta'^{a} = \tilde{\zeta}'^{a}(x'^{1},...,x'^{n})$$
$$\zeta'^{a+m} = \tilde{\zeta}'^{a+m}(x'^{1},...,x'^{m}) + x'^{b+m}\partial_{b}x'^{a} \qquad (16)$$

حيث $\tilde{\xi}'^{i}$ دوال بالمتغيرات الموضحة في (16) $\partial'_{b} = \dfrac{\partial}{\partial x'^{b}}$.

بفرض $h = a$ ، فإن العلاقة (15) تأخذ الشكل:

$$\tilde{\xi}'^{a} = \xi^{b}\partial_{b}\tilde{x}'^{a} \qquad (17)$$

وعندما $\xi'^{a} = e_{1}\delta_{1}^{a}$ ، حيث $e_{1} = 0,1$، فإن المعادلات (17) تملك حلاً بالنسبة للدوال غير المعروفة $\tilde{x}^{a}\left(x',....,x^{m}\right)$ بشرط أن يكون $\det\left\|\tilde{x}^{a}\right\| \neq 0$ ، عندئذٍ يصبح التحويل الآتي:

$$x'^{a} = \tilde{x}^{a}$$
$$x'^{a+m} = x^{b+m}\partial_{b}x^{a} \qquad (18)$$

تحويلاً تحليلياً، وفي هذه الحالة يمكن اعتبار أن النظام الإحداثي التدبيري مأخوذ بحيث يكون: $\xi^{a} = e_{1}\delta_{1}^{a}$.

عندئذٍ تأخذ العلاقات (12) الشكل المبسط الآتي:

$$a)\ \zeta^{a} = e_{1}\delta_{1}^{a}$$
$$b)\ \zeta^{a+m} = \tilde{\zeta}^{a+m}(x^{1},...,x^{m}) \qquad (19)$$

العلاقات (15) استناداً إلى (14) و (19) تأخذ الشكل:

$$a)\ \zeta'^{a} = e_{1}\partial_{1}\tilde{x}^{a}$$
$$b)\ \zeta'^{a+m} = e_{1}\partial_{1}\tilde{x}^{a+m} + \tilde{\zeta}^{b+m}\partial_{b}\tilde{x}^{a} \qquad (20)$$

عندما $e_{1} = 0$، فإن العلاقات (20) تصبح على النحو:

$$\zeta'^{a+m} = \tilde{\zeta}^{b+m}\partial_{b}\tilde{x}^{a} \qquad (21)$$

في هذه الحالة يمكننا إيجاد حلاً من الشكل:

$$\tilde{x}^{a} = \tilde{x}^{a}\left(x^{1},...,x^{m}\right)$$

يحقق (**20-b**) ، (**20-a**) وذلك بشرط:

$$\zeta'^{a+m} = \delta_{1+m}^{a+m}$$

بحيث $\det\left\|\partial_{b} x^{a}\right\| \neq 0$. وهذه الدوال تحقق الشروط (**18**) التي تجعل مركبات المتجه ξ^{h} تأخذ الشكل (**19-a,b**).

بقيت لدينا الحالة عندما $e_1 = 1$.

بالتعويض في (**20**) عن $e_1 = 1$، فإنها تأخذ الشكل:

$$\zeta'^{a} = \partial_1 \tilde{x}^{a+m} + \tilde{\zeta}^{b+m}\partial_b \tilde{x}^{a} \qquad (22)$$

وبالتالي فإن التحويل:

$$\tilde{x}^{a} = x^{a}$$
$$\tilde{x}^{a+m} = -\int \tilde{\zeta}^{a+m} dx^{1}$$

هو تحويل تحليلي غير معدوم، ينقل استناداً إلى (**20**) مركبات المتجه ξ^{h} إلى الشكل (**13-a**). تم إثبات المبرهنة.

التوصيات:

نوصي بدراسة الحول المتجهة المتقاربة في فضاءآت ريمان الخاصة ، وغيرها من الفضاءآت .

REFERENCES

1- Широков П. А- Избракные Работы по Геомегрии.- казань:изд-во казанск. Ун-та, 1966.

2- Бекелемишев Д.В. Дифферен цианьна Геометрия пространетвс почти комплексной Структурой// Геометрия.1963. итоти Науки.

3- Микешй, Осасакиеьюхи эквидистантнњх келеровых простра нствах // Докг. АНСССР.-1986.-291, Nō 1. С. 33-36.

4- Микешй, -, старко Г.А О Гипербогеск и саса киевых // укр. Геометр. Сб. 1989.

5- Раад Джамел Кадем, курбатовсеи . Н. Геометрические объекты, инвариантлые относитеыно 2-планарны отображения Аффинно связныыхи Римановых пространств , сруктурой /одес. Ун-т.- ОДЕССА, 1990.

6- M. Prvanovic, a note in holomorphically projective transformations of the Kahler spaces , Tensor New Ser .35 (1981) 99-104.

7- PETROV,A,Z.: New methods in general relativity theory. Moscow: Nauka, 495., 1966.

8- Н. С. Сиников М:Геодезические отображения Римановыхп ространств . наука 1979.

9- Mikes,J. Geodesic mappings of Semisy metric Rimannian Spaces (Russian) Odessa. Univ. Moscow, Archives at VINITI 11. 11.76 No. 3924-76, 16p. (1976).

10-Kurbatova,I,N, On some questions geodesic mappings almost Hermation Spaces. Odessa 1990-145. Named. Dok in Ukranuuite, 20.08.91 No. 1217-yk 91.

11-Shiha,M: On the theory of holomorphically projective

mappings parabolically – kahlerian spaces . Diff. Geometry and its App. Conf. Opava ,157-160 ,1993.

12-Shiha,M.,the holomorphicaly projective mappings of parabolically-Kahlerrian spaces(Russian) . Moscow 1994.

13-Shiha,M.,Mikes .J. : on holomorphically projective flat parabolically – Kahlerian spaces, Grant No 201/05/2707 CZEch Science Foundation and Council of Czech Government MSN No 6198959214 (2005)

14-Mikes,J.;Holomorphically projective mappings and their generalizations ,J. Math. Sci., New York.89,3 (1998) 1334-1353

15-Mikes,J.Geodesic mappings of Einstein spaces . Math. Nothes ,28,922-923 ,1981; translation from Math . Zametki.28,935-938,1980.

16-Раад Кадем Джамел, 2-F планарны отображения Аффинно связныыхи Римановыхп ространств , РНД, ОДЕССА, 1992.

