

مجلة جامعة البعث

سلسلة العلوم الأساسية



مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 45 . العدد 5

1444 هـ - 2023 م

الأستاذ الدكتور عبد الباسط الخطيب

رئيس جامعة البعث

المدير المسؤول عن المجلة

رئيس هيئة التحرير	أ. د. محمود حديد
رئيس التحرير	أ. د. درغام سلوم

مديرة مكتب مجلة جامعة البعث

بشرى مصطفى

عضو هيئة التحرير	د. محمد هلال
عضو هيئة التحرير	د. فهد شريباتي
عضو هيئة التحرير	د. معن سلامة
عضو هيئة التحرير	د. جمال العلي
عضو هيئة التحرير	د. عباد كاسوحة
عضو هيئة التحرير	د. محمود عامر
عضو هيئة التحرير	د. أحمد الحسن
عضو هيئة التحرير	د. سونيا عطية
عضو هيئة التحرير	د. ريم ديب
عضو هيئة التحرير	د. حسن مشرقي
عضو هيئة التحرير	د. هيثم حسن
عضو هيئة التحرير	د. نزار عبشي

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها

الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة البعث

سورية . حمص . جامعة البعث . الإدارة المركزية . ص . ب (77)

. هاتف / فاكس : ++ 963 31 2138071

. موقع الإنترنت : www.albaath-univ.edu.sy

. البريد الإلكتروني : [magazine@ albaath-univ.edu.sy](mailto:magazine@albaath-univ.edu.sy)

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة البعث

الأوراق المطلوبة:

- 2 نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
 - طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
 - إذا كان الباحث طالب دراسات عليا:
يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقة على النشر في المجلة.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:
يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :
يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.
 - إذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :
يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.
 - يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):
عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1- مقدمة
 - 2- هدف البحث
 - 3- مواد وطرق البحث
 - 4- النتائج ومناقشتها .
 - 5- الاستنتاجات والتوصيات .
 - 6- المراجع.

- يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب - الاقتصاد - التربية - الحقوق - السياحة - التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):
- عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1. مقدمة.
- 2. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
- 3. أهداف البحث و أسئلته.
- 4. فرضيات البحث و حدوده.
- 5. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
- 6. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
- 7. منهج البحث و إجراءاته.
- 8. عرض البحث و المناقشة والتحليل
- 9. نتائج البحث.
- 10. مقترحات البحث إن وجدت.
- 11. قائمة المصادر والمراجع.
- 7- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:
 - أ- قياس الورق 25×17.5 B5.
 - ب- هوامش الصفحة: أعلى 2.54- أسفل 2.54 - يمين 2.5- يسار 2.5 سم
 - ت- رأس الصفحة 1.6 / تذييل الصفحة 1.8
 - ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس 20
- . كتابة النص Simplified Arabic قياس 13 عادي . العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس 13 عريض.
- ج . يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى 12سم.
- 8- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.
- 9- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.
- 10- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة

11- تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [1] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام وورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:

آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة . الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة . سنة النشر . وتتبعها معترضة (-) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة . دار النشر وتتبعها فاصلة . الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة . وفيما يلي مثال على ذلك:

-MAVRODEANUS, R1986- Flame Spectroscopy. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

. بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة . المجلد والعدد (كتابة مختزلة) وبعدها فاصلة . أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة . مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases Clinical Psychiatry News , Vol. 4. 20 – 60

ج . إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و التقيد

بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة البعث:

1. دفع رسم نشر (20000) ل.س عشرون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.
2. دفع رسم نشر (50000) ل.س خمسون ألف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .
3. دفع رسم نشر (200) مئتا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .
4. دفع مبلغ (3000) ل.س ثلاثة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.

المحتوى

الصفحة	اسم الباحث	اسم البحث
34-11	فادي خليل د. بشير الياس د. فاطمة الرحال	تحديد لوبيراميد هيدروكلورايد بالطريقة الكمونية باستخدام مسرى معجونة الكربون المعدل
52-35	مرح علي	تحديد البارامترات الهندسية للكمون الضوئي بطريقة VMA للمنظومة $(n + {}_{26}^{54}Fe_{28})$
86-53	وداد المعصراني د. محمد شرايبي د. باسل العرنوس	دراسة قابلية مفاضلة ونظامية الدوال الأساسية فوق العقدية
108-87	وعد عطية	طريقة متجه تشيفر لأجل مسألة الوصف التقليدي (العام) لحالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب

126-109	<p>أريج يوسف د. إبراهيم أسعد اسماعيل</p>	<p>اصطناع مركب كوبالتات النحاس $CuCo_2O_4$ بطريقة الاصطناع الصلب ودراسة خصائصه البنيوية</p>
144-127	<p>وردنان حمدو د. عبد الكريم عبد الله د. سامر البب</p>	<p>إعادة تدقيق ستراتغرافي للتشكيلات الرسوبية المتوضعة فوق صحور المعقد الأفيوليتي في رقعة اللاذقية</p>

تحديد لوبيراميد هيدروكلورايد بالطريقة الكمونية باستخدام مسرى معجونة الكربون المعدل

طالب الدكتور: فادي الصالح خليل كلية العلوم - جامعة البعث

اشراف الدكتور: بشير الياس + د. فاطمة الرحال

الملخص

طورت في هذا العمل طريقة كمونية لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد في الحالة النقية وفي المستحضرات الصيدلانية وذلك باستخدام مسرى معجونة الكربون المعدل بمعقد الزوج الأيوني بين لوبيراميد هيدروكلورايد (LOP) وحمض فوسفو الموليبيدنيوم (PMA). درست الشروط المثلى لتشكيل المسرى، وأظهرت أن النتائج الأفضل للمسرى كانت باستخدام ملدن ثنائي أوكثيل فتالات (DOP) بنسب مزج: 46.5%، 46.5% فحم غرافيتي، 7.0% معقد زوج أيوني. أبدى المسرى المحضر استجابة نيرنستية لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد ضمن مجال خطي يتراوح بين (0.99-183.12 μ M) ويميل (57.59 mV/decade)، ويمعامل ارتباط ($R^2=0.9995$)، وحد كشف قدره (0.306 μ M). يعمل المسرى ضمن مجال pH تراوح ما بين (2-7) وبمجال درجة حرارة يتراوح ما بين (25-60) °C، وبزمن استجابة لا يتجاوز (15 sec). امتد عمر المسرى حتى 60 يوماً دون تغيرات ملحوظة في قيمة الميل. طبقت الطريقة بنجاح لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد في الحالة النقية باسترجاعية تراوحت ما بين (98.969-101.767)%، ولم تتجاوز RSD% القيمة (1.638%). طبقت الطريقة بنجاح لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد في المستحضرات الصيدلانية.

الكلمات المفتاحية: لوبيراميد هيدروكلورايد، حمض فوسفوموليبيدنيوم، مسرى معجونة الكربون، الطريقة الكمونية، المستحضرات الصيدلانية.

Determination of loperamide hydrochloride by a potentiometric method using modified carbon paste electrode

Abstract:

In this work, a potentiometric method was developed for the determination of loperamide hydrochloride in bulk powder and in pharmaceutical preparations by using a paste-carbon electrode modified with an ion-pair complex between loperamide hydrochloride (LOP) and Phosphomolybdic acid (PMA). The optimum conditions for electrode formation were studied, and it showed that the best results for the electrode were using DOP plasticizer with mixing ratios: 46.5%, 46.5% graphitic coal, 7.0% ion pair complex. The prepared electrode showed a Nernstian response to the determination of loperamide hydrochloride within a linear range of (0.99-183.12 μ M), a slope of (57.59 mV/decade), a correlation coefficient ($R^2=0.9995$), and a detection limit of (0.306 μ M). The electrode works within a pH range between (2-7) and a temperature range between (25-60) $^{\circ}$ C, and with a response time not exceeding (15 sec). The electrode life was extended up to 60 days without noticeable changes in the latency value. The method was successfully applied to determine loperamide hydrochloride in the purified state with a retrospective range of (98.969-101.767) %, and the RSD% did not exceed the value (1.638%). The method has been successfully applied to determine loperamide hydrochloride in pharmaceutical preparations.

Key words: Loperamide hydrochloride, Phosphomolybdic Acid, Carbon Paste Electrode, Potentiometric Method, Pharmaceutical Preparations.

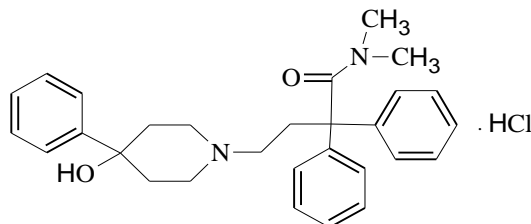
مقدمة:

الأفيونات منتجات طبيعية أو اصطناعية من أصل نباتي تستخرج من بذرة نبات الخشخاش الذي يفرز عصارة لبنية تدعى الأفيون، تحتوي هذه العصارة على مزيج معقد من القلوئيدات يصل عددها إلى أكثر من 25 مركباً يستخلص منها ويصنع عشرات القلوئيدات التي تستخدم في العديد من المجالات الطبية كمسكنات ومهدئات ومضادات للسعال ومضادات للإسهال وغيرها من الاستخدامات الطبية. إلا أن أغلب الأفيونات تعد من المواد المخدرة ذات التأثير الإدماني والمسبب لحالة النشوة التي يطلبها المدمنون على المخدرات، وتسبب أضراراً كبيرة على الجهاز العصبي المركزي، وقد تؤدي للوفاة أحياناً في حال كانت الجرعة فوق حد معين [1].

ومن بين الأفيونات المصنعة (لوبيراميد هيدروكلورايد)، عبارة عن مسحوق أبيض، يذوب جزئياً في الماء، ذواب في الكحول المتيلي والإيزوبروبيلي، يحفظ في أوعية عاتمة كونه يتخرب بالضوء [2]. يستخدم بشكل واسع لعلاج حالات الإسهال الشديد أو المزمن، كما يستخدم أحياناً كعلاج مساعد لتخفيف أعراض انسحاب إدمان الأفيونات [3]، وقد تبين مؤخراً أن للعقار بعض الخصائص المسكنة للألم بدون التأثير على الجهاز العصبي المركزي [4]، كما تم الإبلاغ عن بعض حالات سوء الاستخدام من خلال جرعات فوق علاجية مسببة لتأثير النشوة الذي يطلبه المدمنون على الأفيونات [5].

يرمز للوبيراميد هيدروكلورايد بـ (LOP)، صيغته الجزيئية $C_{29}H_{34}Cl_2N_2O_2$

كتلته الجزيئية ($513.50 \text{ grmol}^{-1}$) وصيغته المفصلة:



4-[4-(4-chlorophenyl)-4-hydroxypiperidin-1-yl]-N,N-dimethyl-2,2-diphenylbutanamide;hydrochloride

الدراسة المرجعية:

حدد LOP بطريقة طيفية باستخدام تفاعلي أكسدة وتعقيد متتاليين، حيث تمت أكسدة فينوثيرازين باستخدام ثاني كرومات البوتاسيوم يتبع ذلك تشكل معقد أزرق مخضر بين ناتج الأكسدة و LOP، قيس امتصاصية المعقد عند طول موجة 625nm، امتدت خطية الطريقة ما بين $[0.8-40\mu\text{g.ml}^{-1}]$ ، بلغت قيمة حد الكشف $0.33918\mu\text{g.ml}^{-1}$. طبقت الطريقة بنجاح لتحديد LOP في المستحضرات الصيدلانية [6].

طورت طريقتي الامتصاص المباشر وقياس المساحة تحت المنحني لتحديد LOP، وذلك باستخدام مزيج من الميثانول وحمض كلور الماء 0.1N كمثل وتم القياس عند طول موجة 259nm. امتد المجال الخطي للطريقتين ما بين [200-600 ppm]، وبلغت قيم معاملات الارتباط [0.9865 ؛ 0.9998] لكل من طريقتي الامتصاص المباشر وقياس المساحة تحت المنحني على الترتيب [7].

استخدمت طريقة قياس نسبة الامتصاصية بين طولي الموجة 231.5nm و 222.0nm لتحديد LOP ونورفلوكساسين في مزيج دوائي لهما، وتراوحت صحة الطريقة لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد %98.0-102.0 بمعامل ارتباط 0.999 وانحراف معياري نسبي مئوي لم يتجاوز 2% [8].

حدد كل من LOP وتريميبيوتين في الحالة النقية وفي المستحضرات الصيدلانية بمطيافية الامتصاص الطيفي الجزيئي، حيث استخدمت كواشف 2.3-ثنائي كلور -5.6-ثنائي سيانو-بارا بنزوكينون ورباعي سيانو ايتيلين و 7.7.8.8-رباعي سيانو كينو ثنائي الميثان لتشكيل معقدات الزوج الأيوني عند الأطوال الموجية المناسبة. طبقت الطرائق بنجاح، وتراوحت استرجاعية LOP [99.18-101.40%] [9].

طورت طريقة طيفية جديدة بسيطة وسريعة لتحديد LOP في الحالة النقية وفي المستحضرات الصيدلانية بالاعتماد على تفاعله مع فائض من مزيج برومي في وسط حمضي، ثم معاملة الفائض من المزيج البرومي بواسطة مشعر الكريستال البنفسجي لإعطاء ناتج أزرق تم قياسه عند طول موجة 590nm. تراوحت خطية الطريقة بين $[3.0-18.0\mu\text{g.ml}^{-1}]$ وقيمة استرجاعية 96.93% [10].

طبقت طريقتان طيفيتان لتحديد LOP، اعتمدت الأولى على تشكيل معقد من LOP مع أزرق بروم الفينول ثم استخلصه بالكلوروفورم وقياس امتصاصيته عند طول موجة 421.8nm، أما الثانية فاعتمدت على تشكيل معقد من تفاعل LOP مع أزرق التيمول، استخلص بالكلوروفورم وقيست امتصاصيته عند طول موجة 437.8nm. امتد المجال الخطي ما بين $[5-40; 10-100\mu\text{g.ml}^{-1}]$ لكل من الطريقتين على الترتيب [11].

كما حدد LOP كروماتوغرافياً بالتوافق مع تينيدازول في الحالة النقية وفي المستحضرات الصيدلانية باستخدام طريقة كروماتوغرافية سريعة، دقيقة، حساسة واقتصادية. استخدم الطور المعكوس وعمود C_{18} وطور متحرك ثابت من مزيج محلول موقى سلفاتي وميثانول وأسيتونتريل بنسب مزج $v/v/v\%$ (30:30:40)، عند $\text{pH}=4$ ، وسرعة تدفق 1.0ml.min^{-1} ، وقد تراوح المجال الخطي لكلا العقارين ما بين $[10-50\mu\text{g.ml}^{-1}]$ ، وبحد كشف كمي $0.003\mu\text{g.ml}^{-1}$ لكلا العقارين [12].

طورت طريقة كروماتوغرافية سائلة عالية الأداء مدمجة بمطياف الكتلة لتحديد LOP في عينات من البلازما واللعاب. استخلص LOP بالميثانول، ثم حقنت الحلات في نظام كروماتوغرافي مكون من عمود C_{18} ، وطور متحرك مكون من مزيج من الماء والميثانول وحمض النمل بنسب مزج $v/v/v\%$ (0.1:70:30)، وتدفق ثابت قدره 0.75ml.min^{-1} . تمت دراسة كافة المعاملات وفق الدليل الأوروبي، وتراوحت الخطية بين $[20-3000\text{pg.ml}^{-1}]$. طبقت الطريقة بنجاح على عينات بلازما ولعاب مأخوذة بعد جرعة وحيدة من LOP [13].

صممت مساري زوج أيوني لتحديد LOP بالطريقة الكمونية بسرعة ودقة وحساسية عالية. حضر معقد الزوج الأيوني من تفاعل رينكات الأمونيوم مع LOP، ومزج مع نوعين من المواد الداعمة: بولي فينيل كلورايد لتصميم المسرى الغشائي، وأنايبب الكربون النانوية لتصميم مسرى معجونة الكربون، واستخدم ثنائي اوكثيل فتالات كملدن للمسرى الغشائي، وزيت البارافين كملدن لمسرى معجونة الكربون. درس سلوك المسريين فأظهرا ميلاً نيرنستياً قدره $[57.38, 58.74\text{mv}]$ ، وامتد المجال الخطي ما بين

[10⁻⁶-10⁻²; 10⁻⁵-10⁻²M] لكلا المسريين الغشائي ومعجونة الكربون على الترتيب. استخدم المسريان بنجاح لتحديد LOP في الحالة النقية وفي المستحضرات الصيدلانية [14]. حدد LOP في المستحضرات الصيدلانية بالطريقة الكمونية باستخدام مسرى غشائي صمم بوساطة مزج محلول بولي فينيل كلورايد في رباعي هيدروفوران مع معقد الزوج الأيوني المحضر من تفاعل LOP مع حمض فوسفوموليبدينيوم، درست الشروط المثلى لعمل المسرى وتبين أن المسرى يعمل ضمن مجال pH يتراوح ما بين [2-7]، وعند درجات حرارة تتراوح ما بين [15-40°C]، وقد طبق المسرى بنجاح لتحديد LOP ضمن المجال الخطي المتراوح بين [10⁻⁷-10⁻¹M] وبحد كشف [1.023×10⁻⁸M]. كما حدد LOP في المستحضرات الصيدلانية بطريقة الإضافات المعيارية بنجاح [15].

استخدم مزيج من ألفا أكسيد الحديد وأكسيد الزنك لتعديل مسرى معجونة الكربون بهدف تحديد LOP، درست بنية المسرى بتقنيتي انحراف أشعة-X والتحليل الطيفي الكهروضوئي للأشعة السينية للتأكد من تجانس سطح المسرى، اختير المسرى ذو النسب ZnO:α-Fe₂O₃/CPE (1:2) لتحديد LOP بطريقة التعرية الفولت مترية بالأمواف المربعة، امتد المجالين الخطيين [0.08-1.00; 2.00-10.00μM]، وحدي كشف [7.9; 3.6 nM] لكلا المجالين على الترتيب [16].

حدد LOP في المستحضرات الصيدلانية بالطريقة الكمونية بتحضير مسريين جديدين يعتمدان على معقد زوج أيوني انتقائي من رباعي فنيل بورات الصوديوم و LOP. المسرى الأول غشائي بمزج معقد الزوج الأيوني وبولي فينيل كلورايد ورباعي فنيل بورات الصوديوم وملدن ثنائي بوتيل فتالات بنسب % [64:1:30:5]، أما المسرى الثاني فكان من معجونة الكربون النانوية، وحضر بمزج أنابيب الكربون النانوية ومعقد الزوج الأيوني وزيت البارافين بنسب مزج % [20:20:60]. أظهر المسريان ميلاً نيرنستياً قدره [58.5; 57.2mV]، وامتد المجال الخطي ما بين [10⁻⁵-10⁻²; 3×10⁻⁵-10⁻²M] للمسرى الغشائي ومسرى معجونة الكربون على الترتيب [17].

استخدمت طريقة المعايرة بالناقلية لتحديد LOP وتريمبوتين في الحالة النقية وفي المضغوطات الصيدلانية بوجود حمض فوسفوتتغستن. درست شروط تفاعل المعايرة

للتوصل إلى الشروط الأفضل، وتم تحديد LOP باسترجاعية [99.47, 99.67%] لكلا الصنفين على التوالي، ولم تتجاوز قيمة % RSD 1.0 [18].

الهدف من البحث:

يهدف البحث لتصميم مسرى معجونة الكربون لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد بالطريقة الكمونية بدقة وحساسية وتكلفة منخفضة، سواءً في الحالة النقية أو في المستحضرات الصيدلانية وبالتالي المساهمة في الرقابة الصيدلانية للعينات الواقعية والمستحضرات الحاوية عليه بطرائق بسيطة وسهلة التطبيق.

مواد وطرائق البحث:

1- الأجهزة:

- مقياس كمون رقمي من شركة Sanwal نموذج DT9201A.
- مسرى الكالوميل كمسرى مقارن.
- ميزان حساس بدقة 0.0001g من نوع Scatec نموذج (SP B-31).
- جهاز الأمواج فوق الصوتية من إنتاج شركة Elam.
- فرن تجفيف مزود بمروحة خلفية لضخ الهواء من إنتاج شركة Memmert.
- مقياس pH موديل Mi 150 إنتاج شركة Milwaukee.
- مجموعة من الأدوات الزجاجية بقياسات وحجوم مختلفة.

المواد الكيميائية المستخدمة:

إن جميع المواد التي استخدمت في البحث كانت من النوع عالي النقاوة، والماء ثنائي التقطير. استخدم لوبيراميد هيدروكلورايد من إنتاج شركة SUPRIYA LIFESCIENCE بنقاوة (99.5%)، وحمض فوسفومولبيدينيوم من إنتاج شركة SRL بنقاوة (100.0%). وفحم غرافيتي من شركة ANISO بنقاوة (100%)، وزيت البرافين (99.5%) وثنائي بوتيل فتالات (99.0%) وثنائي أوكثيل فتالات (99.5%) من إنتاج شركة BDH، بالإضافة إلى الميثانول من إنتاج شركة POCH بنقاوة (99.8%).

طريقة العمل من أجل العقار النقي (LOP):

حضر المحلول الأم من LOP بتركيز $10^{-2}M$ وذلك بحل 0.5161gr بمزيج من الماء ثنائي التقطير والميثانول (v/v; 50:50). في دورق حجمي سعة 100ml وإتمام الحجم حتى العلام، والمجانسة بشكل جيد بالخض.
طريقة العمل من أجل المستحضرات الصيدلانية:

1- من أجل الأقراص المضغوطة: حُسب الوزن الوسطي لعشر مضغوطات من المستحضر الدوائي، ثم طحنت وأخذ منها الوزن الوسطي (الذي يكافئ نظرياً حوالي 2.0mg من LOP) ونقل إلى أريينة سعة 250mL، أضيف إليه 50.0mL من الميثانول، وضعت الأريينة في جهاز الأمواج فوق الصوتية لمدة 10min، حرك المحلول بواسطة محرك مغناطيسي لمدة 15min. رشح المحلول وغسل الراسب بقليل من الميثانول، ومن ثم بخر الميثانول بواسطة فرن تجفيف ذو تيار هوائي. أذيت المادة الصلبة المتبقية بواسطة مزيج الماء ثنائي التقطير والميثانول (v/v%; 50:50) ونقلت إلى دورق حجمي سعة 100mL ثم تم الحجم بالماء ثنائي التقطير، وبالتالي يكون تركيز المحلول الناتج (38.95µM) تقريباً.