17-SHiha,M.:Geodesic and Holomorphically-projective mappings of parabalically-Kahlerian spaces .(Russian) PHD . Moscow ,1994.

المراجع العربية

18- د. محسن شيحة و د. عصام ديبان، فضاء ريمان ذو التركيب $(F)^3 = 0$ ، مجلة جامعة البعث ، المجلد 35 لعام 2013.

19-د. محسن شيحة ، الحقول المتجهة المتقاربة في فضاء ريمان A_n ذو التركيب $(F)^3 = 0$. مجلة جامعة البعث ، المجلد 35 لعام 2013.

حساب قيم الجرعات الممتصة في الرحم وبعض الأعضاء المحيطة به خلال مراحل الحمل الثلاثة باستخدام CT SCAN

اعداد : رزان سلوم اشراف:أ.د عبد الهادي صوفان

الملخص :

تمت في هذه الدراسة حساب الجرعة الممتصة في بعض الأعضاء الداخلية (الرحم وبعض الأعضاء المحيطة به) لمرأة حامل (فانتوم رقمي تم تصميمه بأبعاد قياسية مع تعديل حجم الرحم في كل مرحلة لتناسب عمرالحمل)باستخدام طريقة مونتي كارلو (محاكاة إشعاعية باستخدام الكود MCNP).خضعت المجسمات الرقمية لتصوير إشعاعي بتقنية CT Scan في منطقة الصدر(الرئتين) وتحديدا الجهاز المقطعي المحوسب متعدد الكواشف MDCT ، **ضمن بروتوكولات التصوير الإشعاعي كانت شدة التيار المطبق($1mA$) خلال زمن ($1\ Sec$) وهذا مايسمى اصطلاحاً بتيار التعرض الزمني (the time exposure current)الذي يعطى بواحدة** $\left(1\frac{mA}{s}\right)$وكانت قيمة طاقة الفوتونات لحزمة الأشعة الواردة($E = 120\ keV$)والجهد ($V = 120\ kV$)أما عدد الشرائح في الجهاز كانت 128 شريحة . أظهرت النتائج أن الجرعة الإشعاعية التي يتلقاها الجنين خلال عملية التصوير الإشعاعي آمنة لم تتجاوز $(100 - 200m\ Gry)$أي أنها أقل من مستوى الخطر الإشعاعي$(9.01 \times 10^{-7}\ Gry)$ ،كما أن التباين في قيمة الجرعة الجنينية الإشعاعية خلال مراحل الحمل أظهرت ارتباطاً واضحاً بين الجرعة الإشعاعية التي يتلقاها الجنين وعمر الحمل حيث حصل الجنين على أعلى جرعة إشعاعية خلال الثلث الأخير من الحمل$(9.01 \times 10^{-7}\ Gry)$والتي كانت أعلى مقارنة مع الجرعة الإشعاعية التي يتلقاها خلال الثلث الأول والثاني من الحمل ، كما أن زيادة حجم

الجنين خلال الثلث الأخير من الحمل تسبب في حجب جزئي للكلى وهذا أدى بدوره إلى انخفاض الجرعة الإشعاعية التي تتلقاها منطقة الكلى خلال الفترة الأخيرة من الحمل .

كلمات مفتاحية :

الجرعة الجنينية الإشعاعية – كود MCNP–التصويرالمقطعي المحوسبCT Scan–المحاكاة الإشعاعية.

Calculating the absorbed dose values in the uterus and some surrounding organs during the three stages of pregnancy using CT scan

Abstract :

In this study, the absorbed dose in some internal organs (the uterus and some surrounding organs) of a pregnant woman was calculated (a digital phantom was designed with standard dimensions with the size of the uterus being adjusted at each stage to suit the gestational age) using the Monte Carlo method (radiation simulation using the MCNP code). The digital models were subjected to radiographic imaging using CT Scan technology in the chest area (lungs), specifically the MDCT multi-detector computed tomography device, within the radiographic

imaging protocols. The intensity of the applied current was (1mA) during a time of (1 Sec), which is conventionally called the time exposure current, given in units of (1 mA/s). The value of the photon energy of the incoming radiation beam was (E=120 keV), and the voltage was (V=120 kV). The number of slides in the device was 128 slides. The results showed that the radiation dose received by the fetus during the ultrasound scan was safe, not exceeding (9.01×10^{-7} Gy), which is below the danger level (100–200 mGy). Furthermore, the variation in fetal radiation dose during pregnancy revealed a clear correlation between the dose received and gestational age. The fetus received the highest radiation dose during the last trimester, which was higher compared to the dose received during the first and second trimesters. Additionally, the increased fetal size during the last trimester caused partial obstruction of the kidneys, which in turn led to a decrease in the radiation dose received by the renal region during the final stages of pregnancy.

Keywords:

Fetal radiation dose – MCNP code – CT scan – Radiation simulation.

مقدمة :

يُعَدّ التعرض للإشعاع خلال فترة الحمل من القضايا المهمة في الطب الإشعاعي، نظراًلخطورة التأثيرات المحتملة على الجنين. إن التطور السريع في تقنيات التصوير الطبي مثل الأشعة السينية (X-ray) والتصوير المقطعي المحوسب (CT) قد رفع من مستوى القلق بين الأطباء والحوامل بشأن الآثار السلبية للإشعاع على الجنين. إن فهم الجرعات الإشعاعية المترتبة على هذه الفحوصات وتطبيق بروتوكولات الأمان المناسبة يُعد أمراً حيويًا لحماية صحة الأم والجنين، و نظراً لخصوصية تأثير الإشعاع المؤين على النساء الحوامل وخاصة في القطر العربي السوري حيث لا يوجد مثل هذه المعالجات وفي كثير من الأحيان لا يسمح للمرأة الحامل أن تقترب من أجهزة التصوير والمعالجة لهذا نرى أن مثل هذه الدراسة قد تشجع على استخدام طرائق التشخيص والمعالجة للنساء الحوامل بعد حساب الجرعة الإشعاعية التي يتلقاها الجنين . يتم تعريف مفهوم الجرعة الإشعاعية على أنها كمية الطاقة الإشعاعية الممتصة في الجسم، وتُقاس بوحدة الملي غراي (mGy) . تختلف تأثيرات الإشعاع على الجسم حسب الجرعة المستلمة، نوع الإشعاع، وحساسية الأنسجة المستهدفة. تكون النساء الحوامل والأجنة أكثر حساسية لتأثيرات الإشعاع، خاصة خلال المراحل المبكرة من التطور الجنيني [1,2,3,4] .

أثبتت الدراسات أن الجنين يكون عرضة لمخاطر متعددة عند تعرضه للإشعاع، منها:

- الإجهاض: يمكن أن يحدث في الأسابيع الأولى من الحمل عند التعرض لجرعات عالية.
- التشوهات الخلقية: قد تحدث تشوهات جسدية أو عقلية عند تعرض الجنين للإشعاع في مراحل تكوين الأعضاء.
- تأخر النمو: قد يؤثر الإشعاع على نمو الجنين، مما يؤدي إلى وزن منخفض عند الولادة أو تأخر في النمو العقلي.
- السرطان في الطفولة: يزيد التعرض للإشعاع خلال فترة الحمل من خطر الإصابة بأنواع معينة من السرطان في الطفولة، مثل اللوكيميا.

عند الحديث عن الطب الإشعاعي يجب أن نتطرق إلى أهم الطرق التي تتيح إمكانية حساب الجرعات ودراسة عملية نقل الجسيمات التي تتابع الجسيم الدقيق من مصدره وحتى فنائه أو امتصاصه من قبل المادة متضمناً فقدان الجسيم لطاقته بعد التفاعل وطبيعة التفاعل، تكرر هذه الدارسة على الجسيمات المتولدة عن التفاعل حيث تعرف هذه الطريقة بطريقة مونت كارلو التي تستخدم طريقة الخوارزميات الحسابية معتمدة على النمذجة الإحصائية لإجراء دراسة حول عملية نقل الجسيمات المذكورة سابقا .من الجدير بالذكر أن هذه الطريقة تعتمد على رموز محاكاة أهمها MCNPحيث يعتمد هذا الكود طريقة احتمالية تسمح بتحليل معادلة النقل من لحظة الإصدار من المنبع حتى لحظة الامتصاص مع مراعاة احتمالات التفاعل مع المواد التي واجهتها. إن أهم الوحدات المستخدمة في الكود هي طول المسار،الطاقة،الوقت ، درجة الحرارة ،الكثافة الذرية ،الكثافة الكتلية والمقاطع العرضية[5].

كود المحاكاة الإشعاعية MCNP :

يعد الكودMCNP(Carlo Monte code Particle – N) من أشهر أكواد طرائق مونتي كارلو، والذي يطور في مخابر لوس آلاموس الوطنية في الولايات المتحدة الأمريكية [6] كتب الكود بلغة FORTRANويعمل بنظام DOS–MS ويحتاج إلى ملف دخل يكتب يدوياً ويربط مع الملف الإقلاعي للكودexe.mcnpxعن طريق موجه أوامر نظام الويندوز cmd. exeلكي يقوم بالحسابات اللازمة .تتميز النسخة الحديثة للكود MCNPX 2.3 باحتوائها على مكتبة للمقاطع العرضية لجميع تفاعلات الجسيمات المشحونة وغير المشحونة)البروتونات، جسيمات ألفا، والإلكترونات، والنترونات...،الخ) إضافة إلى أشعة غاما.

مفهوم كودMCNP :

يعتمد كود MCNP على تقنية مونتي كارلو التي تستخدم الحسابات العشوائية لحل المعادلات الرياضية المعقدة. تُستخدم هذه التقنية لمحاكاة مسارات الجسيمات الفردية مثل الفوتونات والنيوترونات والإلكترونات خلال المادة. بفضل هذا النهج، يمكن لـ MCNP تقديم نتائج دقيقة وشاملة لتوزيع الجرعة الإشعاعية، ونقل الإشعاع، وتفاعل الجسيمات مع المواد المختلفة[5,6,7] .

يتم حساب كمية الجرعة الإشعاعية الممتصة ضمن الأعضاء الداخلية للمرأة الحامل باستخدام العلاقة الرياضية :

$$D\left(\frac{Gy}{source\ practicle}\right) = DE\left(\frac{Mev}{source\ practicle}\right) \times 1.6 \times 10^{-13}\left(\frac{1}{Mev}\right) \times 10^{3} \times M^{-1}(g^{-1})$$

حيث :

$D\left(\frac{Gy}{source\ practicle}\right)$: الجرعة الممتصة الصادرة عن كل جسيم من المصدر .

$DE\left(\frac{Mev}{source\ practicle}\right)$: الطاقة المودعة الناتجةعن كل جسيم من المصدر، وتحسبباستخدام الكود MCNP

1.6×10^{-13} : ثابت التحويل من joul إلى Mev.

M:كتلة العضو المدروس.

-حساب الجرعة الفعالة للأعضاءEffective doseاعتمادا على العلاقة :

$$Effective\ dose = \sum Dose_{tissue} \times Weighting\ factor_{tissue}$$

حيث :

$Dose_{tissue}$: الجرعة الإشعاعية الممتصة والمحسوبة في البند السابق .

$Weighting\ factor_{tissue}$: معامل النسيج المرجح .

تعطى معاملات النسيج المرجحة وفقاً لمنشورات اللجنة الدولية للوقاية الإشعاعية،[8](1977) ICRP26، [9]ICRP 103(2007) و [10](1991) ICRP60.

إن من أبرز نقاط القوة استخدام الكود MCNP استخدامه الواسع في تقدير الجرعات الإشعاعية في الطب النووي والعلاج الإشعاعي، محاكاة إجراءات التشخيص الطبي مثل التصوير بالرنين المغناطيسي والتصوير الطبقي المحوري لضمان الجرعات المناسبة للمرضى و مساهمته في تحسين تصاميم أجهزة التصوير الإشعاعي وتقييم كفاءتها في كشف الأمراض.

ميزات كودMCNP :

- **الدقة العالية** :يتيح استخدام طرق مونتي كارلو الحصول على نتائج دقيقة لتوزيع الجرعة وتفاعلات الجسيمات.
- **المرونة**:يدعم مجموعة واسعة من التطبيقات والمواد، مما يجعله مناسبًا لمختلف الدراسات الإشعاعية.
- **التحليل الشامل** :يمكنه التعامل مع الهندسات المعقدة وتفاعلات الجسيمات المختلفة، مما يوفر تحليلات شاملة للمشاكل الإشعاعية.