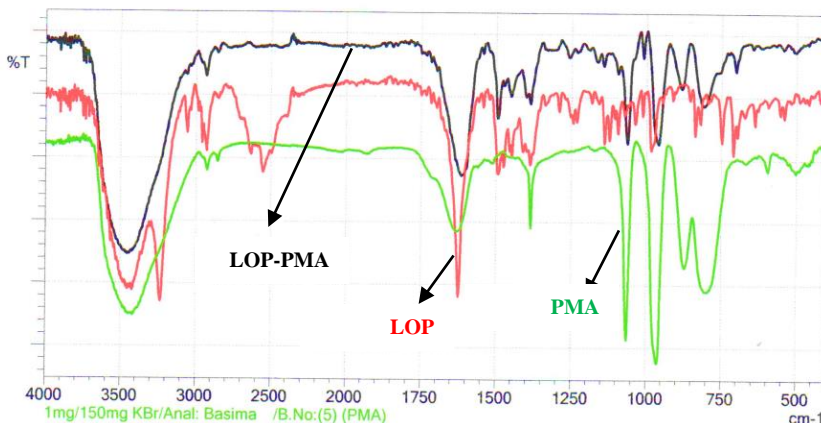
2- من أجل الكبسولات: وزنت عشر كبسولات قبل وبعد إفراغها من المادة الصيدلانية بهدف معرفة وزن محتوى كل منها من المادة الصيدلانية، ثم حسب الوزن الوسطي لمحتوى كبسولة واحدة (الذي يكافئ نظرياً حوالي 2.0mg من LOP)، أخذ هذا الوزن وحضر كما الأقراص المضغوطة.

3- من أجل الشراب: أخذ 5ml من الشراب (الذي يكافئ نظرياً حوالي 1.0mg من LOP)، وحل بواسطة مزيج الماء ثنائي التقطير والميثانول (v/v%; 50:50) وتم الحجم حتى 50ml بالمزيج حتى العلام، وبالتالي يكون تركيز المحلول الناتج (38.95µM) تقريباً.

تحضير معقد الزوج الأيوني (IP) بين لوبيراميد هيدروكلورايد (LOP) وحمض فوسفو الموليبيدنيوم (PMA):

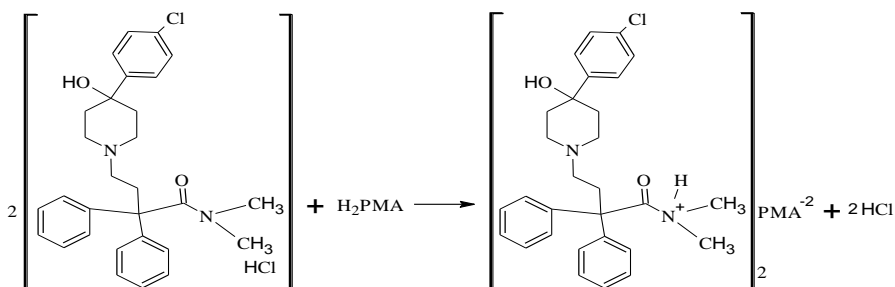
مزج محلولان متساويا التركيز $10^{-2}M$ من كل من LOP و PMA بنسبة ارتباط (1:2) في وسط معتدل لينتشكل راسب بلون أخضر [15]. غسل الراسب وجفف، وأجري الكشف الكروماتوغرافي على طبقات رقيقة من السيليكاجل بتحميل محلول المعقد الناتج على الطبقة الرقيقة باستخدام طور متحرك من DMSO. تركت الطبقة لتجف في الهواء حتى ظهور البقعة بشكل واضح، فُحصت تحت مصباح الأشعة فوق البنفسجية الذي أثبت وجود بقعة وحيدة تعود للمعقد الناتج وتؤكد نقاوته.

درس الراسب المتشكل بالإضافة إلى LOP و PMA باستخدام جهاز مطيافية الأشعة تحت الحمراء حيث قورنت الأطياف الناتجة للتأكد من تشكل معقد الزوج الأيوني، وتبين وجود اختلافات بين هذه الأطياف مما يثبت حصول التفاعل وتشكل معقد الزوج الأيوني.



الشكل (1) طيف IR لمعقد LOP-PMA (أسود)، LOP (أحمر)، PMA (أخضر)

وبالتالي يمكن اقتراح الآلية التالية لتشكيل المعقد [15]:



وبالتطبيق على معادلة نرنست التالية:

$$E = E^{\circ} - \frac{RT}{zF} \ln a_{LOP}$$

E: كمون الخلية.

E° : الكمون القياسي للخلية.

R: الثابت العام للغازات ويساوي $8.314 \text{ j.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

T: درجة الحرارة المطلقة.

Z: الشحنة.

F: ثابت فاراداي ويساوي 96500 C.mol^{-1}

وفي الشروط القياسية، وبالتحويل إلى اللوغاريتم العشري يتم اعتبار

المقدار $\frac{RT}{F}$ مساوياً 0.0592 V أو 59.2 mV ، وبالتالي تصبح المعادلة:

$$E = E^{\circ} - \frac{59.2}{z} \text{ Log } a_{LOP}$$

وبالتالي، ومن معادلة نرنست يتبين أنه في حالة تحقق الآلية المقترحة،

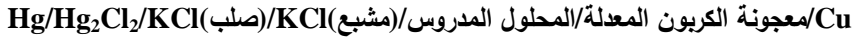
وبحدوث البرتنة على موقع واحد في المادة الدوائية تكون $z=1$ ،

وبالتالي فإن الميل يكون مقارباً لقيمة 59.2 mV/decade .

تصميم المسرى ودراسة الشروط المثلى:

1- تحضير معاجين الكربون المعدلة بـ (LOP-PMA):

خلطت ضمن أطباق Petry الكميات المناسبة والموزونة بدقة من الفحم والملدن مع معقد الزوج الأيوني بحيث يكون الوزن الإجمالي 1.0gr، جونسنت بشكل جيد، ثم ضغطت ضمن انبواب أسطوانية بطول 50mm وقطر 5mm من البولي اتيلين بواسطة مكبس وتم صقل السطح بشكل جيد، بعد ذلك غرز سلك من النحاس لتأمين الاتصال الكهربائي، وثبت المسرى المحضر إلى جانب مسرى الكالوميل المقارن، وتم توصيلهما إلى مقياس كمون، لتصبح الخلية الناتجة على الشكل:

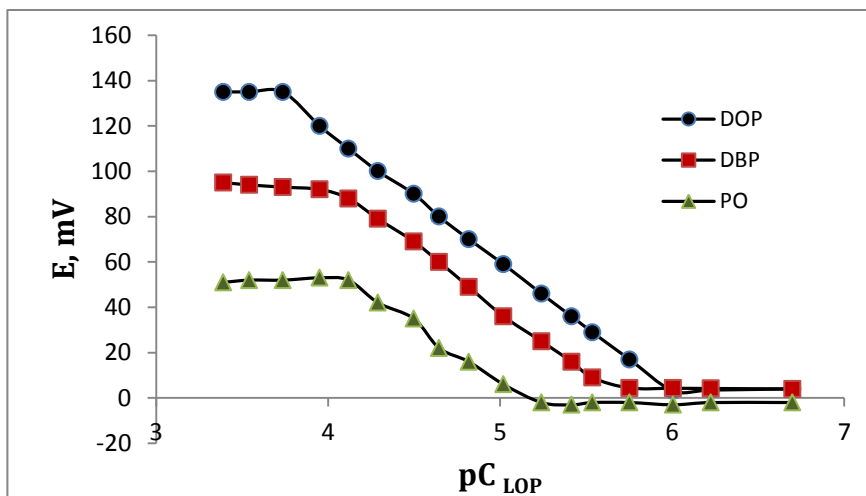


2- دراسة تأثير نوع الملدن المستخدم:

شكل المسرى من المعقد المتشكل مع الفحم الغرافيتي وتم اختبار ثلاثة ملدنات هي زيت البارافين (PO) وثنائي بوتيل فتالات (DBP) وثنائي أوكثيل فتالات (DOP)، وذلك لدراسة استجابة المسرى لعلاقة نرنست للوصول الى المجال الخطي الأمثل، وقد تبين أن استخدام DOP أعطى الخصائص التحليلية الأمثل بين الملدنات المستخدمة، ويتضح ذلك من الشكل (2) والجدول (1).

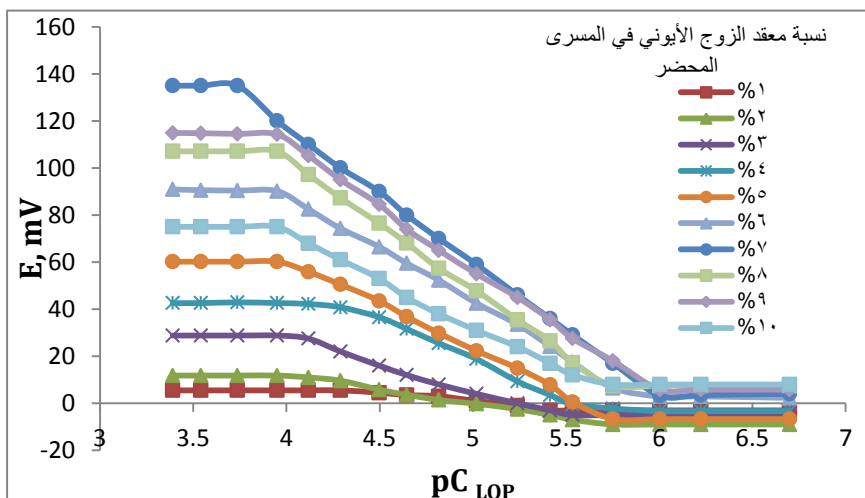
الجدول (1) تأثير نوع الملدن على خصائص المسرى

R ²	المجال الخطي μM	الميل mV/decade	التركيب الأمثل % (w/w)			نوع الملدن
			المعقد	الملدن	الغرافيت	
0.9995	0.99-183.12	57.595	7.0	46.5	46.5	DOP
0.9987	5.76-76.22	56.575	8.0	46.0	46.0	DBP
0.9899	5.76-76.22	48.973	5.0	47.5	47.5	PO



الشكل (2) تأثير نوع الملدن في خصائص المسرى

دراسة التركيب الأمثل لمعجونة الكربون: حضرت مسارٍ تحوي نسباً مختلفة من المعقد، وكل منها يحوي نسباً متساوية من كل من الفحم والملدن، ودرست تغيرات كمن الخلية بدلالة تركيز LOP ضمن مجال من التراكيز (0.20-407.02 μ M)، كما هو موضح في الشكل (3) والجدول (2).



الشكل (3) تأثير تركيب معجونة الكربون على خصائص المسرى التحليلية

الجدول (2) تأثير تركيب معجونة الكربون على خصائص المسرى التحليلية

القرائن التحليلية			التركيب % (w/w/w)		
R ²	المجال الخطي μM	الميل (S) mV/decade	IP	DOP (P)	غرافيت (G)
0.9704	3.85-51.3	7.49	1.0	49.5	49.5
0.9921	2.91-76.2	12.46	2.0	49.0	49.0
0.9857	2.91-76.2	22.46	3.0	48.5	48.5
0.9946	2.91-51.3	34.53	4.0	48.0	48.0
0.9968	1.77-112.12	37.93	5.0	47.5	47.5
0.9985	1.77-112.12	45.77	6.0	47.0	47.0
0.9995	0.99-183.12	57.59	7.0	46.5	46.5
0.9994	1.77-112.12	55.33	8.0	46.0	46.0
0.9986	0.99-112.12	53.05	9.0	45.5	45.5
0.9977	2.91-112.12	39.57	10.0	45.0	45.0

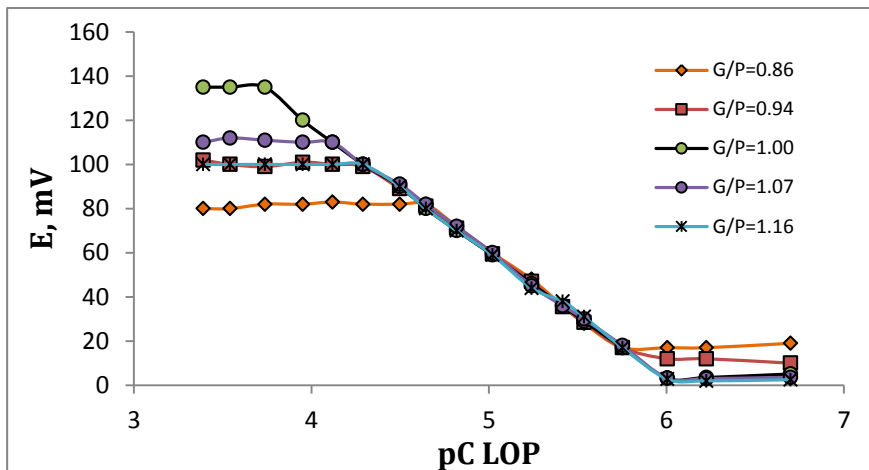
وجد أن نسبة 7.0% من معقد الزوج الأيوني هي الأفضل لتقارب قيمة الميل مع القيمة النظرية للميل في معادلة نرنست، ولأن المجال الخطي أوسع.

3- دراسة نسبة الفحم إلى الملدن G/P:

حضرت عدة مسارٍ تحوي نسبة ثابتة من معقد الزوج الأيوني وتبلغ 7.0%، مع نسب مختلفة من الفحم والملدن، ورسمت العلاقة $E=f(pC_{LOP})$ والنتائج موضحة في الجدول (3) والشكل (4).

الجدول (3) دراسة تأثير نسبة الفحم إلى الملدن

زمن الاستجابة Sec	المجال الخطي μM	الميل mV/decade	G/P	IP%	P%	G%
20	1.77-31.78	56.11	0.86	7.0	50.0	43.0
15	1.77-51.28	57.15	0.94	7.0	48.0	45.0
15	0.99-183.12	57.59	1.00	7.0	46.5	46.5
15	0.99-76.22	57.21	1.07	7.0	45.0	48.0
20	0.99-51.28	56.80	1.16	7.0	43.0	50.0



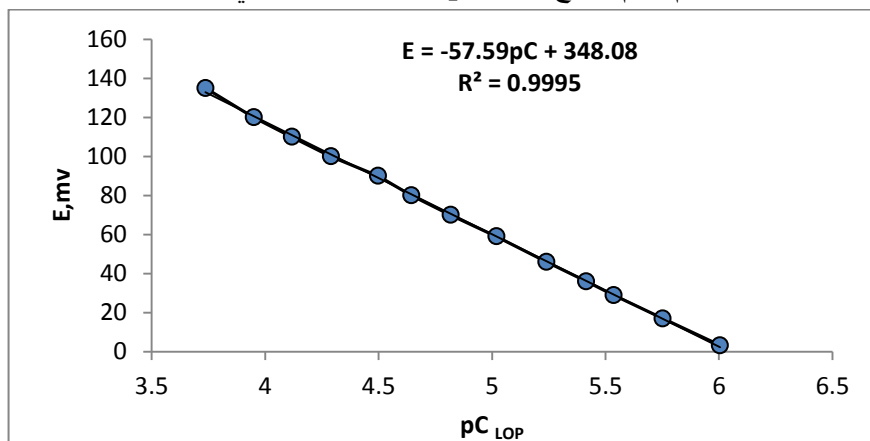
الشكل (4) دراسة تأثير نسبة الفحم إلى الملدن

يتبين أن استخدام نسب متساوية من الفحم والملدن تعطي الخصائص التحليلية الأمثل من حيث قيم الميل وزمن الاستجابة والمجال الخطي.

توصيف أداء المسرى:

1- المنحني العياري للمسرى:

درست تغيرات قيم الكمون بدلالة التركيز ضمن المجال (0.20-407.02 μM) بحيث يتزايد التركيز خطياً وصولاً إلى أعلى تركيز يتم المحافظة فيه على خطية العلاقة بين الكمون والتركيز، ثم رسم التابع $E=f(pC_{LOP})$ بيانياً كما في الشكل (5):

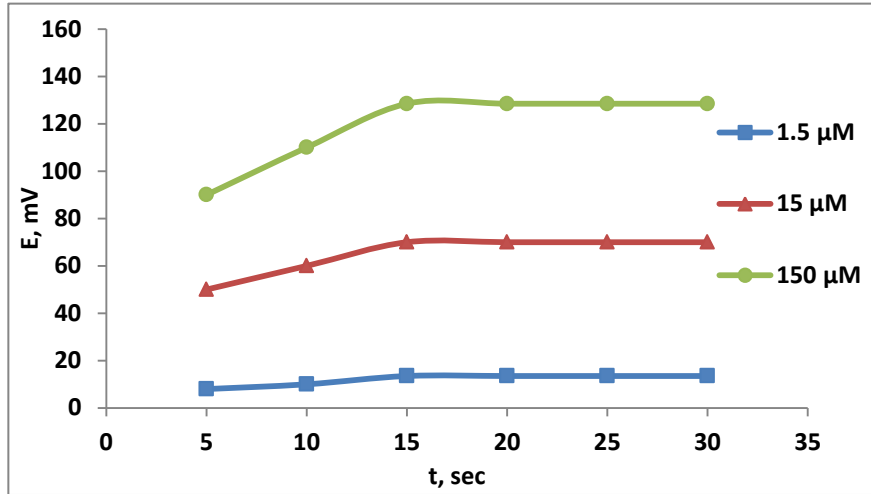


الشكل (5) المنحني العياري للمسرى المحضر (LOP-PMA)

وجد أن قيمة الميل قريبة من القيمة النظرية للميل في علاقة نرنست وكانت المعادلة الناتجة للخط البياني ($E = -57.59pC_{LOP} + 348.08$)، وهي معادلة مستقيم تدل على خطية العلاقة بين الكمون والتركيز. كما تبين أن المجال الخطي التحليلي للمسرى المحضر يمتد بين ($0.99-183.12\mu M$)، وبمعامل ارتباط 0.9995 ، وميل بلغ 57.59 mv/decade.

2- زمن الاستجابة:

حدد الزمن اللازم لوصول الكمون المقاس للمسرى المحضر إلى حالة الاستقرار، ولم يزد زمن الاستجابة عند تحديد محاليل تراكيزها [$1.5-15-150\mu M$] عن 15 sec. تضمنت نتائج الدراسة في الشكل (6).



الشكل (6) دراسة زمن الاستجابة للمسرى المحضر (LOP-PMA)

3- عمر المسرى:

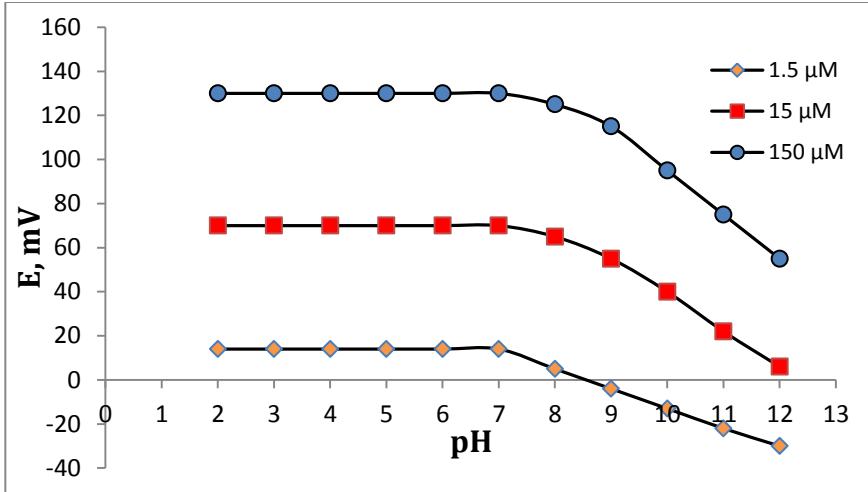
رُسمت المنحنيات العيارية للمساري المحضرة ما بين الكمون ولوغاريم التركيز بشكل يومي حتى ملاحظة انخفاض ملحوظ في الميل وانحسار في المجال الخطي مما يدل على ضعف أداء المسرى (خموله) وتبين أن عمر المسرى المحضر امتد حتى 60 يوماً بوجود تغيرات طفيفة في قيمة الميل.

الجدول (4) دراسة عمر المسرى

المجال الخطي μM	الميل mV/decade	زمن العمل Day
0.99-183.12	57.59	0.042
0.99-183.12	57.66	1
0.99-183.12	57.80	2
0.99-183.12	57.35	5
0.99-183.12	57.56	10
0.99-183.12	57.32	15
0.99-183.12	57.54	20
0.99-183.12	57.12	25
0.99-183.12	57.45	30
0.99-183.12	57.39	35
0.99-183.12	57.14	40
0.99-183.12	57.08	45
0.99-183.12	57.22	50
0.99-112.12	57.20	55
0.99-112.12	57.16	60
1.77-112.12	55.24	65
1.77-76.22	54.89	70

4- دراسة تأثير pH على أداء المسرى:

غمر المسرى المحضر بوجود مسرى pH ضمن محلول من LOP تركيزه $1.5\mu\text{M}$ ، ثم درس تأثير تغير قيمة pH الوسط ضمن المجال (2-12) بإضافة حجوم ضئيلة من محلول HCl أو NaOH تركيز كل منهما (1M). كرر العمل على محاليل أخرى من المادة المدروسة بتراكيز $[15-150\mu\text{M}]$ ، ورسمت العلاقة بين الكمون و pH كما هو موضح في الشكل (7).

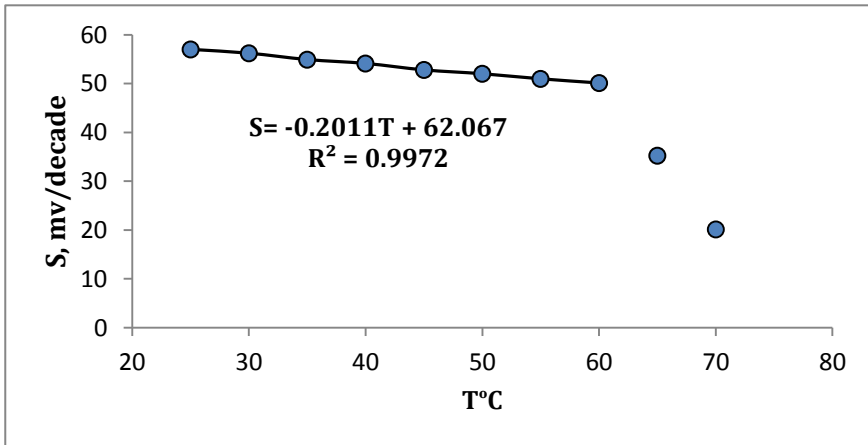


الشكل (7) تأثير pH في قيم كمون مسرى (LOP-PMA)

تبين أن المسرى المحضر يعمل ضمن مجال pH يتراوح ما بين (2-7) دون تغيير واضح في قيمة الكمون.

5- تأثير درجة الحرارة على أداء المسرى:

رسمت المنحنيات $E=f(pC_{LOP})$ عند درجات حرارة مختلفة، ثم رسمت العلاقة بين الميل ودرجة الحرارة والتي تظهر في الشكل (8).



الشكل (8) تأثير قيم ميل المنحني العياري للمسرى بتغير درجة الحرارة

يتبين أن المسرى يعمل باستجابة نيرنستية ضمن المجال $25-60^{\circ}\text{C}$ ، وهو ما يتوافق مع دراسات سابقة على مساري معاجين الكربون [19].