الجزء العملي :

تم تصميم مجسم رقمي (فانتوم) لمرأة حامل بأبعاد قياسيةبطول 173 سم ووزن 55 كغ,ومؤشر كتلة جسم 22 وفقًا لدراسة أجرتها شركة[11]Wileyوتم تعديل حجم الرحم في كل مرحلة حيث كان متوسط حجم الرحم في الثلث الأول من الحمل ($76cm^3$) وفي الثلث الثاني من الحمل ($1200cm^3$)ومتوسط حجم الرحم في الثلث الثالث من الحمل ($6000cm^3$)وتقرر إجراء صورة شعاعية باستخدام التصوير المقطعي المحوسب لمنطقة

الصدر (الرئتين)نظرا لأن الالتهاب الرئوي يعد من الحالات الطارئة الضرورية التي تستدعي إجراء تصوير شعاعي للمرأة خلال الحمل .

جهاز MDCT Scan المستخدم في المحاكاة يتألف من عدة مصادر لأشعة غاما التي تتحرك حركة دائرية وفق مسار حلزوني (وفق المحور Z)بحيث تفصل بينها زوايا متساوية (10°)حول مركز آلة التصوير لمحاكاة كل دورة لأنبوبة الأشعة في التصوير الحلزوني وتم تصميم هذه المصادر اعتمادا على خاصية الانتقال (TR) المتاحة في الكود MCNP ولسهولة العمل جرى تثبيت المسافة بين المصدر ومركز آلة التصوير ($60cm$)وزاوية الحزمة كانت(42.5°) .

تم وضع واقي من الرصاص بسماكة ($10mm$) على منطقة البطن لحماية الجنين وباقي الأعضاء من الإشعاع .

يملك جهاز المسح المقطعي المحوسب متعدد الكواشف MDCT Scan المستخدم في المحاكاة 128شريحة الذي يتميز بالسرعة والدقة والذي يستخدم في حالات واسعة بما في ذلك الكشف عن مشاكل القلب والرئتين والكبد وكانت الخطوة أو الميل المستخدمة في الدراسة= ($Pitch$ 1) وتعرف الخطوة بأنها نسبة المسافة التي تقطعها الطاولة التي يستلقي عليها المريض في دورة كاملة مقسومة على عرض حزمة الأشعة ، مع التركيز على فكرة أن حركة طاولة المريض خطية وحركة مصادر الأشعة حول الطاولة حلزونية (وفق المحور Z) . تم اختيار الخطوة ($Pitch = 1$)لأن هذه الحالة تعطي مسح متجاور أي يتم مسح كل جزء مراد تصويره من المريض لمرة واحدة فقط دون تكرار ودون إغفال أي منطقة وهذا الخيار يعطي توازنا جيدا بين جودة الصورة الجرعة الإشعاعية في حين أنه عندما تكون الخطوة ($Pitch < 1$)فقد يؤدي ذلك إلى زيادة الجرعة واذا كان($Pitch > 1$) سيؤدي ذلك إلى انخفاض جودة الصورة .

النتائج:

سنعرض فيما يلي نتائج الدراسة التي أجريناها باستخدام كود المحاكاة الإشعاعية MCNPبعد تحديد ملف الإدخال الذي يتضمن نوع الجسيمات (الفوتونات) وشدة التيار المطبق$\left(1\frac{mA}{s}\right)$ وكانت قيمة طاقة الفوتونات لحزمة الأشعة الواردة($\mathrm{E}=120$ kev) والجهد$=V$) (120 kvوقيمة الخطوة ($Pitch\ =1$) وزاوية الحزمة (42.5°)وتحديد عدد الشرائح (128شريحة)كما يتضمن ملف الإدخال تعريف مصدر الأشعة والخلايا والسطوح التي تتفاعل مع الفوتونات الواردة ، تضمن ملف الخرج للكود MCNP قيمة الطاقة المودعة في الرحم وبعض الأعضاء الداخلية المحيطة به مع مراعاة اختلاف حجم الرحم في كل مرحلة وقيمة الجرعة الممتصة في تلك الأعضاء وأيضا قيمة الخطأ في تحديد الجرعة الممتصة.

الجدول(1) : الجرعة الممتصة في الرحم و في الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار تعرض زمني I=1 mA/s ,وتكون طاقة الفوتوناتE=120 kevخلال الثلث الأول من الحمل :

الأعضاء	حجم العضو (cm^3)	كتلة العضو (gr)	الطاقة المودعة [MeV/gr]/1 mAs	مقدار الخطأ %	الطاقة المودعة [MeV/gr]	الجرعة الممتصة [Gy=1 J/kg]
الرئة اليمنى	1180.00	349.28	6.50E+04	0. 69	6.50E+06	1.04E−05
الرئة اليسرى	1020.00	301.92	6.56E+04	0. 71	6.56E+06	1.05E−05
الكبد	1350.00	1404.00	4.06E+04	0. 70	4.06E+06	6.50E−06

المعدة	113.00	117.52	4.80E+04	0. 132	4.80E+06	7.69E−06
المثانة البولية	34.50	35.88	5.26E+03	0. 473	5.26E+05	8.04E−07
المبيضين	10.20	10.61	4.60E+03	0. 963	4.60E+05	8.56E−07
القولون	283.90	295.26	1.03E+04	0. 175	1.03E+06	1.65E−06
الحوض	460	644.00	2.92E+04	0. 148	2.92E+06	4.68E−06
الكلى	238	247.52	4.01E+04	0. 123	4.01E+06	6.48E−06
الرحم	76	79.04	1.01E+03	0. 547	1.01E+05	1.61E−07
الثديين	347	360.88	2.43E+05	0. 48	2.43E+07	3.89E−05

الجدول(2) : الجرعة الممتصة في الرحم و في الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار شدته1 mA/s=اوتكون طاقة الفوتونات E=120 kevخلال الثلث الثاني من الحمل:

الأعضاء	حجم العضو (cm^3)	كتلة العضو (gr)	الطاقة المودعة [MeV/gr]/ 1 mAs	مقدار الخطأ %	الطاقة المودعة [MeV/gr]	الجرعة الممتصة [Gy=1 J/kg]
الرئة اليمنى	1180.00	349.28	6.50E+04	0. 69	6.50E+06	1.04E−05
الرئة اليسرى	1020.00	301.92	6.56E+04	0. 71	6.56E+06	1.05E−05
الكبد	1350.00	1404.00	4.06E+04	0. 70	4.06E+06	6.47E−06
المعدة	113.00	117.52	4.80E+04	0. 132	4.80E+06	7.70E−06