6- دراسة انتقائية المسرى المحضر لمادة LOP:

أضيف إلى 50ml من الماء المقطر 0.5ml من محلول $10^{-2}M$ من LOP ليصبح التركيز $a=9.90 \times 10^{-5}M$ وسجل الكمون الموافق بواسطة المسرى المحضر فكان 117.2mV، ثم أضيف للمحلول السابق 0.01ml من المحلول الأم ليصبح التركيز $\hat{a}=10.10 \times 10^{-5}M$ وقيس الكمون الموافق فكان 117.8mV أي أنه ارتفع بمقدار 0.6mV لفرق تركيز قدره $\hat{a}-a=0.2 \times 10^{-5}$ ، كررت العملية مع استبدال الاضافة الأخيرة بإحدى المواد المتوقع مرافقتها للعينات التي تحوي LOP حتى ترتفع قيمة الكمون بنفس المقدار وسجل التركيز المضاف (b) ثم حسب ثابت الانتقائية K من العلاقة $K = \frac{\hat{a}-a}{b}$ [20].

يبين الجدول (5) قيم ثوابت الانتقائية الكمنونية للأيونات والمواد المعيقة المدروسة الموجودة مع LOP في المستحضرات الصيدلانية.

الجدول (5) بعض ثوابت الانتقائية للمسرى

K	b, M	المادة المعيقة	K	b, M	المادة المعيقة
5.49×10^{-4}	3.64×10^{-3}	NH_4^+	1.13×10^{-3}	1.77×10^{-3}	Na^+
7.38×10^{-4}	2.71×10^{-3}	K^+	4.40×10^{-4}	4.55×10^{-3}	Ca^{2+}
3.17×10^{-4}	6.31×10^{-3}	Mn^{2+}	1.13×10^{-3}	1.77×10^{-3}	Mg^{2+}
-	-	سكروز	-	-	غلوكونز
-	-	مالتوز	-	-	فركتوز
-	-	نشاء	-	-	لاكتوز

تدل قيم ثوابت الانتقائية على أن المسرى المحضر يتحسس بشكل منخفض لبعض الأيونات الشائعة في حال وجودها في المحلول، كما أنه لا يستجيب تجاه السواغات الشائعة الاستخدام. وبالتالي يمكن اعتبار المسرى المقترح انتقائياً لمادة LOP.

7- حساب حد الكشف:

حدد حد الكشف من نقطة تقاطع المستقيم الناتج من تمديد الجزء السفلي للمنحنى العياري مع المستقيم الممثل للمجال التحليلي الخطي، وذلك بالحل المشترك للمعادلتين الممثلتين لهذين المستقيمين [21].

إن معادلة الجزء المستقيم $E = -57.59pC_{LOP} + 348.08$ ، ومعادلة الجزء السفلي $E = -2.13pC - 13.18$ ، والحل المشترك لجملة المعادلتين يعطي $pC_{LOP} = 6.514$ وهو ما يقابل تركيزاً قدره $C = 0.306 \mu M$ والتي تمثل قيمة حد الكشف.

8- مواصفات المسرى المحضر والخصائص التحليلية له:

يمكن إجمال مواصفات المسرى والخصائص التحليلية له في الجدول (6):

الجدول (6) الخصائص التحليلية لمسرى معجونة الكريون المعدل بمعقد الزوج الأيوني

(LOP-PMA)

الملدن المستخدم	ثنائي أوكثيل فتالات (DOP)
تركيب المسرى % (IP/P/GP)(w/w/w)	(7.0/46.5/46.5)%
زمن الاستجابة (s)	15
مجال pH	2-7
المجال الخطي μM	0.99-183.12
حد الكشف μM	0.306
عمر المسرى day	60
مجال درجات الحرارة $^{\circ}C$	25-60

9- دراسة دقة وصحة الطريقة المقترحة باستخدام المسرى المحضر:

للتأكد من دقة وصحة الطريقة حضرت مجموعة من المحاليل العيارية تقع ضمن المجال الخطي وقيس الكمون الموافق لكل تركيز خمس مرات باستخدام المسرى المحضر وحددت التراكيز الموافقة بالاعتماد على معادلة الخط العياري، ويبين الجدول (7) النتائج التي تم الحصول عليها:

الجدول (7) تحديد LOP في الحالة النقية باستخدام المسرى المقترح

R%	RSD%	SD* μM	التركيز المحدد μM	التركيز المأخوذ μM
101.767	1.629	0.050	3.053	3.000
99.407	0.606	0.181	29.822	30.000
101.066	0.452	0.412	90.959	90.000
98.968	0.258	0.383	148.453	150.000

*متوسط خمس تجارب وحد ثقة 95%

امتازت الطريقة بدقة وصحة عاليتين إذ لم يتجاوز RSD% (1.629%) من أجل التركيز (3.000μM) ولم تتجاوز الاسترجاعية النسبية (101.767%).

10- التطبيق العملي:

طبقت طريقة المنحنى العياري لتحديد LOP في مستحضراته الصيدلانية (Humadin) أقراص مضغوطة (2mg/tab) من إنتاج شركة هيومن فارما للصناعات الصيدلانية، (Pyramide) كبسولات (2mg/cap) من إنتاج شركة بركات للصناعات الصيدلانية، (loperamide) شراب (1mg/5ml) من إنتاج شركة ابن رشد للصناعات الصيدلانية. أجريت المعالجة الإحصائية للنتائج، وكذلك حسب قيم كل من الاختبارين t-test و F-test، والنتائج مبينة في الجدول (8).

الجدول (8) تحديد LOP في بعض المستحضرات الصيدلانية باستخدام المسرى المحضر

الطريقة المرجعية [18]	الطريقة المقترحة	العامل الاحصائي	المستحضر الدوائي
100.23 ± 0.041	101.01 ± 0.024	R% ± SD*	Humadin 2mg/Tab
2.06	1.88	t-test**	
2.92		F-test**	
99.65 ± 0.052	98.16 ± 0.047	R% ± SD	Pyramide 2mg/Cap
2.14	1.74	t-test*	
1.22		F-test*	
101.02 ± 0.085	101.84 ± 0.045	R% ± SD	loperamide 1mg/5ml
1.95	1.44	t-test*	
3.57		F-test*	

*متوسط خمس تجارب

**من أجل أربع درجات حرية وحد ثقة 95% قيمة t المجدولة هي 2.776 وقيمة F المجدولة هي 6.26.

تدل القيم الناتجة على تقارب النتائج ما بين الطريقة المقترحة والطريقة المرجعية، وعلى عدم وجود فرق يذكر ما بين الطريقتين.
الخلاصة:

تم التوصل في هذا البحث إلى تحضير مسرى انتقائي لمادة لوبيراميد هيدروكلورايد من معجونة الكربون المعدلة بواسطة معقد لوبيراميد هيدروكلورايد وكاشف حمض فوسفو الموليبيدوم. استخدم المسرى المحضر لتحديد لوبيراميد هيدروكلورايد بالطريقة الكمونية في الحالة النقية وفي المستحضرات الصيدلانية بسرعة وبساطة وبتكلفة منخفضة وبدقة وانتقائية عالية وعدم تشويش من المواد المرافقة من سواغات وغيرها.

المراجع

- [1] World Health Organization, 2004- Psychopharmacology of Dependence for Different Drug Classes. **Neuroscience of psychoactive substance use and dependence**. Switzerland: World Health Organization, pp. 79-81.
- [2] British Pharmacopoeia, 2007- Her Majesty's Stationery Office Ltd, London.
- [3] SWEETMAN, S, C., 2009- **Martindale (The Complete Drug Reference)**. Pharmaceutical Press, USA.
- [4] DEHAVEN-HUDKINS, D. L., CORTES BURGOS, L., CASSEL, J, A., DAUBERT, J, D., DEHAVEN, R, N., MANSSON, E., NAGASAKA, H., YU, G., YAKSH, T., 1999- Loperamide (ADL 2-1294), an Opioid Antihyperalgesic Agent with Peripheral Selectivity, **Journal of Pharmacology and Experimental Therapeutics**, Vol. 289(1), pp. 494-502.
- [5] BECK, R., S. ATHERTON, D., KLODA, S., W.DYE, D., ROBINSON, C, A., 2017- Quantification of Loperamide by Gas Chromatography Mass Spectrometry, **Journal of Analytical Toxicology**, Vol. 41, pp. 729-734.
- [6] SHEHAB, A, A., MOHAMMED, D, H., MAHMOOD, H, SH., 2021- Spectrophotometric Determination of Loperamide Hydrochloride in Pure and Pharmaceutical Dosage Forms Using Oxidative Coupling Reaction, **Egyptian Journal of Chemistry**, Vol. 64(12), pp. 7371-7376.
- [7] RIVAI, H., PUSPITA, R., MISFADHILA, S., 2021- Recent Study on Development and Validation of Loperamide Hydrochloride Tablet Analysis Method with Absorbance and Area under Curve Methods Spectrophotometric ally, **Technological Innovation in Pharmaceutical Research**, Vol. 3, pp. 48-58.
- [8] RAVI, S., AMANDEEP, K., 2014- Simultaneous Estimation of Loperamide Hydrochloride and Norfloxacin by Validated UV Spectrophotometric Method, **World Journal of Pharmaceutical Research**, Vol. 3(5), pp. 693-703.
- [9] ELQUADABY, H, M., MOHAMED, G, G., EL DIEN, G, M, G., 2014- Analytical Studies on the Charge transfer Complexes of loperamide Hydrochloride and Trimebutine Drugs. Spectroscopic

and Thermal Characterization of CT Complexes, **Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy**, Vol. 129, pp. 84-95.

[10] KASHYAP, R., MAKAVANA, K., 2013- Development of New Colorimetric Method and Validation for Determination of Loperamide in Bulk and Marketed Formulation, **International Journal of Pharmaceutical, Chemical and Biological Sciences**, Vol. 3(2), pp. 215-226.

[11] Singh, L., Nanda, S., 2010- Validated Spectrophotometric Methods for Estimation of Loperamide Hydrochloride from Tablet Dosage Form, **Asian Journal of Pharmaceutical and Clinical Research**, Vol. 3(2), pp. 121-122.

[12] POORNIMA, K., CHANNABASAVARAJ, K.P., 2016- Simultaneous Estimation of Loperamide Hydrochloride and Tinidazole in Bulk and Formulations by Reverse Phase High-Performance Liquid Chromatography, **International Journal of Pharmacy and Pharmaceutical Sciences**, Vol. 8(9), pp. 173-177.

[13] ARAFAT, T., ARAFAT, B., AWAD, R., ABU AWWAD, A., 2014- Determination of Loperamide in Human Plasma and Saliva by Liquid Chromatography–Tandem Mass Spectrometry, **Journal of Chromatography B**, Vol. 972, pp. 81-88.

[14] SALAMA, F, M., EL-ABASAWI, N, M., EL-OLEMY, A., HASAN, M, A., KAMEL, M., 2020- Application of PVC Membrane and Modified Carbon Nanotubes Paste as Electrochemical Sensors for Potentiometric Determination of Loperamide Hydrochloride, **Journal of Advanced Pharmacy Research**, Vol. 4(2), pp. 46-55.

[15] ALI, N, H., KHALAF, A, A., IMRAN, N, A., ABDUL SATTAR, O, D., ISMAIL, M, K., IBRAHIM, A, T., 2020- Determination of Loperamide HCl in Pharmaceutical Preparations using Modified Ion Selective Electrode, **Systematic Review Pharmacy**, Vol. 11(3), pp. 859-864.

[16] AL-QASMI, N., SOOMRO, M, T., ASLAM, M., REHMAN, A, U., ALI, S., DANISH, E, Y., ISMAIL, I, M, I., HAMEED, A., 2016- The Efficacy of the ZnO:α-Fe₂O₃ Composites Modified Carbon Paste Electrode for the Sensitive Electrochemical Detection

of Loperamide: A Detailed Investigation, **Journal of Electroanalytical Chemistry**, Vol. 783, pp. 112-124.

[17] FARIDBOD, F., MIZANI, F., GANJALI, M, R., NOROUZI, P., 2012- Potentiometric Determination of Loperamide Hydrochloride by Loperamide PVC Membrane and Nano-Composite Electrodes, **International Journal of Electrochemical Science**, Vol. 7, pp. 7643-7654.

[18] ELQUDABY, H, M., MOHAMED, G, G., EL DIN, G, M, G., 2013- Utilization of Phosphotungestic Acid in the Conductometric Determination of Loperamide Hydrochloride and Trimebutine Antidiarrhea Drugs, **Journal of Pharmacy Research**, Vol. 7, pp. 686-691.

[19] هزار القصير، 2018- التحديد الكمي لبعض المركبات الدوائية باستخدام الطرائق الكمونية والفولط أمبيرومترية، رسالة قدمت لنيل درجة الدكتوراه في الكيمياء التحليلية، كلية العلوم-جامعة البعث.

[20] UMEZAWA, Y., BÜHLAMANN, P., UMEZAWA, K., TOHDA, K., AMEMIYA, S., 2000- Potentiometric Selectivity Coefficients of Ion-Selective Electrodes Part I. Inorganic Cations (Technical report), **Pure and Applied Chemistry**, Vol. 72(10), pp. 1851-2082.

[21] MIDGLEY, D., 1987- Limits of detection of ion-selective electrodes: theory and practice, **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, Vol. 9(1), pp. 25-36.

تحديد البارامترات الهندسية للكمون الضوئي

بطريقة VMA

للمنظومة $(n + {}^{54}_{26}Fe_{28})$

المخلص:

تم في هذا البحث و باستخدام طريقة (VMA) (التقريب التغييري للعزوم) تحديد البارامترات الهندسية للكمون النووي الضوئي للجسيمات المتبعثرة بطاقة $(40 \leq E_n \leq 50 \text{ MeV})$ بوساطة نواة الحديد ${}^{54}_{26}Fe_{28}$ ، فقد وجدنا أن مع ازدياد الطاقة فإن اعماق الكمون الحقيقي و انصاف اقطارها و نفاذيتها تتناقص بينما اعماق الكمون التخيلي الحجمي تزداد مع ازدياد الطاقة وهذا يتوافق مع الاعمال [1-2-3]. وهذا واضح في الجدول (1).

و وجدنا ايضاً بأن التحديد المثالي للبارامترات الهندسية للكمون الضوئي تقود إلى توافق وتطابق جيد بين مقاطع التفاعل الكلية المحسوبة بطريقة VMA و مثيلاتها التجريبية والمحسوبة من التمثيلات الوسطية العالمية .

كلمات مفتاحية:

طريقة (VMA)، العلاقة التبديدية، الكمون النيوتروني الضوئي، المقطع الكلي للتفاعل.

Determination of the geometric parameters of the optical by (VMA) method of the $(n + {}^{54}_{26}\text{Fe}_{28})$ system

Abstract:

In this paper, using the (VMA) method, the geometric parameters of the optical nuclear potential of the particles scattered with energy $(40 \leq E_n \leq 50 \text{ MeV})$ were determined by the iron nucleus ${}^{54}_{26}\text{Fe}_{28}$.

We found that with the increase in energy the depths of the real potential and its radii and permeability decrease, while the depths of the imaginary volumetric potential increase with the increase in energy and this corresponds to the works [1-2-3], and this is clear in table (1).

We also found that the ideal determination of the geometric parameters of the optical potential leads to a good agreement and convergence between the computed (VMA) interaction segments and their experimental and calculated counterparts from the global median representations.

Keywords:

VMA method, Dispersive relation, Optical neutron potential, Total reaction cross section.

مقدمة:

تعتبر دراسة التأثير المتبادل بين الأشعة و المادة من الامور الاساسية و الهامة في علم الاشعة المؤينة بسبب أن تأثير الاشعة في جميع المواد الحية وغير الحية يتم من خلاله. وتصبح ايضاً جميع قياسات الاشعة ممكنة فقط، بسبب هذا التأثير التبادل. ولكن عندما ينطوي الامر على دراسة التأثيرات المتبادلة بين النيوكلونات و حركتها داخل النواة سيكون بغاية التعقيد والصعوبة مقارنة مع الالكترونات الذرية و يعزى ذلك لوجود نوعين مختلفين من النيوكيلونات (بروتونات و نيوترونات) داخل النواة و كذلك لوجود نوعين من القوى إحدهما هي القوى النووية و الأخرى هي قوة كولوم ، ولتبسيط ذلك فقد جرت العادة على استخدام النماذج لدراسة الظواهر النووية ،ومن أهم وايسر تلك النماذج النموذج الضوئي النووي حيث وصف النوى الذرية بأنها تشبه الكرات ضبابية تصطم بشعاع من الجسيمات المقذوفة تمتص جزءاً من الحزمة و تبعثر جزءاً آخر و تتقلها جزئياً بطريقة مماثلة لسلوك الضوء [11-12] .

خلال العقود الخمسة السابقة تم تطبيق النموذج الضوئي النووي على نطاق واسع لتحليل التشتت المرن للبيونات، ونيوكلونات وجسيمات الثقيلة بواسطة نوى على نطاق واسع من الطاقات [13]. وتم توسيعه ليشمل التشتت غير مرن بواسطة صيغة القنوات المتفاعلة [3]. واعتبار أثار التشتت ممكنة لكل من الحالات المحدودة والمتبعثرة والتي توصف بنفس المجال المتوسط [4-5]. أن التفاعل نواة-نواة هو معقد بطبيعته، والنموذج الضوئي يمثل بواسطة كمون تبديدي بشكل بسيط جداً، مع البارامترات التي يتم ضبطها لتتناسب البيانات التجريبية. هذا الكمون يحوي جزء تخيلي الذي يأخذ بالإعتبار تدفق تفاعل الامتصاص من قناة مرنة إلى غير مرنة تفاعل قنوات. هذا مشابه لتشتت وامتصاص الضوء بواسطة معامل الانكسار العقدي الوسطي، لذلك عُرف النموذج الذي

يُطلق عليه النموذج الضوئي. تتأثر المقاطع العرضية للتشتت المرن بالحالات المثارة من النظام المركب بواسطة الحالات المتبقية في القنوات الغير مرنة. هذا يسبب تغيرات المقطع العرضي، وهذه التغيرات يمكن تحليلها ورؤيتها عند القياسات لإجراءات عالية تمت على نوى خفيفة. عادة تكون دقة التجربة للكاشف كافية لمعرفة متوسط هذه التغيرات، ولكن يجب علينا أن نتأكد أن النموذج الضوئي يوافق فقط متوسط الطاقة للمقاطع العرضية [6-7].

هدف البحث:

إيجاد البارامترات الهندسية للكمون الضوئي بطريقة VMA ، وتحديد مقاطع التفاعل للمجال المدروس.

منهجية طريقة VMA : [8-9-10-11-12-13-14]

من اجل وصف الحقل الوسطي الذي يعبر عن التأثير المتبادل بين نيوترونات المقذوفة ونواة الهدف :

$$U(r, E) = V(r, E) + iW(r, E) + V_{LS}(r, E) + V_C(r) \quad (1)$$

ويتكون الحد الاول من العلاقة (1) من مجموع مركبتين:

المركبة الاولى مركبة كمون هارتي - فوك V_{HF} .

المركبة الثانية التبديدية و التي بدورها تتألف من مجموع حدين تبديدي سطحي $\Delta V_d(r, E)$ وتبديدي حجمي $\Delta V_w(r, E)$.

الحد الثاني: يتكون من مجموع مركبتين تخيلية سطحية $w_d(r, E)$ ومركبة تخيلية حجمية $w_w(r, E)$ ، والحد الثالث: هو الكمون الناتج عن التأثير المتبادل بين العزمين السبيني والمداري والحد الرابع يمثل الكمون الكولوني ويعبر عنه بدلالة نصف قطر المتبادل $R_c = r_c A^{\frac{1}{3}}$

وبالتالي تكتب العلاقة بالصيغة التفصيلية:

$$U(r, E) = [\Delta V_d(r, E) + \Delta V_w(r, E)] + V_{HF}(r, E) \quad (2)$$

$$+ i[w_d(r, E) + w_w(r, E)] + V_{LS}(r, E)$$

$$+ V_C(r, E)$$

ولوصف التابعية القطرية لكل من الحدود الواردة في العلاقة (2) يقترح باستخدام شكل تابع وودا ساكسون (*Woods-Saxon form factor*) المُعَبَّر عنه بالعلاقة التالية :

$$V(r, E) = V_v(E)F(x_v) \quad (3)$$

$$x_v = \frac{r - R_v}{a_v}, R_v = r_v A^{\frac{1}{3}} \quad f(x_v) = [1 + \exp x_v]^{-1}$$

ونعتبر قيم الوسطاء الخاصة بالكمون $V_{LS}(r, E)$ و كمون الكولوني غير تابعة للطاقة ، لذلك تؤخذ كقيم ثابتة

$$(V_{LS} = 6.8 \text{ Mev}, \quad r_{LS} = 1.2 \text{ Fm}, a_{LS} = 0.6 \text{ Fm}, r_c = 1.26 \text{ Fm})$$

محتوى طريقة (VMA):

هدفنا الاساسي إيجاد مكونات العلاقة (2) وفقاً لطريقة التقريب التغييري للزوم (Variational Moment Approach) اختصاراً (VMA) التي تربط بين حدي

الكمون الضوئي (الحجمي و التخلي) من خلال العلاقة التبددية: [6-7]

$$\Delta V(r, E) = \frac{2}{\pi} (E - E_f) \int_{E_0}^{\infty} \frac{W(r, E) dE}{(E - E_f)^2 - (E' - E_f)^2} \quad (4)$$

$$= \Delta V_w(E) f(x_w) + \Delta V_d(E) g(x_d)$$

تقوم هذه الطريقة المتبعة على ادخال بارامترات كمون الضوئي التقليدي (التي تم ايجادها بشكل تخميني) على برنامج حاسوبي بلغة الباسكال (SPI- GENOA) من خلاله نجد قيم التكاملات الحجمية للكمون الضوئي (العزوم من المرتبة الثانية بالنسبة للجزء الحقيقي و التخيلي على الترتيب $[r]_w^2(E)$, $[r]_v^2(E)$ وفقاً لعلاقة [20]:

$$[r]_w^2(E) = \frac{4\pi}{A} \int_0^{\infty} [W_d(r, E) + W_w(r, E)] r^2 dr \quad (5)$$

$$[r]_w^2(E) = [r]_{w_w}^2(E) + [r]_{w_d}^2(E)$$

وبليه من علاقة (براون - راو) نجد الوسطاء الهندسية $(\rho_2, \beta_2, E_0, \rho_w)$ من العلاقة :

$$[r]_w^2(E) = \beta_2 \frac{(E - E_0)^2}{(E - E_0)^2 + \rho_2^2} \quad (6)$$

ونقوم بحساب عزم هارترتي- فوك وفق العلاقة:

$$J_{Hf} = \frac{4\pi R_{Hf}^3}{3 A} [1 + \left(\frac{\pi \alpha_{Hf}}{R_{Hf}}\right)^2 U_{Hf}(Ef)] \quad (7)$$

حيث:

$$U_{Hf}(Ef) = V_0 - \left(\frac{N - Z}{A}\right) \times V_1 \quad R = r_v A^{\frac{1}{3}}, r_{vHf} = 1.236$$

$$V_0 = 54.9 \text{ Mev}, V_1 = 38.1 \text{ Mev} \quad a_{rHf} = 0.62$$

ونوجد الوسطاء (r_w, r_d, a_w, a_d) نثبتها كقيم وسطية للبارامترات العشوائية للكمون الضوئي العادي بعد الانتهاء من تحديد مكونات العلاقة (2) يصبح الحقل بصيغته النهائية بالشكل: [15-16-17]

$$U(r, E) = \frac{[r^2]_{HF}(E_F)}{g_{HF}} \exp[\alpha_{HF}(E - E_F)] f(x_{HF}) + \Delta V_w(E) f(x_w) + \Delta V_d(E) g(x_d) + iW_w f(x_w) + iW_d g(x_d) + V_{ls}(r, E) + V_c(r) \quad (8)$$

وأخيراً وبعد تحديد جميع مكونات الكمون الضوئي وتحديد وسطائه، يتم حل معادلة شرودينغر الموجية المتضمنة لشكل الكمون وهي:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{(h/2\pi)^2} (E - U)\psi = 0$$

وباستخدام SPI يتم إيجاد مقاطع التفاعل ضمن المجال الطاقى المدروس و مقارنتها مع مثالتها التجريبية و مع التمثيلات العالمية و الوسطية [24-25].

النتائج و المناقشة:

جدول (1): قيم البارامترات المثلى التي حصلنا عليها من برنامج (VMA):

E (MeV)	V_0 (Fm)	r_0 (Fm)	a_0 (Fm)	W_w (MeV)	r_w (Fm)	a_w (Fm)	W_d (MeV)	r_d (Fm)	a_d (Fm)
5	49.522	1.279	0.588	2.723	1.260	0.563	4.709	1.260	0.563
10	48.214	1.263	0.588	5.955	1.260	0.563	5.586	1.260	0.563
15	46.912	1.250	0.588	1.013	1.260	0.563	5.787	1.260	0.563
20	45.595	1.238	0.588	1.497	1.260	0.563	5.688	1.260	0.563
25	44.256	1.229	0.588	2.019	1.260	0.563	5.444	1.260	0.563
30	42.895	1.221	0.588	2.557	1.260	0.563	5.130	1.260	0.563

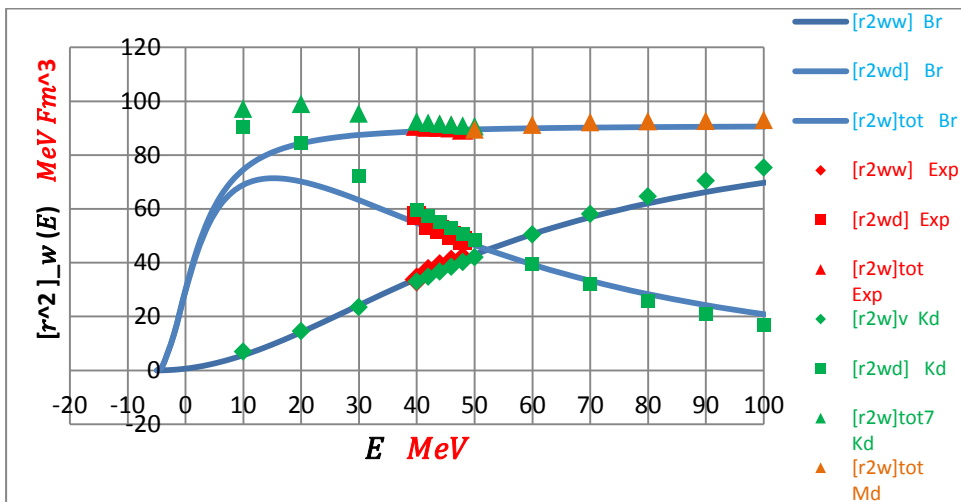
تحديد البارامترات الهندسية للكمون الضوئي بطريقة VMA للمنظومة ($n + {}^{54}_{26}\text{Fe}_{28}$)

35	41.516	1.215	0.588	3.090	1.260	0.563	4.787	1.260	0.563
40	40.130	1.209	0.588	3.604	1.260	0.563	4.437	1.260	0.563
42	39.575	1.207	0.588	3.803	1.260	0.563	4.299	1.260	0.563
44	39.021	1.206	0.588	3.996	1.260	0.563	4.163	1.260	0.563
46	38.468	1.204	0.588	4.185	1.260	0.563	4.030	1.260	0.563
48	37.917	1.202	0.588	4.368	1.260	0.563	3.900	1.260	0.563
50	37.369	1.201	0.588	4.545	1.260	0.563	3.773	1.260	0.563
55	36.011	1.197	0.588	4.964	1.260	0.563	3.470	1.260	0.563
60	34.679	1.195	0.588	5.347	1.260	0.563	3.191	1.260	0.563
65	33.377	1.192	0.588	5.696	1.260	0.563	2.935	1.260	0.563
70	32.110	1.190	0.588	6.013	1.260	0.563	2.701	1.260	0.563
75	30.880	1.188	0.588	6.299	1.260	0.563	2.489	1.260	0.563
80	29.689	1.186	0.588	6.558	1.260	0.563	2.297	1.260	0.563
85	28.538	1.185	0.588	6.792	1.260	0.563	2.123	1.260	0.563
90	27.429	1.183	0.588	7.003	1.260	0.563	1.966	1.260	0.563
95	26.356	1.182	0.588	7.194	1.260	0.563	1.824	1.260	0.563
100	25.331	1.180	0.588	7.366	1.260	0.563	1.694	1.260	0.563

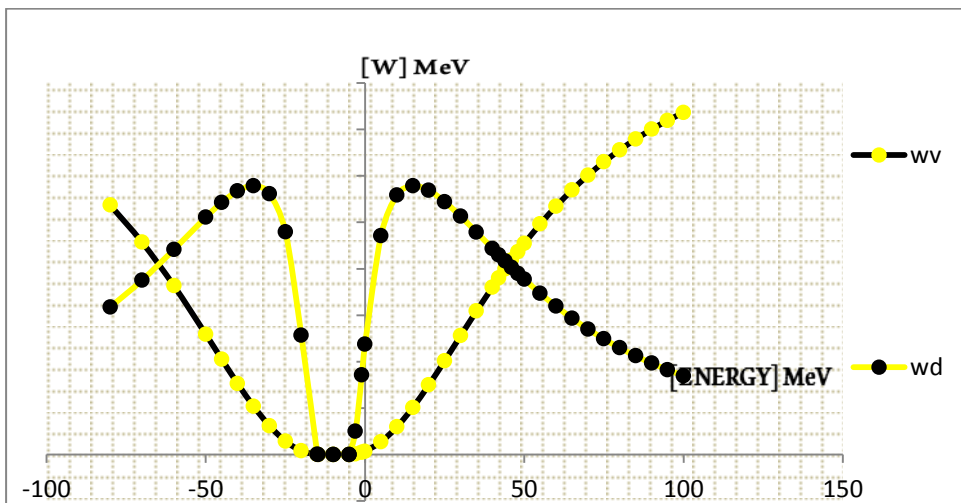
A	$\beta_2(\text{Mev})$	$\rho_2(\text{Mev})$	$\rho_w(\text{Mev})$	α	$E_\gamma(\text{Mev})$	$E_0(\text{Mev})$	$[r^2]_{HF}(E_\gamma)$
${}^{54}_{26}\text{Fe}$	91	7	58	0.460	-9.85	-4.9	496.27

$$v_{so} = 6.8 \text{ MeV} \quad r_{so} = 1.2 \text{ Fm} \quad a_{so} = 0.6 \text{ Fm} \quad r_c = 1.22 \text{ Fm}$$

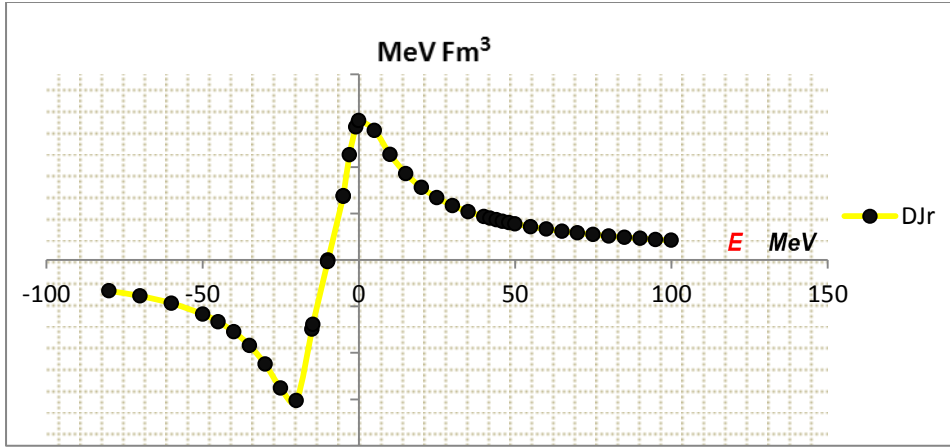
جدول (2) : الوسطاء الهندسية



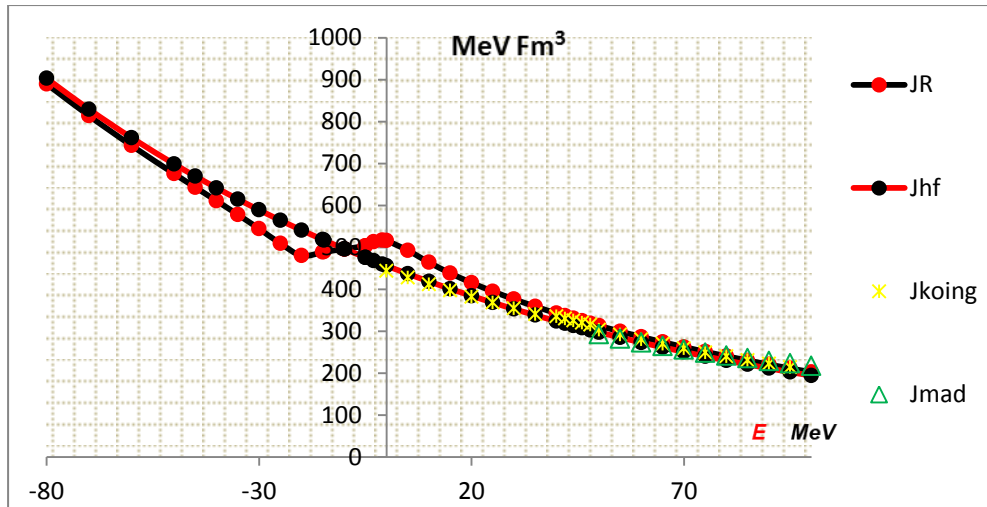
الشكل (1): يبين تابعة كل من العزم التخيلي (السطحي و الحجمي) بالنسبة للطاقة بوساطة نواة العنصر المدروس.



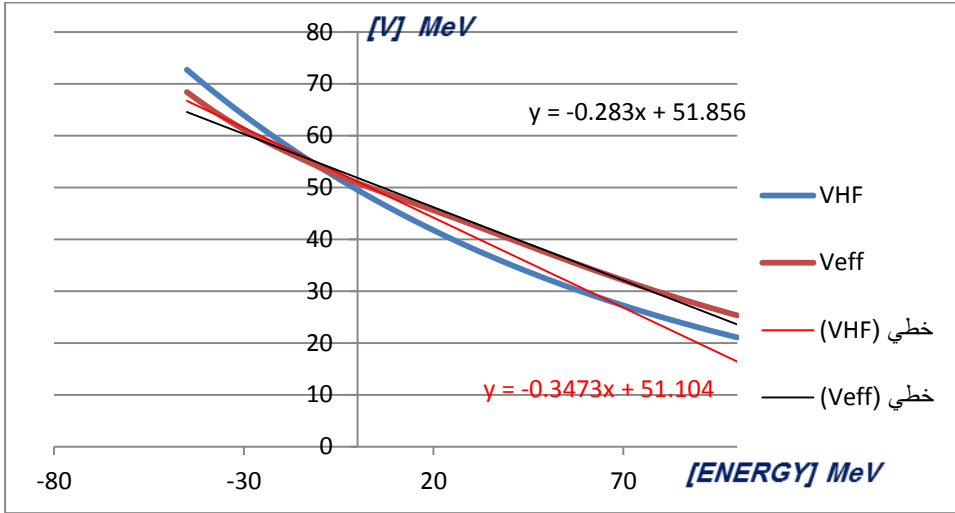
الشكل (2): يمثل التابعة الطاقة لكل في الجهد التخيلي السطحي والحجمي بوساطة العنصر المدروس.



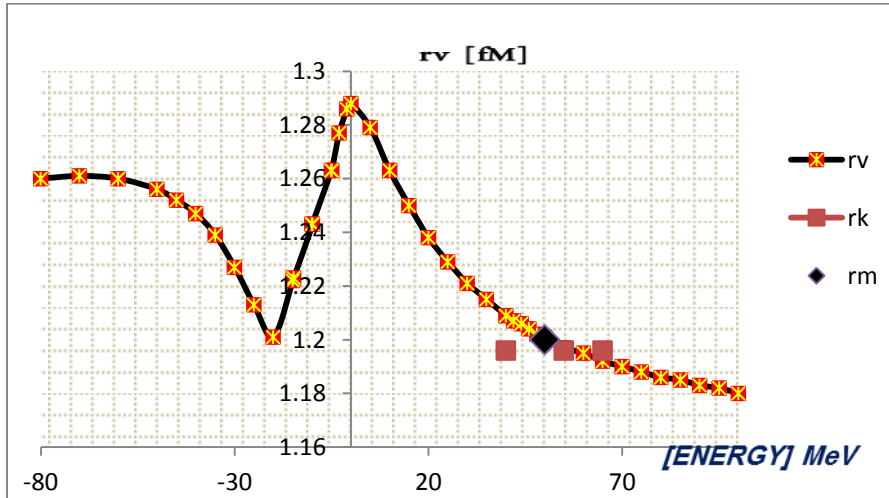
الشكل(3): يمثل العزم التبددي بتابعية الطاقة ضمن المجال المدروس.



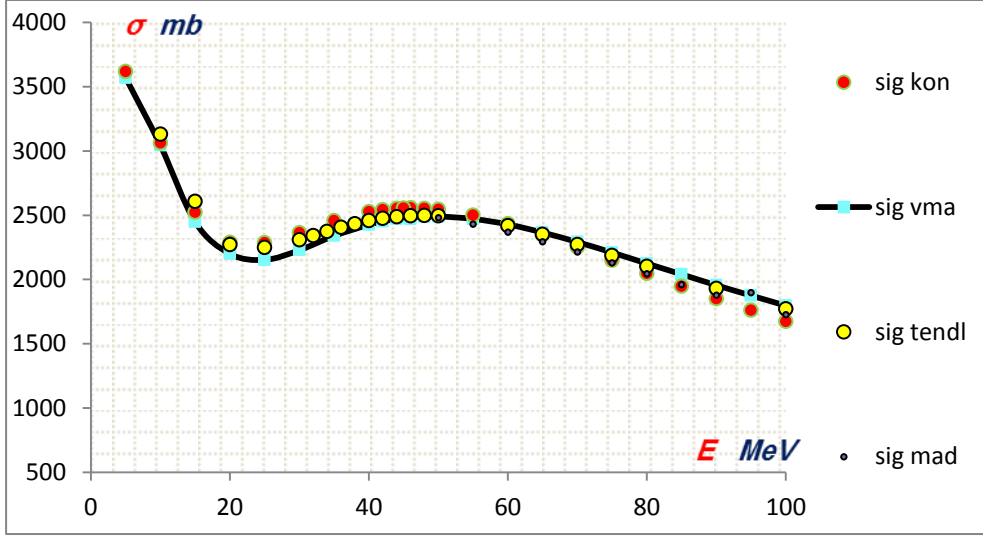
الشكل (4): يمثل تغير العزم الحقيقي وعزم هارتري - فواك للتفاعل بدلالة الطاقة ضمن المجال المدروس.



الشكل (5): التابعية الطاقية للجزء الحقيقي لكمون النيوتروني الضوئي وكمون هالترتري-فوك ضمن المجال المدروس.



الشكل (6): يمثل التابعية لنصف قطر الكمون النيوتروني الضوئي للتفاعل وضمن مجال الطاقى المدروس.



الشكل (7): يمثل تابعة المقطع الكلي للتفاعل للطاقة ضمن المجال الطاقي المدروس.

الاستنتاجات:

لقد قمنا بدراسة ظاهرة التبعثر باستخدام النموذج الضوئي التبددي وفق طريقة (VMA) للمنظومة $(n + {}^{54}_{26}\text{Fe})$ وضمن مجال طاقي $(40 \leq E \leq 50) \text{Mev}$ ومددنا المجال لندرس الطاقات الاخفض و الاعلى $(10 \leq E \leq 100) \text{Mev}$. وبناءً عليه لقد قمنا بايجاد كل من التكاملات الحجمية (السطحية والحجمية) و مقاطع التفاعل الكلية [18-19-20-21-22-23].

من خلال البارامترات المثلى الموضحة في الجدول (1,2). حيث قمنا بتمثل هذه البارامترات و مقارنتها مع كل من تصنيف (كونيك، مادلاند) [24-25-26] لتتأكد من دقة القيم الناتجة.

نلاحظ من الشكل (1): وجود تقارب ملحوظ بين القيم الحسابية للتكاملات الحجمية بالنسبة لطاقة والمعطيات وفق المرجع..

ويوضح الشكل (2): الكمون التخيلي (السطحي و الحجمي) من خلال القيم المحدودة ضمن الجدول (1) وفق طريقة (VMA) من العلاقة (6).

ونرى من الشكل (3) التوافق الجيد مع الشكل العام الوارد في المرجع.. وهنا نلتزم صحة ودقة تحديد الوسطاء الهندسية للكمون (الجدول 1).

وأن القيم الحسابية التي حصلنا عليها وفق طريقة (VMA) التي يبينها الشكل (4) تعطينا تطابق جيد مع القيم التجريبية في المرجع [26] ومما يؤكد لنا دقة وصحة الطريقة المتبعة في تحديد البارامترات المثالية لكمون الضوئي.

ويوضح لنا الشكل (5) التبعية الخطية لكل من الكمون الحقيقي وكمون (هارتري-فوك) بالنسبة لطاقة وتوصف هذه التبعية بعلاقتين وسطيتين كما يلي:

$$V_{HF} = -0.347E + 51.104 \quad V = -0.283E + 51.856$$

ومن الشكل (6): يصف لنا نصف القطر الحقيقي لكمون وبمقارنتها مع نصف القطر الحقيقي لكل من تصنيف (كونيك ومادلاند) [24-25-26] لاحظنا وجود تقارب جيد مع القيم وهذا يدل على صحة القيم المحسوبة.

وبالاستناد إلى كل ما سبق ونتيجة للدقة في تطبيق طريقة (VMA) ومن ثم تحديد قيم البارامترات المثلى تم تحديد قيم المقاطع التفاعل الكلية ومثلت تابعيتها للطاقة الموضحة بالشكل (7): نلاحظ من خلال التمثيل البياني التطابق الجيد مع القيم التجريبية لمقاطع التفاعل وتلك المحسوبة من خلال طريقة (VMA) وايضاً التطابق بين قيم المقاطع التفاعل حسب طريقة (VMA) وقيم مقاطع التفاعل المحسوبة وفق تصنيف كونيك و

تصنيف مادلانند وننوه ان هذا التطابق قلما يلاحظ ضمن مناطق الطاقة المنخفضة، الأمر الذي يجعل تلك البارامترات صالحة لتوصيف المقطع الكلي للتفاعل $(n + Fe^{54})$ [27].

نلاحظ من الشكل (7) ان قيم مقاطع التفاعل كبيرة في الطاقات المنخفضة وذلك بسبب أن مساهمة قنوات التفاعل تكون اعلى من مساهمة قناة التبعثر المرن في التفاعل $(n + Fe^{54})$ ، بينما في منطقة الطاقات المتوسطة تكون لقناة التبعثر المساهمة الأكبر من بين قنوات التفاعل ، وان انخفاض مساهمات قنوات التفاعل نتيجة انخفاض قيم مقاطع التفاعل الكلية في الطاقة العالية [4-5] .

من خلال كل ماسبق يمكن القول : أن النموذج الضوئي التبددي يعطي طريقة جديدة ودقيقة يمكن من خلالها استنباط شكل الكمون الضوئي و ايجاد قيم العزوم من المرتبة الثانية بالنسبة للكمون ، إضافة لتحديد قيم مقاطع التفاعل الكلية، وبالتالي يمكن اعتمادها كأساس مرجعي للدراسات المستقبلية للنوى المروسة،ويمكن الحكم على صحة النتائج التي تقدمها التصنيفات الموجودة في المراجع.

المراجع

- [1]- د- أنيس بلال ، د - عبد الهادي صوفان - خديجة الحسن -2016- دراسة التكاملات الحجمية للبروتونات المقذوفة بطاقة $E_p = 10MeV$ بدلالة الاعداد الكتلية ($27 \leq A \leq 90$) باستخدام طريقة VMA ، مجلة جامعة البعث ، مجلد (38) .
- [2] - د- أنيس بلال، مالك الحموي- 2016 - دراسة التبعثر البروتوني بواسطة Sn_{50}^{112} في المجال الطاقى $20 \leq E_p \leq 65 MeV$ ، مجلة جامعة البعث ، مجلد(38).
- [3] - د- أنيس بلال ، ملهم يوسف -2021- دراسة تأثير المساهمة التبددية لتبعثر النيوترونات المقذوفة بطاقة $(60 \leq E_n \leq 80)MeV$ بواسطة نواة الهدف (${}_{29}^{58}Cu$) باستخدام طريقة (VMA)، مجلة جامعة البعث، المجلد 43.

- [4]- Molhum Ussef, & Anis Belal. (2020). Study of the dispersive contribution effect for neutrons scattering with energy $(60 \leq E_n \leq 80)\text{MeV}$, Nuclear Science, Science PG, Vol.5, Issue Number 4, December 2020.
- [5]- Molhum Ussef, & Anis Belal. (2020). THE NEUTRONS SCATTERING ANALYSIS BY Cu_{60} , NUCLEUS USING VARIATIONAL MOMENT APPROACH, International Journal of Science Academic Research, Vol. 01, Issue 09, pp.612-618, December, 2020 Available online at <http://www.scienceijsar.com>
- [6]- MAHAUX . C, BORTINGNON P.F, 1985 -Dynamics of the shell model .Phys. Rep, V.120 , p.p.1- 274.
- [7]- MAHAUX . C, SARTOR . R ,1989 , Nucl . Phys .V. 503,P.525.
- [8]- MAHAUX . C, SARTOR . R , 1991, Nucl . Phys .V. 528.P. 253.
- [9]- MAHAUX . C,SARTOR . R ,1992 -Advance in nuclear, phys. edited , New. York , Vol . 20 , p.1 .
- [10]- ROMANOVSKY E. A , BELAL. A , MORZENA L .R, 1993 , News. RAS ,Phys . Vol . 57, No . 10 , P. 179.
- [11]-ROMANOVSKY E. A, BOTROS. S,BECPALOVA,B.O,1995, News. RAS ,Phys . Vol . 59, No . 1 , P . 145.
- [12] - ROMANOVSKY E. A , BOTROS . S ,SBASKIA T. E,1995,News . RAS, Phys .Vol .59 , No . 5 , P . 117 .
- [13]-BELAL. A ,2006-Investigating the resultant characteristics of proton scattering on nuclei $50 \leq A \leq 70$ with energy near the columbic barrier $(E = E_B)$ using(VMA)model ,Journal of Al Baath Syria- Homs,Vol.28,No.2, p.279-297-University
- [14]- BELAL. A , 2009-Using the Dispersion Optical Model for Analysis of Proton Scattering by Nuclei $\text{Zr}^{92,94,96}$ Energy Range close to columbic barrier Journal of AL Baath University –Syria-Homs , No.31.