المثانة البولية	34.50	35.88	5.26E+03	0. 473	5.26E+05	7.98E−07
المبيضين	10.20	10.61	4.60E+03	0. 963	4.60E+05	8.60E−07
القولون	283.90	295.26	1.03E+04	0. 175	1.03E+06	1.63E−06
الحوض	460.00	644.00	2.92E+04	0. 148	2.92E+06	4.49E−06
الكلى	238.00	247.52	4.01E+04	0. 123	4.00E+06	6.47E−06
الرحم	1200	1248	1.25E+03	0. 547	1.25E+05	2.01E−07
الثديين	347.00	360.88	2.52E+05	0. 48	2.52E+07	4.03E−05

الجدول(3) : الجرعة الممتصة في الرحم و في الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار شدته$1\ mA/s$=1اوتكون طاقة الفوتونات $E=120\ kev$خلال الثلث الثالث من الحمل :

الأعضاء	حجم العضو (mm^3)	كتلة العضو (gr)	الطاقة المودعة [MeV/gr]/ 1 mAs	مقدار الخطأ %	الطاقة المودعة [MeV/gr]	الجرعة الممتصة [Gy=1 J/kg]
الرئة اليمنى	1180.00	349.28	6.49E+04	0. 69	6.49E+06	1.04E−05
الرئة اليسرى	1020.00	301.92	6.51E+04	0. 71	6.51E+06	1.05E−05
الكبد	1350.00	1404.00	4.04E+04	0. 70	4.04E+06	6.47E−06
المعدة	113.00	117.52	4.82E+04	0. 132	4.82E+06	7.70E−06

المثانة البولية	34.50	35.88	4.99E+03	0. 473	4.99E+05	7.98E−07
المبيضين	10.20	10.61	5.37E+03	0. 963	5.37E+05	8.60E−07
القولون	283.90	295.26	1.02E+04	0. 175	1.02E+06	1.63E−06
الحوض	460.00	644.00	2.29E+04	0. 148	2.29E+06	3.67E−06
الكلى	238.00	247.52	4.04E+04	0. 123	3.15E+06	4.03E−06
الرحم	6000	6240	5.63E+03	0. 547	5.63E+05	9.01E−07
الثديين	347.00	360.88	2.52E+05	0. 48	2.52E+07	4.03E−05

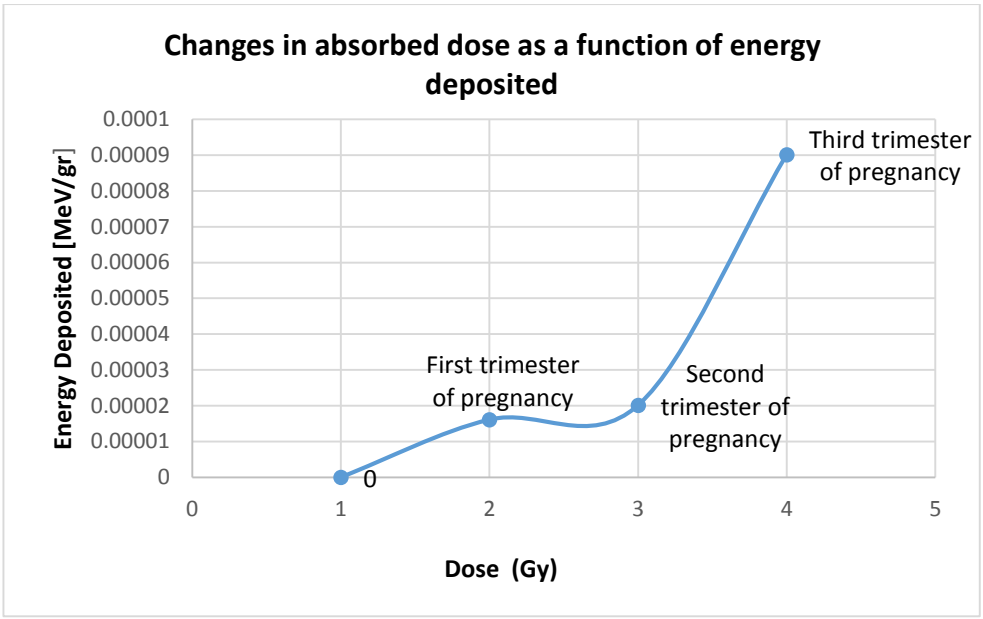
يتبين لدينا من الجداول(1,2,3) أن الجرعة الإشعاعية التي تلقاها الجنين في المراحل الثلاثة من الحمل كانت أقل من متوسط الجرعة الإشعاعية الجنينية المسموحة $(0.3 - 18\ m\ Gry)$ [11] ،وبالتركيز على الجرعة الممتصة في الرحم نلاحظ أن أصغر جرعة يمتصها الجنين كانت خلال الثلث الأول من الحمل$(1.61 \times 10^{-7}\ Gry)$ ثم بدأت بالزيادة في الثلث الثاني$(2.01 \times 10^{-7}\ Gry)$ ووصلت لأعلى قيمة خلال الثلث الثالث$\times 9.01)$ $10^{-7}\ Gry)$ من الحمل .

الجدول(4) : الجرعة الممتصة في الرحم عند تطبيق تيار شدته$1\ mA/s$=اوتكون طاقة الفوتوناتE=120 keVخلال الثلث الأول والثاني والثالث من الحمل:

حجم الرحم	الجرعة الممتصة	الطاقة المودعة MeV/gr]]
الثلث الأول $(76cm^3)$	1.61×10^{-7}	1.01E+05
الثلث الثاني $(1200cm^3)$	2.01×10^{-7}	1.25E+05

الثلث الثالث $(6000cm^3)$	9.01×10^{-7}	5.63E+05

أجرينا تمثيلاً بيانياً لقيم الجرعات الممتصة في منطقة الرحم خلال مراحل الحمل الثلاث .