- [15]- ROMANOVSKY .E .A,BECPALOVA . O.B , 2001- Measurements and Analysis elastic scattering protons with energies $<10 \text{ MeV}$ for (Sn)-Moscow.
- [16] - ROMANOVSKY . E. A , BECPALOVA . B .O ,2004- Analyzed within the dispersive optical model for the proton and Zr^{90} with in energies $5\text{Mev} < E < 65\text{Mev}$, Nucl. Phys..
- [17]- HODGSON . P. E , 1991- The Dispersive Optical Model, OUNP, 91-11, p.p.1-7.
- [18] - GURBICH .A . F, LIONEV. A , 1983- Analysis Proton Optical -Model potential near the coulomb barrier, blinks – USSR.
- [19]- MAHAUX . C, BORTINGNON P.F, 1985 -Dynamics of the shell model .Phys. Rep, V.120 , p.p.1- 274.
- [20]-Brown . G. E , Rho, M . 1981, Nucl . Phys , A . 372,397.
- [21]- PEREY F.G. code SPI-GENOA (unpublished)1976.
- [22]- MAHAUX . C, SARTOR . R(1991).Dispersion Relation Approach To The Mean Field And Spectral Functions Of Nucleons In 40 Ca, Nuclear Physics A528,253-297.
- [23]- B EER K.,HODGSON P.E, 1994-The Systematic of Nuclear Bound States.J.phys.G.Nuclphys.,V.4.N.12, 128791-12p.
- [24]-KONING A.J. AND D. ROCHMAN,2011- Nuclear Research and Consultancy Group (NRG) Petten, The Netherlands. Release date: December 29.
- [25]- P.G. Young, Los Alamos National Laboratory-(1994), Experience at los alamos with use of the optical model for applied nucleia data calculations, (report la-ur-94-3104).
- [26]- Jeukenne J.P, Mahaux C, Jaminon M.
Dependence upon mass number and neutron excess of the real part of the proton optical potential for mass numbers ($44 \leq A \leq 72$). Phys . Rev . 1986, V.C34M P.P.468-479.
- [27]-A.E.Taylor, E.Wood, 2016- Neutron total cross section between 30 and 153 MeV, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazin and Jornal of Science, Series 7.

[28]-TENDL-2015(Release Data 18 January 2016) By A.J. Koning, D. Rochman, J. Kopecky, J.Ch. Sublet, M. Fleming, E. Bauge, S. Hilaire, P. Romain, B. Morillon, H. Duarte, S. C van der Marck, S. Pomp, H. Sjostrand, R. Forrest, H. Henriksson, O. Cabellos, S. Goriely, J. Leppanen, H. Leeb, A. Plompen, and R. Mills .

[29]-A,H, Wapstra . N. B , Gove. 1971 , Nuclear reaction and separation energies, Oak Ridge National Laboratory ,Oak Ridge,Tnnn.37830.

دراسة قابلية مفاضلة ونظامية الدوال الأساسية فوق العقدية

وداد غزوان المعصراني¹

جامعة البعث – كلية العلوم – قسم الرياضيات

د. محمد شراباتي²

د. باسل العرنوس³

ملخص البحث:

تمت في هذا البحث دراسة تعريفين مختلفين لقابلية المفاضلة فوق العقدية مع الأمثلة على كل منهما، واستنتاج أن كثيرات الحدود فوق العقدية هي دوال قابلة للمفاضلة وفق أحد هذين التعريفين في حين أنها ليست كذلك بالنسبة للتعريف الآخر. كما درسنا شرط نظامية الدوال حسب مفهومي فيوتر وكولين. وأثبتنا أن الدوال المتسامية فوق العقدية غير نظامية حسب فيوتر، وذلك من خلال تطبيق مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر عليها.

الكلمات المفتاحية:

قابلية المفاضلة فوق العقدية – كثيرات الحدود فوق العقدية – الدالة الأساسية الطبيعية فوق العقدية – الدالة اللوغاريتمية الطبيعية فوق العقدية – دالة الجيب المثلثي فوق العقدية – دالة جيب التمام المثلثي فوق العقدية – مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر – الدوال النظامية فوق العقدية.

¹ طالبة ماجستير – جامعة البعث – كلية العلوم – قسم الرياضيات

² عضو هيئة تدريسية – جامعة البعث – كلية العلوم – قسم الرياضيات

³ عضو هيئة تدريسية – جامعة البعث – كلية العلوم – قسم الرياضيات

A study of differentiability and regularity of the basic quaternion functions

Wedad Ghazwan Almaasarani⁴

Dr. Mohamad Charabati⁵

Dr. Basel Alarnous⁶

Albaath University - Faculty of Science - Mathematics Department

Abstract:

In this research, two different definitions of quaternionic differentiability have been studied with examples of each, and it is concluded that quaternion polynomials are differentiable functions according to one of these two definitions, while they are not for the other definition. We also studied the condition of the regularity of functions according to the concepts of Feuter and Cullen. We proved that the exponential, logarithmic, trigonometric sine and cosine functions are irregular according to Feuter, by applying the Cauchy-Riemann-Feuter operator to them.

Key words:

Quaternionic differentiability, Quaternion polynomials, Quaternion natural exponential function, Quaternion natural logarithm function, Quaternion trigonometric sign function, Quaternion trigonometric cosine function, Cauchy-Riemann-Feuter operator, Quaternion regular function.

⁴ Master student, Albaath University, Faculty of science, Department of mathematics

⁵ Professor, Albaath University, Faculty of science, Department of mathematics

⁶ Professor, Albaath University, Faculty of science, department of mathematics

1. مقممة

تم اكتشاف الأعداد فوق العقدية في السادس عشر من تشرين الأول في عام 1843 على يد العالم الأيرلندي ويليام روان هاملتون (William Rowan Hamilton) (1805-1865). كان هدفه الأساسي إنشاء نوع من الأعداد فوق العقدية مرتبطة بالفضاء ثلاثي الأبعاد بالطريقة نفسها التي ترتبط بها الأعداد العقدية بالمستوي. لقد كان تخمينه الأولي عن الأعداد العقدية أنها تحتاج جزءاً تخيلاً إضافياً، أي تصبح بجزء حقيقي واحد وجزئين تخيليين مختلفين.

بعد ما يقارب عشرة أعوام من البحث غير الناجح عن تمديد ثلاثي الأبعاد للأعداد العقدية، خطر في بال هاملتون أنه بدلاً من الجزئين التخيليين، سيفترض وجود ثلاثة أجزاء تخيلية.

اندهش هاملتون من اكتشافه، فقام بنحت الصيغ الشهيرة الخاصة بالأعداد فوق العقدية على حجر من جسر بروم Broome Bridge باستخدام الرموز i, j, k :

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

وهكذا ولدت الأعداد فوق العقدية. ماتخيله هاملتون كان عدداً له مركبة حقيقية واحدة وثلاث مركبات تخيلية مختلفة، بحيث يكون مربع كل مركبة تخيلية يساوي -1 . يُرمز لمجموعة كل الأعداد فوق العقدية بـ \mathbb{H} ، تكريماً لمكتشفها. [1]

في هذا البحث سنهتم بدراسة الدوال التي متغيراتها أعداد فوق عقدية.

إن قوة نظرية الدوال فوق الحقل العقدي تجعل من الطبيعي أن نبحت عن نظرية مشابهة لجبر القسمة التجميعي الحقيقي غير التافه الوحيد، والذي هو مجموعة الأعداد فوق العقدية. مثل هذه النظرية موجود، ولكن يبدو أنها غير معروفة كثيراً. حيث إنه لم يتم تطويرها إلا بعد قرابة القرن من اكتشاف هاملتون للأعداد فوق العقدية. حاول هاملتون وأتباعه، تايت Tait [6] وجولي Joly [7] تطوير نظرية الدوال بمتغير فوق عقدي باتباع الأساليب العامة المستخدمة في نظرية الدوال بعدة متغيرات حقيقية. كما أنهم لم يحددوا

صفاً خاصاً للدوال النظامية من بين الدوال ذات القيمة فوق العقديّة بمتغير فوق عقدي، كما هو الحال مع الدوال النظامية بمتغير عقدي. قد يكون هذا بسبب أن أيّاً من التعريفين الأساسيين للدوال النظامية بمتغير عقدي لا يمتلك نتائج مثيرة للاهتمام عندما نطبقه على الأعداد فوق العقديّة. حيث توصلوا إلى أن دوال المتغير فوق العقدي والتي تمتلك مشتقات فوق عقديّة هي عبارة عن دوال ثابتة وخطية (وليس جميعها)، حيث إن الدوال التي يمكن تمثيلها بمتسلسلة قوى فوق عقديّة هي فقط الدوال التي يمكن تمثيلها بمتسلسلة قوى بأربع متغيرات حقيقية.

في عام 1935، اقترح فيوتر [8] تعريفاً للدوال فوق العقديّة النظامية عن طريق ما يشبه معادلات كوشي-ريمان. وقد أوضح أن هذا التعريف يقود إلى تعريف قريب جداً من نظرية كوشي، وصيغة كوشي التكاملية ونشر لورنت [9]. في الاثني عشر عاماً التالية، طور فيوتر ومعاونوه نظرية التحليل فوق العقدي. كما يمكننا العودة إلى المرجع الكامل لهذا العمل في [10]، ويوجد وصف بسيط للأجزاء الأولية من النظرية في [11]. [5]

2. هدف البحث

دراسة تعريفين مختلفين لقابلية المفاضلة فوق العقديّة مع الأمثلة عليهما. وإثبات أن كثيرات الحدود فوق العقديّة هي دوال قابلة للمفاضلة وفق أحد هذين التعريفين. بالإضافة لدراسة نظامية بعض الدوال مثل الدوال الأسية واللوغاريتمية والجيب المثلثي وجيب التمام المثلثي وإثبات أنها دوال غير نظامية حسب مفهوم فيوتر وذلك باستخدام مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر عليها.

3. مواد البحث

1.3 بعض التعاريف الهامة [1]

تعريف 1 قاعدة هاملتون

إنّ قاعدة هاملتون هي:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

ويمكن كتابتها بالشكل:

$$ij = k = -ji, \quad jk = i = -kj, \quad ki = j = -ik \quad (1)$$

حيث إنَّ العناصر i, j, k تتبادل تخالفاً مثنى مثنى.

كما يمكننا استخدام تمثيل آخر للأعداد فوق العقديّة من الناحية الهندسية، حيث يرتبط العدد فوق العقدي:

$$p = a + bi + cj + dk$$

برياعية مرتبّة من الأعداد الحقيقية (a, b, c, d) . بدايةً يجب مطابقة عناصر قاعدة الفضاء \mathbb{R}^4 ، والتي هي $(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)$ مع عناصر قاعدة الفضاء \square ، والتي هي $1, i, j, k$ على الترتيب. سنستخدم هنا الرمز نفسه لتمثيل نقطة في \mathbb{R}^4 أو لتمثيل العدد فوق العقدي المقابل لها.

تعريف 2 الجزئين السلمي والمتجهي للعدد فوق العقدي

يمكن تبديل الصيغة $p = a + ib + jc + kd$ بالصيغة $p = a + bi + cj + dk$. يسمّى الجزء الحقيقي $a := p_0$ من p بالجزء السلمي لـ p ويُرمز له بـ $Sc(p)$ ، ويسمّى $bi + cj + dk := \mathbf{p}$ بالجزء المتجهي لـ p ويُرمز له بـ $Vec(p)$.

إن الأعداد الحقيقية هي في الواقع أعداد فوق عقديّة ذات جزء متجهي معدوم. وأيضاً إذا كان $p = \mathbf{p}$ فإننا نسمي p عدداً فوق عقدي صرف، مثل العدد $p = j + k$. إذا كان p_1 و p_2 عددين فوق عقديين، فإنّه بشكلٍ عام لا يمكن تعريف المتراجحة $p_1 \leq p_2$ إلا إذا كان p_1 و p_2 عددين حقيقيين. كما أنّه لايمكننا أن نقول عن الأعداد فوق العقديّة إنّها موجبة أو سالبة، إلا إذا كنّا نتعامل مع أعداد حقيقية.

تعريف 3 العددين فوق العقديين المتساويين

يكون العددين فوق العقديين $q = a_2 + b_2i + c_2j + d_2k$ و $p = a_1 + b_1i + c_1j + d_1k$ متساويين، إذا تساوت المركبات المتقابلة، أي $a_1 = a_2$ و $b_1 = b_2$ و $c_1 = c_2$ و $d_1 = d_2$. وهذا يعني أن $p = q$ إذا كان $p_0 = q_0$ و $p = q$.

تعريف 4 العمليات الحسابية على الأعداد فوق العقدية

إنّ الأعداد فوق العقدية تقبل الجمع والطرح والضرب. فإذا كان لدينا العددين $p = a_1 + b_1i + c_1j + d_1k$ و $q = a_2 + b_2i + c_2j + d_2k$ و λ عدد حقيقي، فإننا نُعرّف هذه العمليات الحسابية بالشكل الآتي:

(i) الجمع

$$p + q := (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i + (c_1 + c_2)j + (d_1 + d_2)k$$

(ii) الطرح

$$p - q := (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i + (c_1 - c_2)j + (d_1 - d_2)k$$

(iii) الضرب بعدد حقيقي

$$\lambda p := (\lambda a_1) + (\lambda b_1)i + (\lambda c_1)j + (\lambda d_1)k$$

(iv) الضرب فوق العقدي

$$\begin{aligned} pq := & (a_1a_2 - b_1b_2 - c_1c_2 - d_1d_2) \\ & + (a_1b_2 + b_1a_2 + c_1d_2 - d_1c_2)i \\ & + (a_1c_2 - b_1d_2 + c_1a_2 + d_1b_2)j \\ & + (a_1d_2 + b_1c_2 - c_1b_2 + d_1a_2)k \end{aligned}$$

يوجد عدّة طرق لكتابة القاعدة الأخيرة، فمثلاً يمكننا استخدام توزيع الضرب على الجمع من اليسار، وعندئذ سيصبح الضرب فوق العقدي بالشكل:

$$\begin{aligned} pq := & (a_1 + b_1i + c_1j + d_1k)(a_2 + b_2i + c_2j \\ & + d_2k) \\ = & a_1a_2 + a_1b_2i + a_1c_2j + a_1d_2k + b_1a_2i + b_1b_2i^2 + b_1c_2ij \\ & + b_1d_2ik \end{aligned}$$

$$+c_1a_2j + c_1b_2ji + c_1c_2j^2 + c_1d_2jk + d_1a_2k + d_1b_2ki + d_1c_2kj + d_1d_2k^2.$$

عند تبسيط العلاقة السابقة يجب مراعاة أنّ الضرب تبديلي من أجل الأعداد الحقيقية، إلا أنه ليس كذلك بالنسبة للأعداد فوق العقدية. والآن باستخدام الخصائص الأساسية والمطابقات (1)، نستطيع كتابة عملية الضرب بالشكل الآتي:

$$pq = a_1a_2 + a_1b_2i + a_1c_2j + a_1d_2k + b_1a_2i - b_1b_2 + b_1c_2k - b_1d_2j + c_1a_2j - c_1b_2k - c_1c_2 + c_1d_2i + d_1a_2k + d_1b_2j - d_1c_2i - d_1d_2$$

بتجميع الحدود بالنسبة للوحدات التخيلية، نحصل على قاعدة الضرب فوق العقدي.

إذا أخذنا القواعد السابقة كتعاريف للجمع والضرب، سيكون من السهل التحقّق من أن خاصّتي التجميع وتوزيع الضرب على الجمع محقّقتان بالنسبة للأعداد فوق العقدية:

(v) الخاصّة التبديلية للجمع

$$p + q = q + p ; \forall p, q \in \mathbb{H}$$

(vi) الخاصّة التجميعية للجمع

$$p + (q + r) = (p + q) + r ; \forall p, q, r \in \mathbb{H}$$

(vii) توزيع الضرب على الجمع

$$p(q + r) = pq + pr , (q + r)p = qp + rp ; \forall p, q, r \in \mathbb{H}$$

(viii) الخاصّة التجميعية للضرب

$$(pq)r = p(qr) ; \forall p, q, r \in \mathbb{H}$$

على الرغم من أن الجمع تبديلي، إلا أنّ الضرب غير كذلك، فمثلاً، $ij = k$ بينما $ji = -k$. ولذلك في الحالة العامّة، pq لا يساوي qp .

تعريف 5 حيادي الجمع وحيادي الضرب

من الواضح أنّ العدد فوق العقدي $0_{\mathbb{H}} := 0 + 0i + 0j + 0k$ هو العنصر الحيادي بالنسبة للجمع، ويسمّى حيادي الجمع. والعدد فوق العقدي $1 + 0i + 0j + 0k = 1_{\mathbb{H}}$ هو حيادي الضرب. هذا يعني أنّ أيّ عدد فوق عقدي يُجمَع لـ $0_{\mathbb{H}}$ أو يُضرب بـ $1_{\mathbb{H}}$ سيبقى كما هو. يمكننا من خلال ذلك تعريف النظير الجمعي للعدد p على أنّه $-p$. أمّا النظير الضربي فيحتاج مزيداً من التفصيل. حيث أنّ الأعداد فوق العقديّة تشكّل جبر قسمة غير تبديلي، وهو الحقل التخالفي⁷ □.

تعريف 6 مرافق العدد فوق العقدي

يرتبط العدد فوق العقدي $p := a + bi + cj + dk$ بالعدد $\bar{p} := p_0 - \mathbf{p} = a - bi - cj - dk$ من خلال عكس إشارات الجزء المتجهي لـ p ، نسمّي العدد \bar{p} مرافق العدد فوق العقدي p .

خواص دالة المرافق:

من أجل كلّ $p, q \in \mathbb{H}$ و $\lambda \in \mathbb{R}$ ، تمتلك الدالة $p \mapsto \bar{p}$ الخصائص الآتية:

$$\overline{p \pm q} = \bar{p} \pm \bar{q} \quad (\text{i})$$

$$\overline{\bar{p}} = p \quad (\text{ii})$$

$$\overline{\lambda p} = \lambda \bar{p} \quad (\text{iii})$$

$$\overline{pq} = \bar{q} \bar{p} \quad (\text{iv})$$

$$p \in \mathbb{R} \Leftrightarrow p = \bar{p} \quad (\text{v})$$

$$p \text{ عدد فوق عقدي صرف إذا وفقط إذا كان } p = -\bar{p} \quad (\text{vi})$$

نلاحظ من تعريف جمع وضرب الأعداد فوق العقديّة أنّ جمع أو ضرب عدد فوق عقدي

بمرافقه هو عدد حقيقي، فإذا كان $p = a + bi + cj + dk$ فإن:

$$p + \bar{p} = (a + bi + cj + dk) + (a - bi - cj - dk) = 2a$$

⁷ الحقل التخالفي هو بنية جبرية تحقّق جميع خواص الحقل ماعدا الخاصية التبديلية.

$$p \bar{p} = (a + bi + cj + dk)(a - bi - cj - dk) = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

كما أن الفرق بين العدد فوق العقدي ومرافقه هو عدد فوق عقدي صرف:

$$p - \bar{p} = (a + bi + cj + dk) - (a - bi - cj - dk) \\ = 2bi + 2cj + 2dk$$

يمكن تعميم الخاصتين الأولى والرابعة إلى ثلاثة أعداد فوق عقدية أو أكثر، أي أن:

$$\overline{p_1 \pm p_2 \pm \dots \pm p_n} = \bar{p}_1 \pm \bar{p}_2 \pm \dots \pm \bar{p}_n$$

وأيضاً $\overline{p_1 p_2 p_3} = \bar{p}_3 \bar{p}_2 \bar{p}_1$ وبشكلٍ عام:

$$\overline{p_1 p_2 \dots p_{n-1} p_n} = \bar{p}_n \bar{p}_{n-1} \dots \bar{p}_2 \bar{p}_1$$

الخلاصة: إن مرافق مجموع (فرق) أعداد فوق عقدية هو مجموع (فرق) مرافقات هذه الأعداد. وأيضاً مرافق جداء أعداد فوق عقدية هو جداء مرافقات هذه الأعداد ولكن بترتيبٍ معاكسٍ.

تعريف 7 طولية العدد فوق العقدي

يرتبط بكل عدد فوق عقدي عدد حقيقي غير سالب، والذي سنعرّفه بأنه القيمة المطلقة أو طولية العدد فوق العقدي $p = a + bi + cj + dk$ ونرمز له بـ $|p|$ وهذا الرمز مطابق لرمز الطول الإقليدي في \mathbb{R}^4 ، وبالتالي طولية العدد p تمثل المسافة بين نقطة الأصل و النقطة (a, b, c, d) . تعطى طولية العدد p بالشكل:

$$p := \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$$

إذا كان $|p| = 1$ فإننا نسمي العدد p عدداً فوق عقدي واحدٍ.

تعريف 8 المعكوس الضربي للعدد فوق العقدي

هو العدد فوق العقدي الذي ناتج ضربه بـ p من اليمين أو من اليسار هو $1_{\mathbb{H}}$. أي أنه من أجل $p \neq 0_{\mathbb{H}}$ يوجد عدد فوق عقدي وحيد p^{-1} يحقق:

$$pp^{-1} = p^{-1}p = 1_{\mathbb{H}}$$

إنّ المعكوس الضربي للعدد فوق العقديّ الواحدي هو مرافقه.

خواصّ الطويلة والمعكوس الضربي:

$$p\bar{p} = \bar{p}p = |p|^2 \quad (\text{i})$$

$$p^{-1} = \frac{\bar{p}}{|p|^2}, \quad p \neq 0_{\mathbb{H}} \quad (\text{ii})$$

$$|pq| = |p||q| \quad (\text{iii})$$

$$|\bar{p}| = |-p| = |p| \quad (\text{iv})$$

$$(pq)^{-1} = q^{-1}p^{-1}, \quad pq \neq 0_{\mathbb{H}} \quad (\text{v})$$

تعريف 9 قسمة الأعداد فوق العقديّة

تتعلّق القسمة بمفهوم المعكوس الضربي للأعداد فوق العقديّة، ونظراً لأنّ الضرب غير تبديلي، فإنّه يمكننا أن نعرّف قسمة عددين فوق عقديين p و q بطريقتين. إمّا pq^{-1} أو $q^{-1}p$. ولذلك لن نستطيع استخدام الرمز $\frac{p}{q}$ لأنّه لن يحدّد فيما إذا كنّا نقسم على q من اليمين أو من اليسار. لذلك نكتب $pq^{-1} = \frac{p\bar{q}}{|q|^2}$ وتسمّى قسمة من اليمين، و $q^{-1}p = \frac{\bar{q}p}{|q|^2}$ وتسمّى قسمة من اليسار. من المهم أن نلاحظ أنه إذا كان p و q عددين فوق عقديين صرفين، عندئذ pq^{-1} هو مرافق $q^{-1}p$.

تعريف 10 إشارة العدد فوق العقدي

إنّ إشارة العدد فوق العقدي تعطينا عدداً فوق عقدي واحد، ونرمز لها بـ $\text{sgn}(p)$ وتعطى بالشكل:

$$\text{sgn}(p) = \frac{p}{|p|}$$

تعريف 11 الدالة الأسية الطبيعية فوق العقديّة

تعرف الدالة الأسية الطبيعية فوق العقديّة بالشكل:

$$e^p := e^{p_0}(\cos|p| + \text{sgn}(p) \sin|p|)$$

حيث العدد e ثابت رياضي وهو أساس اللوغاريتم الطبيعي ويعرف باسم عدد أولر

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

تعريف 12 الدالة اللوغاريتمية الطبيعية فوق العقدية

تعرف الدالة اللوغاريتمية الطبيعية فوق العقدية بالشكل:

$$\ln(p) := \ln|p| + \operatorname{sgn}(p)\operatorname{arg}(p)$$

تعريف 13 دالة الجيب المثلثي فوق العقدية

تُعرف دالة الجيب المثلثي بالشكل الآتي:

$$\sin(p) := \begin{cases} -\frac{1}{2}\operatorname{sgn}(p)(e^{p\operatorname{sgn}(p)} - e^{-p\operatorname{sgn}(p)}) & , |p| \neq 0 \\ \sin(p_0) & , |p| = 0 \end{cases}$$

تعريف 14 دالة جيب التمام المثلثي فوق العقدية

تُعرف دالة جيب التمام المثلثي بالشكل الآتي:

$$\cos(p) := \begin{cases} \frac{1}{2}(e^{p\operatorname{sgn}(p)} + e^{-p\operatorname{sgn}(p)}) & , |p| \neq 0 \\ \cos(p_0) & , |p| = 0 \end{cases}$$

2.3. دراسة قابلية المفاضلة فوق العقدية

منذ بداية القرن الماضي، كانت هناك محاولات عديدة لتعريف فئة من الدوال ذات القيمة فوق العقدية بمتغير فوق عقدي واحد تلعب الدور نفسه الذي تلعبه الدوال الهولومورفية بمتغير عقدي واحد.

إن التعريف القياسي للمشتق يتطلب دراسة سلوك المقدار $h^{-1}[g(x+h) - g(x)]$ حيث $g: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

عندما $h \rightarrow 0$. وكما نعلم أن الضرب تبديلي في \mathbb{C} ، أي أن:

$$h^{-1}[g(x+h) - g(x)] = [g(x+h) - g(x)]h^{-1}$$

وبالتالي يمكننا إيجاد g بسهولة ودون أي التباس. أما بالنسبة للدالة $g: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ ، فإن العلاقة

السابقة ليس بالضرورة أن تكون محققة من أجل أي $h \in \mathbb{H}$ ، لأنه كما نعلم الضرب غير تبديلي في \mathbb{H} .

ولمعالجة ذلك فإننا سندرس نهايتين، الأولى من اليسار والأخرى من اليمين، ومن ثم نعرف قابلية المفاضلة من جانبٍ واحدٍ. [2]

تعريف 15 قابلية المفاضلة فوق العقدية من جانب واحدٍ [2]

لتكن $f: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ دالة ذات قيمة فوق عقدية بمتغيرٍ فوق عقدي، عندئذٍ:

1. يقال عن f إنها قابلة للمفاضلة فوق العقدية من اليسار إذا وجدت النهاية:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \{h^{-1}[f(q+h) - f(q)]\}$$

وعندئذٍ نرسم لهذه النهاية بـ df_l / dq أو $\cdot f_l$.

2. يقال عن f إنها قابلة للمفاضلة فوق العقدية من اليمين إذا وجدت النهاية:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \{[f(q+h) - f(q)]h^{-1}\}$$

وعندئذٍ نرسم لهذه النهاية بـ df_r / dq أو $\cdot f_r$.

مثال 1 [2]

التطبيق المطابق $I_{\mathbb{H}}: q \rightarrow q$ هو دالة قابلة للمفاضلة فوق العقدية من اليسار:

حيث لدينا $I_{\mathbb{H}}(q) = q$ و $I_{\mathbb{H}}(q+h) = q+h$ وبالتالي:

$$\lim_{h \rightarrow 0} h^{-1}[I_{\mathbb{H}}(q+h) - I_{\mathbb{H}}(q)] = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-1}(q+h-q) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-1}h = 1$$

أي أنّ $d(I_{\mathbb{H}})_l / dq = 1$ أو $(I_{\mathbb{H}})_l = 1$.

وبالمثل نجد أن التطبيق المطابق قابل للمفاضلة فوق العقدية من اليمين ويكون

$$d(I_{\mathbb{H}})_r / dq = 1 \text{ أو } (I_{\mathbb{H}})_r = 1.$$

مثال 2 [2]

لتكن الدالة $f(q) = q^2$. ولنرى فيما إذا كانت قابلة للمفاضلة أم لا.

لنحسب أولاً:

$$f(q+h) = (q+h)^2 = (q+h)(q+h) = q^2 + qh + hq + h^2$$

حيث هنا ترتيب المضاريب هام.

وبالتالي:

$$\begin{aligned} h^{-1}[f(q+h) - f(q)] &= h^{-1}(q^2 + qh + hq + h^2 - q^2) \\ &= h^{-1}(qh + hq + h^2) = h^{-1}qh + q + h \end{aligned}$$

ولأن \mathbb{H} غير تبديلي، فإنه لا يمكننا اختصار المقدار السابق أكثر من ذلك.

نلاحظ أن $\lim_{h \rightarrow 0} \{h^{-1}[f(q+h) - f(q)]\}$ غير موجودة.

وسنحصل على النتيجة نفسها إذا درسنا قابلية المفاضلة من اليمين.

مبرهنة 1 [2]

لتكن الدالة f معرفة وقابلة للمفاضلة فوق العقدية من اليسار على المجموعة المفتوحة والمتصلة $U \subset \mathbb{H}$. عندئذٍ فإن f تمتلك الشكل الآتي على U :

$$f(q) = a + qb \quad ; \quad a, b \in \mathbb{H}, \quad q = x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$$

إذاً أشكال الدوال التي تكون قابلة للمفاضلة حسب التعريف السابق هي:

$$f(q) = a + qb \quad ; \quad a, b \in \mathbb{H}$$

حيث $q = x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$.

فمثلاً، إذا درسنا الدالة $f(q) = (x_0 + ix_1)^2$:

$$\begin{aligned} f(q) &= (x_0 + ix_1)^2 = (x_0 + ix_1)(x_0 + ix_1) \\ &= x_0^2 + ix_0x_1 + ix_0x_2 - x_1^2 \\ &= x_0^2 + 2ix_0x_1 - x_1^2 = \underbrace{x_0^2 - x_1^2}_a + \underbrace{2ix_0x_2}_{\substack{q \\ b}} \end{aligned}$$

نجد أنّ هذه الدالة تنتمي لأسرة الدوال القابلة للمفاضلة.

نتيجة 1: الدوال الأسية واللوغاريتمية والمثلثية غير قابلة للمفاضلة حسب التعريف السابق.

تعريف 16 تعريف آخر لقابلية المفاضلة فوق العقدية

تكون الدالة $f: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ قابلة للمفاضلة فوق العقدية إذا تحقق:

$$\left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] f(q) = 0$$

حيث $q = x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$

مثال 3

لندرس الدالة $f(q) = q$:

$$\begin{aligned} & \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} \right. \\ & \quad \left. + x_3 \partial_{x_3}) \right] q \\ = & \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] (x_0 + ix_1 \\ & \quad + jx_2 + kx_3) \\ = & 1 + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} ix_1 + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} jx_2 \\ & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} kx_3 \\ = & 1 + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (ix_1 + jx_2 + kx_3) \\ = & 1 + \frac{(ix_1 + jx_2 + kx_3)^2}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = 1 + \frac{\mathbf{q}^2}{|\mathbf{q}|^2} \\ = & 1 + (-1) = 0 \end{aligned}$$

وبالتالي الدالة $f(q) = q$ قابلة للمفاضلة.

نتيجة 2: إن ضرب ثابت فوق عقدي من اليسار بدالة قابلة للمفاضلة فوق العقدية لا

يعطينا بالضرورة دالة قابلة للمفاضلة فوق عقدية، والمثال الآتي يثبت ذلك:

$$iq = i(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) = -x_1 + ix_0 - jx_3 + kx_2$$

وبتطبيق المؤثر السابق عليه نجد أن:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(iq) &= \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] (-x_1 \\ & \quad + ix_0 - jx_3 + kx_2) \\ &= i + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} ((-x_1 - x_3j + x_2k)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= i + \frac{-i(x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) - 2jx_1x_2 - 2kx_1x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\
 &= \frac{i(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - i(x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) - 2jx_1x_2 - 2kx_1x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\
 &= \frac{2i(x_2^2 + x_3^2) - 2jx_1x_2 - 2kx_1x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \neq 0
 \end{aligned}$$

وبالتالي الدالة $f(q) = iq$ غير قابلة للمفاضلة.

مثال 4

لنرى الدالة $f(q) = q^2$ فيما إذا كانت قابلة للمفاضلة وفق التعريف السابق:

$$\begin{aligned}
 &\left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1\partial_{x_1} + x_2\partial_{x_2} + x_3\partial_{x_3}) \right] q^2 \\
 &= \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1\partial_{x_1} + x_2\partial_{x_2} + x_3\partial_{x_3}) \right] (x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 2ix_0x_1 + 2jx_0x_2 + 2kx_0x_3) \\
 &= 2x_0 - 2\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_1^2 - 2\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_2^2 - 2\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_3^2 \\
 &\quad + 2ix_1 + 2i\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_0x_1 + 2jx_2 + 2j\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_0x_2 + 2kx_3 + 2k\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_0x_3 \\
 &= 2(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) - 2\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2 \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_0 (ix_1 + jx_2 \\
 & \quad + kx_3) \\
 & = 2(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) - 2(ix_1 + jx_2 + kx_3) \\
 & \quad + 2 \frac{(ix_1 + jx_2 + kx_3)^2}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} x_0 \\
 & = 2(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) - 2(ix_1 + jx_2 + kx_3) - 2x_0 \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

وبالتالي الدالة $f(q) = q^2$ قابلة للمفاضلة حسب التعريف السابق.

نتيجة 3: قاعدة اشتقاق جداء دالتين

لتكن $f(q)$ و $g(q)$ دالتين فوق عقديتين تمتلكان مشتقات جزئية حقيقية، عندئذٍ:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(fg) &= \left[\partial_{x_0} \right. \\
 & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} \\
 & \quad \left. + x_3 \partial_{x_3}) \right] (fg) \\
 &= \partial_{x_0} (fg) \\
 & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} (fg) + x_2 \partial_{x_2} (fg) \\
 & \quad + x_3 \partial_{x_3} (fg)) \\
 &= (\partial_{x_0} f)g + f(\partial_{x_0} g) \\
 & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \{x_1 [(\partial_{x_1} f)g + f(\partial_{x_1} g)] \\
 & \quad + x_2 [(\partial_{x_2} f)g + f(\partial_{x_2} g)] \\
 & \quad + x_3 [(\partial_{x_3} f)g + f(\partial_{x_3} g)]\} \\
 &= (\partial_{x_0} f)g \\
 & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} [x_1 (\partial_{x_1} f) + x_2 (\partial_{x_2} f) \\
 & \quad + x_3 (\partial_{x_3} f)]g
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +f(\partial_{x_0}g) \\
 & + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} f[x_1(\partial_{x_1}g) + x_2(\partial_{x_2}g) \\
 & + x_3(\partial_{x_3}g)] \\
 & = \mathcal{L}(f)g + f(\partial_{x_0}g) \\
 & + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} f[x_1(\partial_{x_1}g) + x_2(\partial_{x_2}g) + x_3(\partial_{x_3}g)]
 \end{aligned}$$

إذا قاعدة الاشتقاق المعروفة بأن مشتق جداء دالتين هو مشتق الدالة الأولى بالثانية + الدالة الأولى بمشتق الدالة الثانية غير محققة في التحليل فوق العقدي وبالنسبة لهذا التعريف.

سنستخدم القاعدة التي توصلنا لها في إثبات أن الدالة $f(q) = q^n$ قابلة للمفاضلة فوق العقديّة.

مثال 5

لنرى فيما إذا كانت الدالة $f(q) = q^n$ قابلة للمفاضلة أم لا.
 باستخدام الاستقراء الرياضي:

من أجل $n = 1$ لدينا $f(q) = q$ قابلة للمفاضلة. أي أن:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(q) = 0 & \Rightarrow \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1\partial_{x_1} + x_2\partial_{x_2} + x_3\partial_{x_3}) \right] q \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

والآن لنفرض أن الدالة $f(q) = q^{n-1}$ قابلة للمفاضلة. أي نفرض أن:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(q^{n-1}) = 0 & \Rightarrow \left[\partial_{x_0} \right. \\
 & \left. + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1\partial_{x_1} + x_2\partial_{x_2} + x_3\partial_{x_3}) \right] q^{n-1} \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

ولنثبت أن $f(q) = q^n$ قابلة للمفاضلة. أي لنثبت أن:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q^n) = 0 &\Rightarrow \left[\partial_{x_0} \right. \\ &+ \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \left. \right] q^n \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

لدينا $q^n = qq^{n-1}$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q^n) &= \mathcal{L}(qq^{n-1}) \\ &= \mathcal{L}(q)q^{n-1} + q(\partial_{x_0} q^{n-1}) \\ &+ \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} q [x_1(\partial_{x_1} q^{n-1}) + x_2(\partial_{x_2} q^{n-1}) \\ &+ x_3(\partial_{x_3} q^{n-1})] \\ &= q(\partial_{x_0} q^{n-1}) \\ &+ \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) [x_1(\partial_{x_1} q^{n-1}) \\ &+ x_2(\partial_{x_2} q^{n-1}) + x_3(\partial_{x_3} q^{n-1})] \\ &= q(\partial_{x_0} q^{n-1}) \\ &+ \left[\frac{x_0(ix_1 + jx_2 + kx_3)}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} - 1 \right] [x_1(\partial_{x_1} q^{n-1}) \\ &+ x_2(\partial_{x_2} q^{n-1}) + x_3(\partial_{x_3} q^{n-1})] \end{aligned}$$

ولكن لدينا:

$$\begin{aligned} &\left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] q^{n-1} = 0 \\ \Rightarrow -\partial_{x_0} q^{n-1} &= \left[\frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] q^{n-1} \end{aligned}$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q^n) &= q(\partial_{x_0} q^{n-1}) - x_0 \partial_{x_0} q^{n-1} \\ &- [x_1(\partial_{x_1} q^{n-1}) + x_2(\partial_{x_2} q^{n-1}) + x_3(\partial_{x_3} q^{n-1})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (ix_1 + jx_2 + kx_3)(\partial_{x_0} q^{n-1}) \\
 &\quad - [x_1(\partial_{x_1} q^{n-1}) + x_2(\partial_{x_2} q^{n-1}) + x_3(\partial_{x_3} q^{n-1})] \\
 &= (ix_1 + jx_2 + kx_3) \left\{ (\partial_{x_0} q^{n-1}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} [x_1(\partial_{x_1} q^{n-1}) + x_2(\partial_{x_2} q^{n-1}) \right. \\
 &\quad \left. + x_3(\partial_{x_3} q^{n-1})] \right\} \\
 &= (ix_1 + jx_2 + kx_3)\mathcal{L}(q^{n-1}) = 0
 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن العلاقة (2) محققة والدالة $f(q) = q^n$ قابلة للمفاضلة.

نتيجة 4: كثيرات الحدود فوق العقدية التي من الشكل:

$$\sum_{n=1}^k q^n c_n ; c_n \in \mathbb{H}$$

هي دوال قابلة للمفاضلة حسب التعريف السابق.

مثال 6 الدالة الأسية

$$\begin{aligned}
 &\left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] [e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3}] \\
 &= e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\
 &\quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 i e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} + x_2 j e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\
 &\quad \quad + x_3 k e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3}) \\
 &= e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\
 &\quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 i + x_2 j \\
 &\quad \quad + x_3 k) e^{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\
 &= (1 + \text{sgn}(\mathbf{q})\mathbf{q})e^q \neq 0
 \end{aligned}$$

وبالتالي الدالة الأسية غير قابلة للمفاضلة.

مثال 7 الدالة اللوغاريتمية

$$\begin{aligned} & \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] \ln(x_0 + ix_1 \\ & \quad + jx_2 + kx_3) \\ &= \frac{1}{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\ & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \left(x_1 \frac{i}{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \right. \\ & \quad \quad + x_2 \frac{j}{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\ & \quad \quad \left. + x_3 \frac{k}{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \right) \\ &= \frac{1}{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\ & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 i + x_2 j \\ & \quad + x_3 k) \frac{1}{x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3} \\ &= (1 + \text{sgn}(\mathbf{q})\mathbf{q}) \frac{1}{q} \neq 0 \end{aligned}$$

وبالتالي الدالة اللوغاريتمية غير قابلة للمفاضلة.

مثال 8 دالة الجيب المثلثي

$$\begin{aligned} & \left[\partial_{x_0} + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} (x_1 \partial_{x_1} + x_2 \partial_{x_2} + x_3 \partial_{x_3}) \right] \sin(x_0 + ix_1 \\ & \quad + jx_2 + kx_3) \\ &= \cos(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) \\ & \quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} [x_1 i \cos(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) \\ & \quad \quad + x_2 j \cos(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) \\ & \quad \quad + x_3 k \cos(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \cos(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) \\
 &\quad + \frac{ix_1 + jx_2 + kx_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} [x_1i + x_2j + x_3k] \cos(x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3) \\
 &= (1 + \operatorname{sgn}(\mathbf{q})\mathbf{q}) \cos(q) \neq 0
 \end{aligned}$$

وبالتالي دالة الجيب المثلثي غير قابلة للمفاضلة حسب التعريف السابق.

3.3. الدوال النظامية [2]

إن أول محاولة ناجحة لدراسة سلوك الدوال التحليلية $f: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ كانت في عام 1935، عندما عرّف عالم الرياضيات السويسري رودولف فيوتر Rudolph Fueter ما يسمّى بالدوال النظامية من خلال معادلات كوشي ريمان المعممة. ترك فيوتر المجال لكثير من العلماء لاقتراح العديد من التعريفات البديلة. أكثر هذه التعريفات شيوعاً يرجع إلى كولين Cullen. ([4],[3])

تعريف 17 مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر اليساري $\bar{\partial}_l$

$$\bar{\partial}_l = \frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d}$$

تعريف 18 مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر اليميني $\bar{\partial}_r$

$$\bar{\partial}_r = \frac{\partial}{\partial a} + \frac{\partial}{\partial b} i + \frac{\partial}{\partial c} j + \frac{\partial}{\partial d} k$$

تعريف 19 مؤثر كولين التفاضلي ∂_c

$$\partial_c = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\operatorname{Im}(q)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

حيث $q = t + ix + jy + kz$ و $\operatorname{Im}(q) = ix + jy + kz$ و $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

تعريف 20 الدالة النظامية من اليسار حسب مفهوم فيوتر عند نقطة

تكون $f: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ نظامية من اليسار عند $q \in \mathbb{H}$ إذا وفقط إذا كان $\bar{\partial}_l f(q) = 0$.

تعريف 21 الدالة النظامية من اليمين حسب مفهوم فيوتر عند نقطة

تكون $f: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ نظامية من اليمين عند $q \in \mathbb{H}$ إذا وفقط إذا كان $f(q)\bar{\partial}_r = 0$.

تعريف 22 الدالة النظامية حسب كولين عند نقطة

تكون $f: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ نظامية حسب كولين عند $q \in \mathbb{H}$ إذا وفقط إذا كان $\partial_c f(q) = 0$.

تعريف 23 تعريف مكافئ للدالة النظامية حسب كولين

ليكن Ω نطاقاً في فضاء الأعداد فوق العقدية \mathbb{H} ، أي هو مجموعة جزئية متصلة ومفتوحة من:

$$\mathbb{H} = \mathbb{R} + i\mathbb{R} + j\mathbb{R} + k\mathbb{R}$$

ولتكن:

$$\mathbb{S} = \{q \in \mathbb{H} ; q^2 = -1\}$$

ترمز إلى الـ 2-كرة من الوحدات التخيلية فوق العقدية، نعرف مفهوم الدالة النظامية كالتالي.

لتكن f دالة ذات قيمة فوق عقدية معرفة على النطاق Ω . من أجل كل $I \in \mathbb{S}$ ، ليكن

$\Omega_I = \Omega \cap L_I$ وليكن $f_I = f|_{\Omega_I}$ مقصور f على Ω_I . عندئذٍ يقال عن المقصور f_I

إنه هولومورفي إذا امتلك مشتقات جزئية مستمرة، وكان:

$$\bar{\partial}_I f(x + yI) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + I \frac{\partial}{\partial y} \right) f_I(x + yI) \equiv 0$$

ويقال عن f إنها نظامية، إذا كان f_I هولومورفياً من أجل كل $I \in \mathbb{S}$.

مثال 9

- التطبيق المطابق $q \mapsto q$ هو دالة نظامية حسب كولين في \mathbb{H} ، ولكنه ليس كذلك حسب فيوتر.
- كل كثير حدود من الشكل $a_0 + qa_1 + \dots + q^n a_n$ حيث $a_l \in \mathbb{H}$ من أجل كل l هو دالة نظامية حسب كولين في \mathbb{H} .

تعريف 24 الـ-مشتق

لتكن $f : \Omega \rightarrow \mathbb{H}$ دالة نظامية. من أجل كل $I \in \mathbb{S}$ ، يُعرّف الـ-مشتق على Ω_I بالشكل الآتي:

$$\partial_I f(x + yI) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - I \frac{\partial}{\partial y} \right) f_I(x + yI)$$

تعريف 25 مشتق الشريحة

إن مشتق الشريحة لـ f هو الدالة:

$$\hat{f} = \partial_c f : \Omega \rightarrow \mathbb{H}$$

المعرّفة من خلال $\partial_I f$ على Ω_I ، من أجل كل $I \in \mathbb{S}$.

ملاحظة 1: من أجل أية دالة نظامية حسب كولين $f : \Omega \rightarrow \mathbb{H}$ ، يكون مشتق الشريحة \hat{f} دالة نظامية في Ω أيضاً.

وبالتالي بتكرار عملية الاشتقاق نصل إلى المشتق النوني $f^{(n)} = \frac{\partial^n f}{\partial q^n}$ لكل $n \in \mathbb{N}$ وعندها سيكون هذا المشتق دالةً نظاميةً أيضاً.

4.3. دراسة نظامية الدالة الأسية الطبيعية فوق العقديّة

لنطبق مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر اليساري على الدالة الأسية الطبيعية فوق العقديّة:

$$\bar{\partial}_I e^p = \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) e^{a+bi+cj+dk}$$

$$= e^{a+bi+cj+dk} - e^{a+bi+cj+dk} - e^{a+bi+cj+dk} - e^{a+bi+cj+dk}$$

$$= -2e^{a+bi+cj+dk} \neq 0$$

وبالتالي فإن الدالة الأسية الطبيعية فوق العقديّة غير نظامية حسب فيوتر.