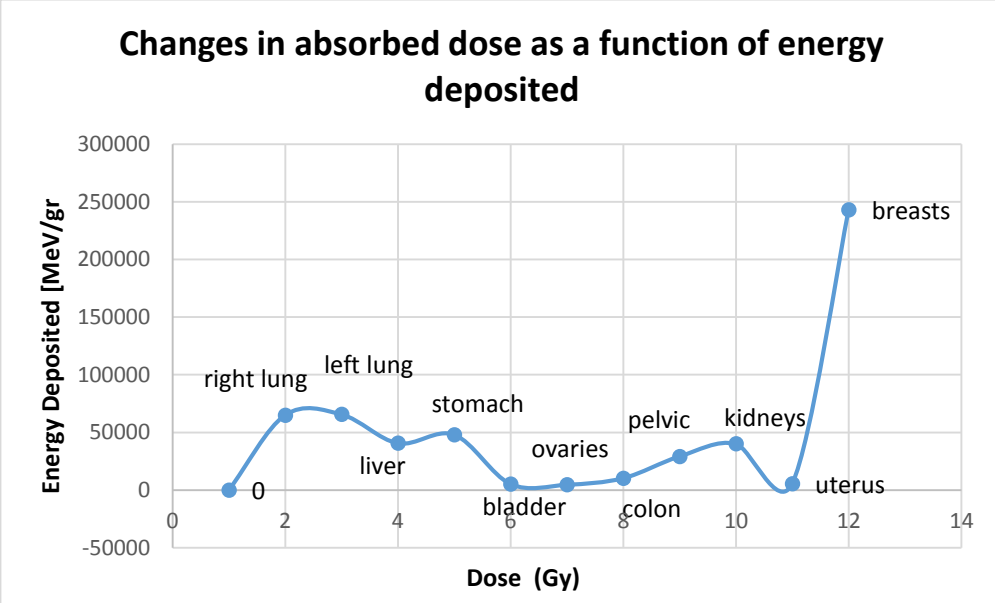


الشكل(1) : منحني الجرعة الممتصة بدلالة الطاقة المودعة في الرحم عند تطبيق تيار تعرض زمني شدته $I = 1mA/s$ ،وتكون طاقة الفوتونات E=120 kev خلال الثلث الأول والثاني والثالث من الحمل.

يبين الشكل(1) والجدول (4) ارتفاع طفيف في قيمة الجرعة الجنينية خلال الثلث الثاني من الحمل وهي المرحلة التي تتشكل فيها غضاريف النمو للجنين والتي تكون أكثر كثافة من النسج اللينة التي كانت خلال الثلث الأول من الحمل ، في حين أننا نلاحظ ارتفاعا واضحا في قيمة

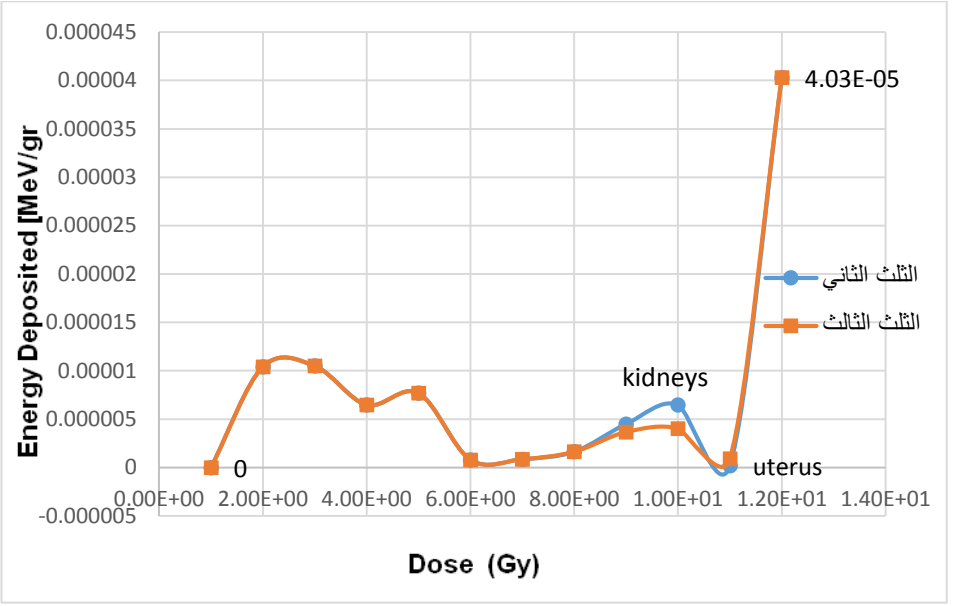
الجرعة الجنينية خلال الثلث الأخير من الحمل حيث تبدأ مرحلة التعظم أو التكلس (تحول الغضاريف إلى عظام) من نهاية الثلث الثاني من الحمل وتستمر خلال الثلث الأخير وإلى فترة ما بعد الولادة، بمعنى آخر تشكل العظام يعني زيادة في امتصاص الأشعة .

يبين الشكل (2) الجرعة الممتصة بدلالة الطاقة المودعة في الرحم وبعض الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار تعرض زمني $I = 1mA/s$ وتكون طاقة الفوتونات E=120 kev والجهد $V = 120\ kv$ خلال الثلث الأول من الحمل.



الشكل(2) : منحني الجرعة الممتصة بدلالة الطاقة المودعة في الرحم و بعض الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار تعرض زمني I=1 mA/s, وتكون طاقة الفوتونات E=120 kev خلال الثلث الأول من الحمل.

تظهر الجداول (1,2,3) أن قيم الجرعات الممتصة في الأعضاء بقيت ذاتها تقريبا خلال مراحل الحمل الثلاثة والتي تم تمثيلها في الشكل (2) لكن قيمة الجرعة الإشعاعية الممتصة في الرحم ارتفعت بشكل طفيف في الثلث الثاني من الحمل عن قيمتها المسجلة في الثلث الأول بينما ارتفعت بشكل ملحوظ خلال الثلث الثالث من الحمل . من ناحية أخرى ، بقيت جرعة الكلى ذاتها تقريبا خلال الثلثين الأول والثاني لكنها انخفضت خلال الثلث الأخير بعد نمو الجنين وزيادة حجمه. تظهر اختلافات جرعة الرحم والكلى في الشكل (3) الذي يمثل الجرعة الممتصة بدلالة الطاقة المودعة في الرحم و بعض الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار تعرض زمني I=1 mA/s ,وتكون طاقة الفوتوناتE=120 kevخلال الثلث الثاني والثالث من الحمل.