5.3. دراسة نظامية الدالة اللوغاريتمية الطبيعية فوق العقديّة

بتطبيق مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر اليساري نجد:

$$\begin{aligned} \bar{\partial}_l \ln(p) &= \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) (\ln|p| + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \arg(p)) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) \left(\ln \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \arg(p) \right) \\ &= \frac{a}{|p|} + i \frac{b}{|p|} + i \arg(p) \frac{i|p| - \mathbf{p}}{|p|^2} + j \frac{c}{|p|} + j \arg(p) \frac{j|p| - \mathbf{p}}{|p|^2} \\ &\quad + k \frac{d}{|p|} \\ &\quad + k \arg(p) \frac{k|p| - \mathbf{p}}{|p|^2} \\ &= \frac{a + ib + jc + kd}{|p|} \\ &\quad + [i(i|p|^2 - \mathbf{p}b) + j(j|p|^2 - \mathbf{p}c) \\ &\quad + k(k|p|^2 - \mathbf{p}d)] \frac{\arg(p)}{|p|^3} \\ &= \frac{p}{|p|} + (-|p|^2 - i\mathbf{p}b - |p|^2 - j\mathbf{p}c - |p|^2 \\ &\quad - k\mathbf{p}d) \frac{\arg(p)}{|p|^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{p}{|p|} + [-3|p|^2 - (ib + jc + kd)\mathbf{p}] \frac{\arg(p)}{|p|^3} \\
 &= \frac{p}{|p|} + (-3|p|^2 - \mathbf{p}^2) \frac{\arg(p)}{|p|^3} \\
 &= \frac{p}{|p|} + (-3 + 1) \frac{\arg(p)}{|p|} = \frac{p}{|p|} - 2 \frac{\arg(p)}{|p|} \\
 &\neq 0
 \end{aligned}$$

حيث لدينا $\arg(p) = \text{constans}$

وبالتالي الدالة اللوغاريتمية الطبيعية فوق العقدية غير نظامية حسب مفهوم فيوتر.

6.3. دراسة نظامية دالة الجيب المثلثي فوق العقدية

بتطبيق مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر اليساري نجد:

$$\begin{aligned}
 \bar{\partial}_l \sin(p) &= \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) \left[-\frac{1}{2} \text{sgn}(\mathbf{p}) (e^{p \text{sgn}(\mathbf{p})} - e^{-p \text{sgn}(\mathbf{p})}) \right] \\
 &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) (\text{sgn}(\mathbf{p}) e^{p \text{sgn}(\mathbf{p})}) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) (\text{sgn}(\mathbf{p}) e^{-p \text{sgn}(\mathbf{p})})
 \end{aligned}$$

لنحسب الحد الأول بدون الثابت:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) (\text{sgn}(\mathbf{p}) e^{p \text{sgn}(\mathbf{p})}) \\
 &= \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) \left(\frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \right)
 \end{aligned}$$

لنوجد المشتقات:

$$\left(\frac{\partial}{\partial a} \right) \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \left(i \frac{\partial}{\partial b} \right) \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \\
 &= i \frac{i\sqrt{b^2 + c^2 + d^2} - (bi + cj + dk) \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}}{b^2 + c^2 + d^2} \\
 &= i \frac{i|\mathbf{p}| - \mathbf{p} \frac{b}{|\mathbf{p}|}}{|\mathbf{p}|^2} = \frac{-|\mathbf{p}| - ib \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \\
 & \left(j \frac{\partial}{\partial c} \right) \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \\
 &= j \frac{j\sqrt{b^2 + c^2 + d^2} - (bi + cj + dk) \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}}{b^2 + c^2 + d^2} \\
 &= j \frac{j|\mathbf{p}| - \mathbf{p} \frac{c}{|\mathbf{p}|}}{|\mathbf{p}|^2} = \frac{-|\mathbf{p}| - jc \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \\
 & \left(k \frac{\partial}{\partial d} \right) \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \\
 &= k \frac{k\sqrt{b^2 + c^2 + d^2} - (bi + cj + dk) \frac{d}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}}{b^2 + c^2 + d^2} \\
 &= k \frac{k|\mathbf{p}| - \mathbf{p} \frac{d}{|\mathbf{p}|}}{|\mathbf{p}|^2} = \frac{-|\mathbf{p}| - kd \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial}{\partial a} \right) e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) e^{p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial b} \right) e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[(a + bi + cj + dk) \frac{-|\mathbf{p}| - ib\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \right] e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[p \frac{-|\mathbf{p}| - ib\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} - \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &\left(j \frac{\partial}{\partial c} \right) e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[(a + bi + cj + dk) \frac{-|\mathbf{p}| - jc\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \right] e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[p \frac{-|\mathbf{p}| - jc\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} - \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &\left(k \frac{\partial}{\partial d} \right) e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[(a + bi + cj + dk) \frac{-|\mathbf{p}| - kd\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \right] e^{(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[p \frac{-|\mathbf{p}| - kd\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} - \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_1 = -e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})}$$

$$\begin{aligned}
 &-\text{sgn}(\mathbf{p}) \left[p \frac{|\mathbf{p}| + ib\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &\quad - \frac{|\mathbf{p}| + ib\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &-\text{sgn}(\mathbf{p}) \left[p \frac{|\mathbf{p}| + jc\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &\quad - \frac{|\mathbf{p}| + jc\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \left[p \frac{|\mathbf{p}| + kd\operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \quad - \frac{|\mathbf{p}| + kd\operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} e^{p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 = & \left\{ -1 - \frac{\operatorname{sgn}(\mathbf{p})p}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + ib\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) + jc\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) + kd\operatorname{sgn}(\mathbf{p})] + 3 \right. \\
 & \quad - \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + ib\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) + jc\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \\
 & \quad \left. + kd\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right\} e^{p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 = & \left\{ 2 - \frac{\operatorname{sgn}(\mathbf{p})p}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

والآن لنحسب الحد الثاني بدون الثابت:

$$\begin{aligned}
 I_2 & = \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) (\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) e^{-p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})}) \\
 & = \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} \right. \\
 & \quad \left. + k \frac{\partial}{\partial d} \right) \left(\frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \right)
 \end{aligned}$$

لنوجد المشتقات:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial}{\partial a} \right) e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 & = - \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 & = -\operatorname{sgn}(\mathbf{p}) e^{-p\operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \left(i \frac{\partial}{\partial b} \right) e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[(a + bi + cj + dk) \frac{|\mathbf{p}| + ib \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \right] e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[p \frac{|\mathbf{p}| + ib \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &\left(j \frac{\partial}{\partial c} \right) e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[(a + bi + cj + dk) \frac{|\mathbf{p}| + jc \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \right] e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[p \frac{|\mathbf{p}| + jc \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 &\left(k \frac{\partial}{\partial d} \right) e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[(a + bi + cj + dk) \frac{|\mathbf{p}| + kd \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{bi + cj + dk}{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}} \right] e^{-(a+bi+cj+dk) \frac{bi+cj+dk}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}} \\
 &= \left[p \frac{|\mathbf{p}| + kd \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_2 = e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}$$

$$\begin{aligned}
 & + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \left[p \frac{|\mathbf{p}| + i \operatorname{bsgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \quad - \frac{|\mathbf{p}| + i \operatorname{bsgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \left[p \frac{|\mathbf{p}| + j \operatorname{csgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \quad - \frac{|\mathbf{p}| + j \operatorname{csgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \left[p \frac{|\mathbf{p}| + k \operatorname{dsgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \quad - \frac{|\mathbf{p}| + k \operatorname{dsgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 = & \left\{ 1 + \frac{\operatorname{sgn}(\mathbf{p})p}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + i \operatorname{bsgn}(\mathbf{p}) + j \operatorname{csgn}(\mathbf{p}) + k \operatorname{dsgn}(\mathbf{p})] - 3 \right. \\
 & \quad - \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + i \operatorname{bsgn}(\mathbf{p}) + j \operatorname{csgn}(\mathbf{p}) \\
 & \quad \left. + k \operatorname{dsgn}(\mathbf{p}) \right\} e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})} \\
 = & \left\{ -2 + \frac{\operatorname{sgn}(\mathbf{p})p}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + \mathbf{p} \operatorname{sgn}(\mathbf{p})] \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + \mathbf{p} \operatorname{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{-p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned}
 \bar{\partial}_l \sin(p) &= -\frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2 \\
 &= -\frac{1}{2} \left\{ 2 - \frac{\operatorname{sgn}(\mathbf{p})p}{|\mathbf{p}|^2} (3|\mathbf{p}| + \mathbf{p} \operatorname{sgn}(\mathbf{p})) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} (3|\mathbf{p}| + \mathbf{p} \operatorname{sgn}(\mathbf{p})) \right\} e^{p \operatorname{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ -2 + \frac{\text{sgn}(\mathbf{p})p}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + \mathbf{p}\text{sgn}(\mathbf{p})] - \frac{1}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + \mathbf{p}\text{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})}$$

$\neq 0$

إذا دالة الجيب المثلثي فوق العقديّة غير نظامية حسب فيوتر.

7.3. دراسة نظامية دالة جيب التمام المثلثي فوق العقديّة

بتطبيق مؤثر كوشي-ريمان-فيوتر اليساري نجد:

$$\begin{aligned} \bar{\partial}_l \cos(p) &= \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) \left[\frac{1}{2} (e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} + e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})}) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial}{\partial b} + j \frac{\partial}{\partial c} + k \frac{\partial}{\partial d} \right) e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})} \end{aligned}$$

باستخدام المشتقات من الفقرة السابقة، نحسب الحد الأول بدون الثابت:

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{sgn}(\mathbf{p}) e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} + \left[p \frac{-|\mathbf{p}| - ib\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} - \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\ &\quad + \left[p \frac{-|\mathbf{p}| - jc\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} - \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\ &\quad + \left[p \frac{-|\mathbf{p}| - kd\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} - \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\ &= \left\{ -2\text{sgn}(\mathbf{p}) + \frac{p}{|\mathbf{p}|^2} [-3|\mathbf{p}| - (ib + jc + kd)\text{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\ &= \left\{ -2\text{sgn}(\mathbf{p}) + \frac{p}{|\mathbf{p}|^2} [-3|\mathbf{p}| - \mathbf{p}\text{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \end{aligned}$$

والآن نحسب الحد الثاني بدون الثابت:

$$I_2 = -\text{sgn}(\mathbf{p}) e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})} + \left[p \frac{|\mathbf{p}| + ib\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[p \frac{|\mathbf{p}| + jcs\text{gn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \quad + \left[p \frac{|\mathbf{p}| + kd\text{sgn}(\mathbf{p})}{|\mathbf{p}|^2} + \text{sgn}(\mathbf{p}) \right] e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & = \left\{ 2\text{sgn}(\mathbf{p}) + \frac{p}{|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + \mathbf{p}\text{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{-p\text{sgn}(\mathbf{p})}
 \end{aligned}$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned}
 \bar{d}_l \cos(p) &= \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2 \\
 &= \left\{ -\text{sgn}(\mathbf{p}) + \frac{p}{2|\mathbf{p}|^2} [-3|\mathbf{p}| - \mathbf{p}\text{sgn}(\mathbf{p})] \right\} e^{p\text{sgn}(\mathbf{p})} \\
 & \quad + \left\{ \text{sgn}(\mathbf{p}) + \frac{p}{2|\mathbf{p}|^2} [3|\mathbf{p}| + \mathbf{p}\text{sgn}(\mathbf{p})] \right\} \\
 & \neq 0
 \end{aligned}$$

إذا دالة جيب التمام المثلثي فوق العقدية غير نظامية حسب فيوتر.

4. الاستنتاجات والتوصيات

من خلال ما سبق نجد أنّ كثيرات الحدود فوق العقدية قابلة للمفاضلة حسب أحد تعريفى قابلية المفاضلة بينما هي غير كذلك بالنسبة للتعريف الآخر، كما أنها دوال نظامية حسب تعريف كولين. وأيضاً وجدنا أن الدالة الأسية والدالة اللوغاريتمية ودالة الجيب المثلثي وجيب التمام المثلثي فوق العقدية هي دوال غير نظامية حسب مفهوم فيوتر.

نوصي بدراسة نظامية تلك الدوال حسب مفهوم كولين والمقارنة بينهما. كما يمكن البحث عن طرق أخرى لتعريف الدوال النظامية ودراستها.

5. قائمة المراجع References

- [1]. MORAIS J, SPRÖßIG W, GEORGIEV S, 2014-Real Quaternionic Calculus Handbook. Springer Basel, New York, 222p.
- [2]. GENTILI G, STOPPATO C, STRUPPA D, 2013-Regular Functions of a Quaternionic Variable. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, 202p.
- [3]. AHLFORS L, 1979- Complex Analysis: An Introduction to the Theory of Analytic Functions of One Complex Variable. McGraw-Hill, 3rd edn. New York, 247p.
- [4]. BURNS D, KRANTZ S, 1994- Rigidity of holomorphic mappings and a new Schwarz lemma at the boundary. J. Am. Math. Soc. 7(3), (661-676).
- [5]. SUDBERY A, 1977- Quaternionic Analysis. Department of Mathematics University of York, Heslington, York, 44p.
- [6]. TAIT P, 1867- An Elementary Treatise on Quaternions. C.U.P., Cambridge, (1831-1901).
- [7]. JOLY C, 1905- A Manual of Quaternions. Macmillan, London, 343p.
- [8]. FUETET R, 1935- Die Funktionentheorie der Differentialgleichungen $\Delta u = 0$ und $\Delta\Delta u = 0$ mit vier reellen Variablen. Comment. math. Helv. 7, (307-330).

- [9]. FUETER R, 1936-ber die analytische Darstellung der regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen. Comment. math. Helv. **8**, (371-378).
- [10]. HAEFELI H, 1947- Hyperkomplexe Differentiale. Comment. math. Helv. **20**, (382-420).
- [11]. DEAVOURS C, 1973- The Quaternion Calculus. Amer. Math. Monthly **80**, (995-1008).

طريقة متجه تشيفر لأجل مسألة الوصف التقليدي (العام) لحالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب

الدكتورة: وعد سمير عطية *

waed.atteiah@wpu.edu.sy

ملخص البحث:

يتعلق البحث بالجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب، مركزي التناظر والمتجانس والمتماثل المناحي والمعين بخمسة ثوابت مادية، ضمن ما يسمى حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة والمناقش رياضياً من خلال الباحثين: البولندي نوفاتسكي [5]، والتركي: إرينغن [6]، والذي نرّمز له اختصاراً بالرمز (E-N:5). بدايةً تم مايلي:
أولاً: عرض النموذج الرياضي التقليدي للجسم المذكور، ثانياً: عرض النموذج الرياضي الإزاحي-الدوراني للجسم المدروس، ثالثاً: عرض طريقة متجه تشيفر لأجل مسألة القيم الحدية والإبتدائية، الإزاحية - الدورانية للجسم المدروس.
في البحث، عممنا طريقة متجه تشيفر إلى الشكل التقليدي (العام) للجسم الصلب المرن دقيق الإستقطاب (E-N:5)، ضمن حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالاته المرنة. بعدها أنهينا البحث بسرد عدد من المسائل للمناقشة.

الكلمات المفتاحية: طريقة متجه تشيفر - الجسم الصلب المرن دقيق الإستقطاب - حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالات المرنة.

* دكتوراة في الرياضيات التطبيقية، عضو هيئة تدريسية في الجامعة الوطنية الخاصة.

Schafer vector method for the general traditional mathematical model of the second axially symmetric state of the elastic strain of the micropolar elastic solid

Dr.Waad Samir Attiah [†]

waed.atteiah@wpu.edu.sy

Abstract

The paper relates to the mathematical model of the centro-symmetric, homogeneous, and isotropic micropolar elastic solid of 5 material constants in the second axially symmetric state of elastic strains, discussed by Nowacki [5] and with Erigen [6], and shortly called (E-N:5). First, we introduce the following:

- 1) The traditional model of such a body in frame of the second axially symmetric state of elastic strains.
 - 2) The displacement- rotation model of the above mentioned body.
 - 3) The Schafer vector method for the displacement – rotation initial-boundary value problem of the above mentioned micropolar elastic solid.
- In paper ,first we generalized the Schafer vector method to the traditional (general) description of the considerable body in the frame of the second axially symmetric state of elastic strains. Finally ,we end the paper by some problems for discussing .

Key words: Schafer vector method –The micropolar elastic solid – The second axially symmetric state of elastic strains.

[†] Applied Math. Doctor, Lecturer at AL Wataniya Private University.

1- مقدمة :

في [4] تمت مناقشة طريقة متجه تشيفر لحل مسائل القيم الحدية (التوازن) للجسم المرن دقيق الاستقطاب ضمن الحالتين المستويتين الأولى والثانية للانفعالات المرنة ، وضمن حالتي التناظر المحوري الأولى والثانية للانفعالات المرنة.

في [1] قام الباحث ديشليفيتش بمناقشة طريقة متجه تشيفر في حل مسائل القيم الحدية والابتدائية (التحريك) من نوع لامي للجسم الصلب المرن دقيق الإستقطاب، ضمن الحالتين المستويتين الأولى والثانية وكذلك ضمن حالتي التناظر المحوري الأولى والثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم.

2- هدف وأهمية البحث:

أ- يهدف البحث إلى تعميم طريقة متجه تشيفر إلى مسألة النموذج الرياضي التقليدي (العام) للجسم (E-N:5) ، ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم، بحيث تؤول المسألة الأساسية إلى مجموع مسألتين؛ الأولى معادلاتها أسهل من الأصلية، والثانية شروطها الحدية والابتدائية التي منشأها القوة، متجانسة (أي أنها أسهل من حيث الشروط الحدية والابتدائية).

ب- يمكن أن تملك نتائج البحث أهمية كبيرة كونها تعطي طريقة تسهل إيجاد الحل الناظم للسلوك الديناميكي للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم (أسطوانة حديدية، أو نحاسية أو فولاذية أو من الألمنيوم ... الخ)، الأمر الذي يملك أهمية في ميكانيك المواد (مخبر المواد).

3- طرق وأدوات البحث :

باستخدام نتائج البحث [1] سنعمم طريقة متجه شيفر إلى الوصف التقليدي (العام) للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب (E-N:5) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم.

من أجل متطلبات البحث نعرض مايلزمنا من نتائج البحث [1; page 187] ، المتمثلة بما يلي:

3- 1: الوصف التقليدي (العام) للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب، المتجانس والمتمائل المناحي، ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة له، والذي يشغل في لحظة البدء المنطقة Ω المحدودة وبسيطة الترابط والمحدودة في $R^3 [1,3]$:

توطئة:

نعتبر جملة المقارنة العطالية $Ox_1x_2x_3$ ذات القاعدة الديكارتيية (e_1, e_2, e_3) ، ولنعتبر القاعدة الاسطوانية الموافقة (e_r, e_θ, e_z) ، ولنعتبر أيضاً الاحداثيات الاسطوانية (r, θ, z) لنقطة مادية لاغرانجية من الجسم المدروس. لنرمز بـ Ω للمنطقة بسيطة الترابط والمحدودة في R^3 ، والتي يشغلها الجسم المعتبر في لحظة البدء، ولنرمز بـ $\partial\Omega$ للحدود الملساء لهذا الجسم، ولنرمز أيضاً بـ $T_+ =]0, \infty[$ و $T =]0, \infty[$. تتحدد الحالة الديناميكية المرنة دقيقة الاستقطاب، للجسم المعتبر من خلال مجموعة الحقول التيسورية: $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa})$ ، حيث أن: \mathbf{u} و $\boldsymbol{\varphi}$ حقلان متجهيان مستقلان، هما على الترتيب، حقل الإزاحة وحقل الدوران، كما أن: $\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa}$ حقل تنسورية من المرتبة الثانية، هي على الترتيب: حقل إجهادات القوة وحقل إجهادات العزم، وحقل الانفعالات، وحقل الانفعالات دقيقة الاستقطاب.

من أجل حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة للجسم المدروس (E-N:5) تكون بالتعريف كافة الحقول التيسورية التي تحكم الحالة الديناميكية المرنة للجسم مستقلة عن الإحداثي الأسطواني الثاني θ ، ويمكن في هذه الحالة أن تمثل الحقول السابقة في النظام الإحداثي الأسطواني (e_r, e_θ, e_z) وفي $\Omega \times T_+$ على النحو التالي:

$$\mathbf{u} \equiv (0, u_\theta, 0), \quad \boldsymbol{\varphi} \equiv (\varphi_r, 0, \varphi_z), \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{\theta r} & 0 & \sigma_{\theta z} \\ 0 & \sigma_{z\theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} \equiv \begin{bmatrix} \mu_{rr} & 0 & \mu_{rz} \\ 0 & \mu_{\theta\theta} & 0 \\ \mu_{zr} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\gamma} \equiv \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{r\theta} & 0 \\ \gamma_{\theta r} & 0 & \gamma_{\theta z} \\ 0 & \gamma_{z\theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\kappa} \equiv \begin{bmatrix} \kappa_{rr} & 0 & \kappa_{rz} \\ 0 & \kappa_{\theta\theta} & 0 \\ \kappa_{zr} & 0 & \kappa_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

وهنا ننوه بأن المركبات الموجودة في العلاقات السابقة تتبع فقط للموضع (r, z) وللزمن t .