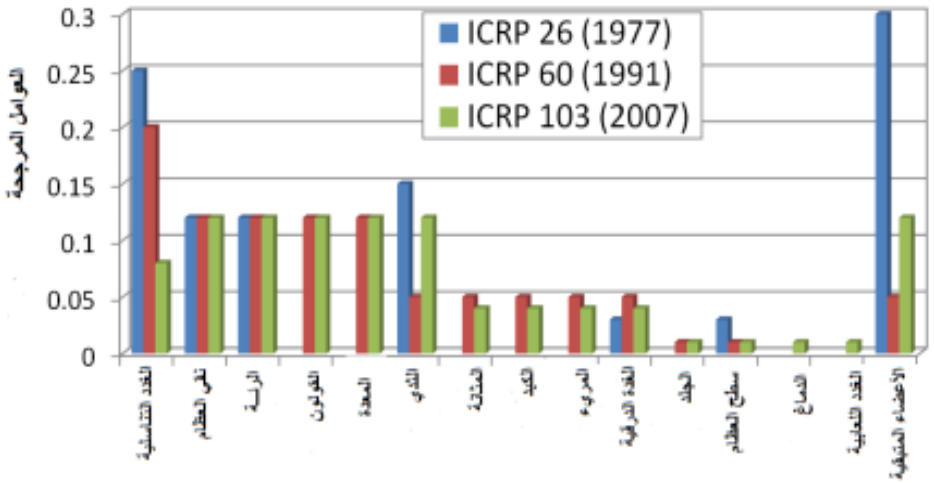


الشكل(3) : منحني الجرعة الممتصة بدلالة الطاقة المودعة في الرحم و بعض الأعضاء الداخلية المحيطة به عند تطبيق تيار تعرض زمني شدته I=1 mA/s ,وتكون طاقة الفوتوناتE=120 kevخلال الثلث الثاني والثالث من الحمل.

يلاحظ من الأشكال البيانية (2,3) أن الجرعة الإشعاعية كانت الأكبر في منطقة الصدر(الثدي بالدرجة الأولى$(4.03 \times 10^{-5}\ Gry)$ والرئتين بالدرجة الثانية$\times 1.04)$ $(10^{-5}\ Gry)$وأصغر جرعة إشعاعية كانت في الرحم $\times 9.01 - 10^{-7} \times 1.61)$ $10^{-7}\ Gry)$هذه النتائج تتوافق مع البروتوكولات المتبعة خلال الدراسة حيث أن الإشعاع كان موجه بشكل مباشر إلى منطقة الصدر هذا يعني جرعة إشعاعية عالية كما أن منطقة البطن والحوض لم تخضع لإشعاع مباشر بل لإشعاع متشتت لأنها كانت محجوبة بواقي من الرصاص بسماكة $(1.2mm)$ بالتالي جرعة إشعاعية منخفضة .

من ناحية أخرى ، نلاحظ من الشكل (3) والجدول (3)أن الجرعة الممتصة في منطقة الكلى أيضا اختلفت خلال الثلث الأخير من الحمل وانخفضت بعد ازدياد حجم الجنين إلى درجة يمكن القول أنه حجب الكلى جزئيا .

كما أن الجرعة الإشعاعية الممتصة في الرحم وباقي الأعضاء المحيطة به توافقت مع معاملات النسيج المرجحة وفقاً لمنشورات اللجنة الدولية للوقاية الإشعاعية[9] ICRP 103 الشكل (4).



الشكل(4) : معاملات النسيج المرجحة وفقاً لمنشورات اللجنة الدولية للوقاية الإشعاعية، ICRP26، ICRP 103 و ICRP60 .

المناقشة و الإستنتاجات:

1. نلاحظ من خلال الجداول الثلاثة (1,2,3) أن قيمة الجرعة الممتصة في الرحم في هذه الدراسة كانت تتراوح بين $(1.61 \times 10^{-7} - 9.01 \times 10^{-7}\ Gry)$ كانت أقل من الجرعة الجنينية الطبيعية المسموح بها $(0.3 - 18\ m\ Gry)$[11][16]$(50 - 100m\ Gry)$..

2. ليس هنالك مبرر لإنهاء الحمل أو القلق من الآثار الحتمية للتعرض الإشعاعي خلال فترة الحمل والتي تتمثل بشكل أساسي بمخاطر (حدوث الوفاة للجنين قبل الولادة أو التشوهات أو ضعف النمو العقلي) طالما أن الجرعات التي تؤدي إلى مثل هذه المخاطر يجب أن تتجاوز الجرعة الحدية $(100 - 200m\ Gry)$ ولا يتم الوصول إلى هذه الجرعات في معظم الإجراءات التشخيصية المنفذة بشكل صحيح [12] .

3. وجدنا أن عمر الحمل يرتبط بالجرعة الإشعاعية التي يتلقاها الجنين حيث كانت الجرعة الإشعاعية الممتصة للجنين خلال الثلث الثالث من الحمل $(9.01 \times 10^{-7}\ Gry)$أعلى بشكل واضح من الجرعة التي امتصها الجنين خلال الثلثين الأول $\times$ 1.61) $10^{-7}\ Gry)$ والثاني من الحمل $(2.01 \times 10^{-7}\ Gry)$ وهذا يتفق مع المرجع [13][14].

4. وجدنا أن أصغر جرعة يمتصها الجنين كانت خلال الثلث الأول من الحمل$\times$ 1.61) $10^{-7}\ Gry)$ ثم بدأت بالزيادة في الثلث الثاني$(2.01 \times 10^{-7}\ Gry)$ ووصلت لأعلى قيمة خلال الثلث الثالث$(9.01 \times 10^{-7}\ Gry)$ من الحمل .

5. إن اختلاف جرعة الجنين خلال مراحل الحمل أعطى فكرة عن وجود ارتباط واضح بين عمر الحمل والجرعة الإشعاعية التي يتلقاها الجنين ويمكن تفسير الارتباط بأن الجرعة الممتصة العالية في الرحم خلال المراحل الأخيرة من الحمل كانت بسبب اختلاف تكوين الجنين في كل مرحلة حيث يكون الجنين خلال الأسابيع الأولى (1–12 أسبوع)عبارة عن نسج لينة يتحول إلى كتلة من النسج اللينة متضمنة مرحلة تشكل غضاريف النمو التي تكون أكثر كثافة من النسج خلال الثلث الثاني من الحمل (13–26 أسبوع)ثم تبدأ غضاريف النمو خلال الثلث الأخير من الحمل (27–40 أسبوع) بالتحول إلى عظام ليصبح تكوين الجنين في الفترة الأخيرة من الحمل عبارة عن نسج لينة وعظام [14].

6. نلاحظ أن أعلى قيمة للجرعة الممتصة خلال هذه الدراسة في مختلف مراحل الحمل كانت في منطقة الثديين $(4.03 \times 10^{-5}\ Gry)$و الرئتين$(1.04 \times 10^{-5}\ Gry)$ وأصغر جرعة ممتصة كانت في الغدد التناسلية (المبيضين)$\times (7.36 \times 10^{-7} - 8.60$ $10^{-7}\ Gry)$والمثانة البولية

$(7.98 \times 10^{-7} - 8.41 \times 10^{-7}\ Gry)$والرحم $\times (1.61 \times 10^{-7} - 9.01$ $10^{-7}\ Gry)$ وهذا يتفق مع معاملات النسيج المرجحة وفق منشورات المجلة الدولية للوقاية الإشعاعية [9](2007)103 ICRP الشكل(5) .

7. كان مقدار الخطأ المرتكب في تحديد قيمة الجرعة الممتصة في الأعضاء المحيطة بالرحم والمذكورة خلال الدراسة لم تتجاوزٍ 1% وكان مقدار الخطأ في منطقة الرحم 0.5% وفقMCNP وهو جيد مقارنة بالحد المسموح به وفق وكالة الطاقة الذرية IAEA حيث أوصت الوكالة IAEA أنه إذا تجاوزت نسبة الخطأ 5% من قيمة الجرعة الإشعاعية الموصوفة فقد تؤدي إلى أضرار قد تصل خطورتها في الحالات الشديدة إلى الموت .

8. بالنظر إلى زيادة الجرعة الجنينية الإشعاعية بزيادة حجم الرحم (محيط المرأة بشكل عام) نجد أن محيط المرأة (حجم الرحم)وعمر الحمل جميعها شروط يمكن أن تدخل ضمن بروتوكولات التصوير الإشعاعي[15]إضافة إلى عدة نقاط يتم مراعاتها في جهاز التصوير CT Scan مثل عدد الشرائح وسمكها وموقعها وأفضل طريقة كانت من خلال اختيار محاذاة ضيقة وزاوية ميل واسعة حيث تتحرك طاولة المريضة بسرعة أكبر عبر الماسح ، إن هذا الخيار يعني انخفاض طفيف في جودة الصورة لكنه يوفر انخفاض كبير في التعرض للإشعاع [4].

9. انخفضت الجرعة الإشعاعية التي تتلقاها الكلى خلال الثلث الأخير من الحمل حيث كانت $(6.47 \times 10^{-6}\ Gry)$ خلال الثلث الأول والثاني وانخفضت إلى $(4.03 \times 10^{-6}\ Gry)$ في الثلث الأخيرمن الحمل بسبب زيادة حجم الجنين في تلك الفترة حيث قد يبلغ طوله حوالي $(50cm)$ووزنه $(3500\ gr)$ هذا يعني حجب الرحم جزئيا لمنطقة الكلى .

واجهنا خلال هذه الدراسة عدة قيود أولها كان أنه رغم النتائج الجيدة إلا أن عدد المرضى كان محدودا فلا يمكن تعميم النتائج على جميع النساء الحوامل ، كما أن ارتباط محيط المرأة الحامل وحجم الجنين بالجرعة التي يتلقاها الجنين جعل الدراسة تحتاج إلى المزيد من التوسع لنماذج أخرى تراعي هذه الاختلافات بين كل امرأة حامل و أخرى فقد يؤدي اختلاف محيط المرأة الحامل وبالتالي حجم الجنين إلى اختلاف قيمة الجرعة الجنينية الممتصة ، ومن القيود الأخرى أن الدراسة أجريت على جنين واحد منفرد ، بالتأكيد ستختلف هذه النتائج عندما تكون الحالة المدروسة توأم أو عدة توائم .

في النهاية يمكن القول أنه بالرغم من أن النتائج التي حصلنا عليها من خلال عملية المحاكاة وفق طريقة مونت كارلو أشارت إلى أن الجرعة التي تلقاها الجنين خلال عملية التصوير الإشعاعي في مختلف مراحل الحمل لا تزال أقل من مستوى الخطرالإشعاعي إلا أنه لا ينبغي تفسير ذلك على أنه يجب إجراء تصوير مقطعي محوسب للمرأة الحامل دون وجود مبرر سريري كافي .

المراجع :

1. American College of Radiology (ACR), "Guidelines for imaging pregnant patients", 2017.
2. National Council on Radiation Protection and Measurements (NCRP), Report No. 174, "Preconception and Prenatal Radiation Exposure", 2013.
3. International Commission on Radiological Protection (ICRP), Publication 84, "Pregnancy and Medical Radiation", 2000.
4. Rahul Kumar , Orlando De Jesus , " Radiation Effects on the fetus " , National Library Of Medicine . 2023 .
5. "MCNP6 User's Manual," Version 1.0, Los Alamos National Laboratory, LA-CP-13-00634, Rev. 0, 2013.
6. Pelowitz, D. B. (Ed.), "MCNPX User's Manual, Version 2.7.0," Los Alamos National Laboratory, LA-CP-11-00438, 2011.

7. Transport Code, Version 5," Los Alamos National Laboratory, LA-UR-03-1987, 2003.

8. International Commission on Radiological Protection (ICRP), Publication 26,The Recommendations of the International Commission on Radiological Protection ",1977.

9. International Commission on Radiological Protection (ICRP), Publication 103, "The 2007 Recommendations of the International Commission on Radiological Protection ",2007.

10. International Commission on Radiological Protection (ICRP), Publication 60, " The Recommendations of the International Commission on Radiological Protection ",1991.

11. PatriziaKunert, Helmut Schlattl, Sebastian Trinkl, EdilaineHonorio da Silva, Detlef Reichert, Augusto Giussani . 3D printing of realistic body phantoms: Comparison of measured and simulated organ doses on the example of a CT scan on a pregnant woman. The International Journal of Medical Physics research and Practice .2024 . VOL 51 . ISSUE 12.

12. OrdoulidesSel_MSiabanopoulouM.Estimation of fetal dose during diagnostic nuclear medicine procdures especially in child bearing Greek women . Hell J Nucl Med. 2010 sep- 13(3):303-6 Greek , Modern. PMID:21193897.

13. Departments of Radiology and Radiation On_cology, David A. Geffen School of Medicine, University of California at Los Angeles, 924

Westwood Blvd, Suite 650, Los Angeles, "Radiation Dose to the Fetus for Pregnant Patients Undergoing Multidetector CT Imaging " 2008 .

14. Williams PM, Fletcher S. Health effects of prenatal radiation exposure. Am Fam Physician. 2010 Sep 01;82(5):488-93. [PubMed].

15. Erin Angel,MS ClintonV.Wellnitz,MD MitchellM.Goodsitt,et al . Radiation Dose to the Fetus for Pregnant Patients Undergoing Multidetector CT Imaging :Monte Carlo Simulations Estimating Fetal Dose for a Range of GestationalAgeand PatientSize1. Radiology Journal(2008).Volume249.

16. Ilsup Yoon; Todd L. Slesinger ،. "Radiation Exposure In Pregnancy" . . National Library of Medicine .2023 . PMID 4899648.