أولاً : الوصف التقليدي (العام):

يتألف الوصف التقليدي (العام) لحالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة للجسم الصلب المرن المدروس (E-N:5)، من المعادلات والعلاقات الأساسية والشروط الحدية والابتدائية التالية [1,3]:

معادلات الحركة في $\Omega \times T_+$:

$$2\sigma_{[\theta z]} + \partial_r \mu_{rr} + \partial_z \mu_{zr} + r^{-1}(\mu_{rr} - \mu_{\theta\theta}) + Y_r = J \ddot{\varphi}_r, \quad (3.4)$$

$$2\sigma_{[r\theta]} + (r^{-1} + \partial_r) \mu_{rz} + \partial_z \mu_{zz} + Y_z = J \ddot{\varphi}_z, \quad (3.5)$$

$$\partial_r \sigma_{r\theta} + \partial_z \sigma_{z\theta} + 2r^{-1} \sigma_{(r\theta)} + X_\theta = \rho \ddot{u}_\theta, \quad (3.6)$$

حيث: $\sigma_{[\theta z]} = \frac{1}{2}(\sigma_{\theta z} - \sigma_{z\theta})$, $\sigma_{[r\theta]} = \frac{1}{2}(\sigma_{r\theta} - \sigma_{\theta r})$, $\sigma_{r\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_{r\theta} + \sigma_{\theta r})$,

$$\partial_r = \frac{\partial}{\partial r}, \quad \partial_z = \frac{\partial}{\partial z},$$

كما أن كلاً من ρ و J ، على الترتيب، هما الكتلة الحجمية للجسم، والعطالة الدورانية له، وهما مقداران ثابتان؛ لأن الجسم متجانس. إضافةً إلى ما تقدم فإن: $X = (0, X_\theta, 0)$ و $Y = (Y_r, 0, Y_z)$ ، على الترتيب، هما القوة الحجمية والعزم الحجمي للجسم المعتبر، كما أن رمز النقطة يعني الاشتقاق الجزئي بالنسبة للزمن،

معادلات توافق الانفعالات في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned}
 \partial_z (\gamma_{r\theta} + \gamma_{\theta r}) + (r^{-1} - \partial_r) (\gamma_{z\theta} + \gamma_{\theta z}) &= 0, \\
 \partial_z \gamma_{\theta r} + r^{-1} \gamma_{z\theta} - \kappa_{zz} - \kappa_{\theta\theta} &= 0, \\
 \partial_r (r \gamma_{\theta r}) + \gamma_{r\theta} - r \kappa_{rz} &= 0, \\
 \kappa_{rr} + \partial_r \gamma_{\theta z} = 0, \quad \kappa_{\theta\theta} + r^{-1} \gamma_{\theta z} &= 0, \\
 \kappa_{zz} + \partial_z \gamma_{\theta z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

العلاقات التأسيسية، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned}
 \mu_{rr} &= 2\gamma \kappa_{rr} + \beta \kappa, \\
 \mu_{\theta\theta} &= 2\gamma \kappa_{\theta\theta} + \beta \kappa, \\
 \mu_{zz} &= 2\gamma \kappa_{zz} + \beta \kappa, \\
 \mu_{rz} &= (\gamma + \varepsilon) \kappa_{rz} + (\gamma - \varepsilon) \kappa_{zr}, \\
 \mu_{zr} &= (\gamma + \varepsilon) \kappa_{zr} + (\gamma - \varepsilon) \kappa_{rz}, \\
 \sigma_{r\theta} &= (\mu + \alpha) \gamma_{r\theta} + (\mu - \alpha) \gamma_{\theta r}, \\
 \sigma_{\theta r} &= (\mu + \alpha) \gamma_{\theta r} + (\mu - \alpha) \gamma_{r\theta}, \\
 \sigma_{\theta z} &= (\mu + \alpha) \gamma_{\theta z} + (\mu - \alpha) \gamma_{z\theta}, \\
 \sigma_{z\theta} &= (\mu + \alpha) \gamma_{z\theta} + (\mu - \alpha) \gamma_{\theta z},
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

حيث: $\kappa = \kappa_{rr} + \kappa_{\theta\theta} + \kappa_{zz}$ ، كما أن: $\mu, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon \in R_+$ ثوابت المرونة للجسم.

العلاقات الهندسية المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\begin{aligned}
 \kappa_{rr} &= \partial_r \varphi_r, \quad \kappa_{\theta\theta} = r^{-1} \varphi_r, \quad \kappa_{zz} = \partial_z \varphi_z, \\
 \kappa_{rz} &= \partial_r \varphi_z, \quad \kappa_{zr} = \partial_z \varphi_r, \\
 \gamma_{r\theta} &= \partial_r u_\theta - \varphi_z, \quad \gamma_{\theta r} = \varphi_z - r^{-1} u_\theta, \\
 \gamma_{z\theta} &= \partial_z u_\theta + \varphi_r, \quad \gamma_{\theta z} = -\varphi_r,
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

ونضيف إلى ماتقدم الشروط الحدية والابتدائية التالية:

الشروط الحدية على $\partial\Omega \times T$:

$$\begin{aligned} n_r \mu_{rr} + n_z \mu_{zr} = m_r, \quad n_r \mu_{rz} + n_z \mu_{zz} = m_z, \\ n_r \sigma_{r\theta} + n_z \sigma_{z\theta} = p_\theta, \end{aligned} \quad (3.10)$$

حيث الدوال $\partial\Omega \times T \rightarrow R: m_z, p_\theta, m_z$ مفروضة، و $\mathbf{n} \equiv (n_r, 0, n_z)$ هي المركبات الاسطوانية لمتجه واحدة الناظم الخارجي على السطح $\partial\Omega$.

الشروط الابتدائية في $\Omega \times \{0\}$:

$$(\varphi_r, u_\theta, \varphi_z) = (h_r, h_\theta, h_z), \quad (\dot{\varphi}_r, \dot{u}_\theta, \dot{\varphi}_z) = (l_r, l_\theta, l_z), \quad (3.11)$$

حيث الدوال: $\Omega \rightarrow R: h_r, h_\theta, h_z, l_r, l_\theta, l_z$ مفروضة.

هدف مسألة الوصف التقليدي (العام) للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب، المعتبر، ضمن حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالاته المرنة، هو إيجاد مجموعة الحقول الفيزيائية $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa})$ المحققة للمسألة (3.1)-(3.11).

ثانياً: الوصف الإزاحي-الدوراني [1]:

نحصل على هذه المسألة بحذف الحقول الفيزيائية: $\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu}$ من الوصف التقليدي (العام) (3.1)-(3.11)، فنحصل بعد التبسيط والاختصار على مسألة الوصف الإزاحي-الدوراني التالية، المكوّنة من مجموعة المعادلات والشروط الحدية والابتدائية التالية:

معادلات الإزاحات والدورانات، المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\begin{aligned} \square_4^0 \varphi_r + (\beta + \gamma - \varepsilon) \partial_r \kappa - 2\alpha \partial_z u_\theta + Y_r = 0, \\ \square_4 \varphi_z + (\beta + \gamma - \varepsilon) \partial_z \kappa + 2\alpha r^{-1} \partial_r (r u_\theta) + Y_z = 0, \\ \square_2^0 u_\theta + 2\alpha (\partial_z \varphi_r - \partial_r \varphi_z) + X_\theta = 0, \end{aligned} \quad (3.12)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \kappa &= r^{-1} \partial_r (r \varphi_r) + \partial_z \varphi_z, \quad \square_2^0 = (\mu + \alpha) \Delta_0 - \rho \partial_t^2, \\ \square_4 &= (\gamma + \varepsilon) \Delta - 4\alpha - J \partial_t^2, \quad \square_4^0 = (\gamma + \varepsilon) \Delta_0 - 4\alpha - J \partial_t^2, \quad (3.13) \\ \Delta &= \partial_r^2 + r^{-1} \partial_r + \partial_z^2, \quad \Delta_0 = \Delta - r^{-2}, \end{aligned}$$

الشروط الحدية على $\partial\Omega \times T$:

$$\begin{aligned} n_r \{ 2\gamma \partial_r \varphi_r + \beta [r^{-1} \partial_r (r \varphi_r) + \partial_z \varphi_z] \} + \\ + n_z [(\gamma + \varepsilon) \partial_z \varphi_r + (\gamma - \varepsilon) \partial_r \varphi_z] = m_r, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} n_r [(\gamma + \varepsilon) \partial_r \varphi_z + (\gamma - \varepsilon) \partial_z \varphi_r] + \\ + n_z \{ 2\gamma \partial_z \varphi_z + \beta [r^{-1} \partial_r (r \varphi_r) + \partial_z \varphi_z] \} = m_z, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} n_r [(\mu + \alpha) (\partial_r u_\theta - \varphi_z) + (\mu - \alpha) (\varphi_z - r^{-1} u_\theta)] + \\ + n_z [(\mu + \alpha) (\partial_z u_\theta + \varphi_r) - (\mu - \alpha) \varphi_r] = p_\theta, \end{aligned} \quad (3.16)$$

نضيف إلى ما تقدم ، العلاقات الهندسية (3.9) والعلاقات التأسيسية (3.8) والشروط الابتدائية (3.11)، ونسمي المسألة الناتجة بمسألة القيم الحدية والابتدائية، الإزاحية الدورانية للجسم المدروس (E-N:5)، المتجانس والمتماثل المناحي، ضمن حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالاته المرنة.

هدف مسألة الوصف الإزاحي-الدوراني للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب، المعتبر، ضمن حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالاته المرنة، هو إيجاد مجموعة الحقول الفيزيائية $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa})$ المحققة للمسألة (3.16)-(3.11) و (3.8) و (3.9).

ثالثاً: طريقة متجه تشيفر في حل مسألة القيم الحدية والابتدائية الإزاحية - الدورانية للجسم المعتبر ضمن حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالاته المرنة:

لمناقشة هذه الطريقة، نعرّف متجه تشيفر: $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_r, 0, \zeta_z)$ بالشكل التالي:

$$\zeta_r = -\frac{1}{2} \partial_z u_\theta - \varphi_r, \quad \zeta_z = \frac{1}{2} (r^{-1} + \partial_r) u_\theta - \varphi_z, \quad (3.17)$$

ونفرض أن:

$$\begin{aligned} \varphi_r &= \varphi_r^0 + \varphi_r', u_\theta = u_\theta^0 + u_\theta', \varphi_z = \varphi_z^0 + \varphi_z', \\ \zeta_r &= \zeta_r^0 + \zeta_r', \zeta_z = \zeta_z^0 + \zeta_z', Y_r = Y_r^0 + Y_r', \\ Y_z &= Y_z^0 + Y_z', \end{aligned} \quad (3.18)$$

حيث الحقول: $(\varphi_r^0, u_\theta^0, \varphi_z^0)$ تتعلق بالجسم الصلب المرن في إطار المرونة الخطية التقليدية ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة التقليدية، أما الحقول: $(\varphi_r', u_\theta', \varphi_z')$ فتسمى بالإزاحات والدورانات، المتممة (الزائدة) (أي: الزائدة عن التقليدية). فيما يلي سنناقش كلاً من مسألة القيم الحدية والابتدائية الكلاسيكية، للحقول الكلاسيكية $(\varphi_r^0, u_\theta^0, \varphi_z^0)$ ، ومسألة القيم الحدية والابتدائية المتممة (الزائدة) للحقول المتممة (الزائدة) $(\varphi_r', u_\theta', \varphi_z')$.

ثالثاً - 1: مسألة القيم الحدية والابتدائية، الكلاسيكية، المتعلقة بالحقول الكلاسيكية

$$\text{نحصل على هذه المسألة باتباع ما يلي: } (\varphi_r^0, u_\theta^0, \varphi_z^0)$$

نوضع: $\zeta_r^0 = \zeta_z^0 = 0$ في المعادلة الثالثة من المعادلات (3.12)، نحصل على المعادلة الكلاسيكية، التالية المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\square_2^* u_\theta^0 + X_\theta = 0, \quad (3.19)$$

حيث المؤثر: \square_2^* هو المؤثر الناتج عن وضع: $\alpha = 0$ في المؤثر \square_2^0 ؛

ومن الشروط الحدية (3.16) - (3.14) (أو (3.10))، نحصل على الشروط الحدية التقليدية التالية، المحققة على $\partial\Omega \times T$:

$$n_r \sigma_{r\theta}^0 + n_z \sigma_{z\theta}^0 = p_\theta, \quad (3.20)$$

حيث: $\sigma_{r\theta}^0$ و $\sigma_{z\theta}^0$ على الترتيب، هي الجزء الكلاسيكي لكل من $\sigma_{r\theta}$ و $\sigma_{z\theta}$ ؛ حيث:

$$\sigma_{r\theta}^0 = 2\mu \varepsilon_{r\theta}^0, \quad \sigma_{z\theta}^0 = 2\mu \varepsilon_{z\theta}^0, \quad (3.21)$$

علماً أن:

$$\varepsilon_{r\theta}^0 = \frac{1}{2}(\partial_r - r^{-1})u_\theta^0, \quad \varepsilon_{z\theta}^0 = \frac{1}{2}\partial_z u_\theta^0,$$

أخيراً، من الشروط الإبتدائية (3.11)، نحصل على الشروط الإبتدائية، الكلاسيكية، التالية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_\theta^0 = h_\theta, \quad \dot{u}_\theta^0 = \ell_\theta, \quad (3.22)$$

ثالثاً - 2 : مسألة القيم الحدية والابتدائية، المتممة (الزائدة)، المتعلقة بالحقول المتممة (الزائدة) $(\varphi'_r, u'_\theta, \varphi'_z)$:

من أجل استنتاج المعادلات والعلاقات النازمة للحقول المتممة $(\varphi'_r, u'_\theta, \varphi'_z)$ يلزمنا إثبات صحة المعادلتين، التاليتين، المحققتين في $\Omega \times T_+$:

$$\square_2^0 \varphi_r^0 - \frac{1}{2}\partial_z X_\theta = 0, \quad (3.23)$$

$$\square_2^* \varphi_z^0 + \frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r) X_\theta = 0, \quad (3.24)$$

حيث المؤثر: \square_2^* ينتج عن وضع: $\alpha = 0$ في المؤثر: $\square_2 := (\mu + \alpha)\Delta - \rho \partial_t^2$.

الإثبات:

من العلاقة (3.17)، لأجل $\zeta_0 = 0$ ، بحصل على:

$$\varphi_r^0 = -\frac{1}{2}\partial_z u_\theta^0, \quad \varphi_z^0 = \frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r)u_\theta^0 \quad (3.25)$$

1. باشتقاق طرفي المعادلة (3.19)، جزئياً بالنسبة لـ z ، نجد:

$$\partial_z \square_2^0 u_\theta^0 + \partial_z X_\theta = 0, \quad (3.26)$$

بالتالي:

$$\square_2^* \left(-\frac{1}{2} \partial_z u_\theta^0 \right) - \frac{1}{2} \partial_z X_\theta = 0, \quad (3.27)$$

تنتج (3.23) مباشرةً عن المعادلتين (3.27) و (3.25)₁.

2. أما لإثبات صحة المعادلة (3.24)، نطبق المؤثر $\frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r)$ على طرفي المعادلة

(3.19)، فنحصل على المعادلة التالية، المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r) \square_2^* u_\theta^0 + \frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r) X_\theta = 0, \quad (3.28)$$

وبما أن [1,3]:

$$(r^{-1} + \partial_r) \square_2^* = \square_2^* (r^{-1} + \partial_r), \quad (3.29)$$

فتصبح المعادلة (3.28) بالشكل:

$$\square_2^* \left[\frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r) u_\theta^0 \right] + \frac{1}{2}(r^{-1} + \partial_r) X_\theta = 0, \quad (3.30)$$

تنتج المعادلة (3.24) مباشرةً من المعادلتين (3.30) و (3.25)₂.

الآن لاستنتاج جملة المعادلات التفاضلية المتعلقة بالحقول المتممة (الزائدة) $(\varphi'_r, u'_\theta, \varphi'_z)$ ،

نطبق المؤثر \square_2^* على طرفي المعادلة (3.12)₁، والمؤثر \square_2^* على طرفي المعادلة

(3.12)₂، فنحصل على جملة المعادلتين التاليتين المحققتين في $\Omega \times T_+$:

$$\square_2^0 \left[\square_4^0 \varphi_r + (\beta + \gamma - \varepsilon) \partial_r \kappa - 2\alpha \partial_z u_\theta \right] + \square_2^0 Y_r = 0, \quad (3.31)$$

$$\square_2^0 \left[\square_4^0 \varphi_z + (\beta + \gamma - \varepsilon) \partial_z \kappa + 2\alpha r^{-1} \partial_r (r u_\theta) \right] + \square_2^0 Y_z = 0,$$

الآن، ينتج عن المعادلتين (3.31)₁ و (3.23)، وعن المعادلتين (3.31)₂ و (3.24)، وعن المعادلتين (3.12)₃ و (3.19)، وعن كون أن: $(\kappa^0 = 0)$ ، أن الثلاثية $(\varphi'_r, u'_\theta, \varphi'_z)$

تحقق جملة المعادلات التفاضلية المتممة، التالية في $\Omega \times T_+$:

$$\square_2^0 \left[\square_4^0 \varphi'_r + (\beta + \gamma - \varepsilon) \partial_r \kappa' - 2\alpha \partial_z u'_\theta \right] + \hat{Y}_r = 0, \quad (3.32)$$

$$\square_2^0 \left[\square_4^0 \varphi'_z + (\beta + \gamma - \varepsilon) \partial_z \kappa' + 2\alpha r^{-1} \partial_r (r u'_\theta) \right] + \hat{Y}_z = 0, \quad (3.33)$$

$$\square_2^0 u'_\theta + 2\alpha (\partial_z \varphi'_r - \partial_r \varphi'_z) + \hat{X}_\theta = 0, \quad (3.34)$$

حيث: $\kappa' = r^{-1} \partial_r (r \varphi'_r) + \partial_z \varphi'_z$ ، كما أن:

$$\hat{Y}_r = \square_2^0 Y_r + \frac{1}{2} \square_4^0 \partial_z X_\theta, \quad \hat{Y}_z = \square_2^0 Y_z - \frac{1}{2} \square_4^0 (r^{-1} + \partial_r) X_\theta, \quad \hat{X}_\theta = 0$$

نضيف إلى المعادلات السابقة الشروط الحدية والابتدائية التالية الناتجة عن الشروط الحدية والابتدائية الأصلية، وذلك باتباع مايلي:

من الشروط الحدية الأصلية (3.14)-(3.16)، نحصل على الشروط الحدية المتممة (أو الزائدة)، التالية المحققة في $\partial\Omega \times T$:

$$n_r [(\mu + \alpha) (\partial_r u'_\theta - \varphi'_z) + (\mu - \alpha) (\varphi'_z - r^{-1} u'_\theta)] + n_z [(\mu + \alpha) (\partial_z u'_\theta + \varphi'_r) - (\mu - \alpha) \varphi'_r] = 0, \quad (3.35)$$

$$n_r \{ 2\gamma \partial_r \varphi'_r + \beta [r^{-1} \partial_r (r \varphi'_r) + \partial_z \varphi'_z] \} + n_z [(\gamma + \varepsilon) \partial_z \varphi'_r + (\gamma - \varepsilon) \partial_r \varphi'_z] = m_r - m'_r, \quad (3.36)$$

$$n_r[(\gamma + \varepsilon) \partial_r \phi'_z + (\gamma - \varepsilon) \partial_z \phi'_r] + n_z \{ 2\gamma \partial_z \phi'_z + \beta [r^{-1} \partial_r (r \phi'_r) + \partial_z \phi'_z] \} = m_z - m_z^0, \quad (3.37)$$

ومن الشروط الابتدائية الأصلية (3.11)، نحصل على الشروط الابتدائية المتممة التالية المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$\phi'_r = h_r - \phi_r^0, \quad u'_\theta = 0, \quad \phi'_z = h_z - \phi_z^0, \quad (3.38)$$

$$\dot{\phi}'_r = \ell_r - \dot{\phi}_r^0, \quad \dot{u}'_\theta = 0, \quad \dot{\phi}'_z = \ell_z - \dot{\phi}_z^0 \quad (3.39)$$

حيث هنا نشير إلى أنه في الشروط الحدية والابتدائية السابقة المقادير:

$$m_r^0 = n_r \mu_{rr}^0 + n_z \mu_{zr}^0, \quad m_z^0 = n_r \mu_{rz}^0 + n_z \mu_{zz}^0 \quad (3.40)$$

والمقادير $\phi_r^0, \phi_z^0, \dot{\phi}_r^0, \dot{\phi}_z^0$ تنتج عن مسألة القيم الحدية والابتدائية الكلاسيكية (3.19)–(3.22) وعن العلاقات:

$$\phi_r^0 = -\frac{1}{2} \partial_z u_\theta^0, \quad \phi_z^0 = \frac{1}{2} (r^{-1} + \partial_r) u_\theta^0$$

كما أن:

$$\begin{aligned} \mu_{rr}^0 &= 2\gamma \kappa_{rr}^0 + \beta \kappa^0, \quad \mu_{\theta\theta}^0 = 2\gamma \kappa_{\theta\theta}^0 + \beta \kappa^0, \quad \mu_{zz}^0 = 2\gamma \kappa_{zz}^0 + \beta \kappa^0, \\ \mu_{rz}^0 &= (\gamma + \varepsilon) \kappa_{rz}^0 + (\gamma - \varepsilon) \kappa_{zr}^0, \quad \mu_{zr}^0 = (\gamma + \varepsilon) \kappa_{zr}^0 + (\gamma - \varepsilon) \kappa_{rz}^0, \quad (3.41) \\ \kappa^0 &= \kappa_{rr}^0 + \kappa_{\theta\theta}^0 + \kappa_{zz}^0 = 0, \end{aligned}$$

و:

$$\begin{aligned} \kappa_{rr}^0 &= \partial_r \phi_r^0, \quad \kappa_{\theta\theta}^0 = r^{-1} \phi_r^0, \quad \kappa_{zz}^0 = \partial_z \phi_z^0, \\ \kappa_{rr}^0 &= \partial_r \phi_r^0, \quad \kappa_{\theta\theta}^0 = r^{-1} \phi_r^0, \quad \kappa_{zz}^0 = \partial_z \phi_z^0, \quad (3.42) \\ \kappa_{rz}^0 &= \partial_r \phi_z^0, \quad \kappa_{zr}^0 = \partial_z \phi_r^0, \end{aligned}$$

ومع العلم أن:

$$\phi_r^0(r, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \phi_r^0(r, z, t), \quad \phi_z^0(r, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \phi_z^0(r, z, t),$$

$$\dot{\varphi}_r^0(r, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial \varphi_r^0}{\partial t}(r, z, t), \quad \dot{\varphi}_z^0(r, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial \varphi_z^0}{\partial t}(r, z, t)$$

آلية حل المسألة: بحل مسألة القيم الحدية والابتدائية التقليدية (3.22)–(3.19)، نحصل على الحل التقليدي $(\varphi_r^0, u_\theta^0, \varphi_z^0)$ ، وبحل مسألة القيم الحدية والابتدائية (الزائدة) (3.39)–(3.32)، نحصل على الحقول المتممة الزائدة $(\varphi_r', u_\theta', \varphi_z')$. نعوض ماتقدم في العلاقات $_{1-3}$ (3.18)، فنحصل على الثلاثية $(\varphi_r, u_\theta, \varphi_z)$. نعوض $(\varphi_r, u_\theta, \varphi_z)$ في العلاقات الهندسية الأصلية فنحصل على الانفعالات، وإذا عوضنا هذه الانفعالات الناتجة في العلاقات التأسيسية الأصلية، نحصل على الإجهادات.

4 (النتائج والمناقشة:

تعميم طريقة متجه شيفر إلى حل مسألة الوصف التقليدي العام (3.11)–(3.1) للجسم الصلب المرن دقيق الاستقطاب (E-N:5) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم:

لهذا الغرض نفرض في المسألة (3.11)–(3.1) أن:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}^0 + \mathbf{u}', \quad \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}^0 + \boldsymbol{\varphi}', \\ \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}^0 + \boldsymbol{\sigma}', \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^0 + \boldsymbol{\mu}', \quad \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\varepsilon}^0 + \boldsymbol{\gamma}', \\ \boldsymbol{\kappa} &= \boldsymbol{\kappa}^0 + \boldsymbol{\kappa}', \quad \mathbf{Y} = \mathbf{Y}^0 + \mathbf{Y}', \end{aligned} \quad (4.1)$$

حيث الحقول $(\mathbf{u}^0, \boldsymbol{\varphi}^0, \boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\mu}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0, \boldsymbol{\kappa}^0)$ و \mathbf{Y}^0 ، تتعلّق بالمرونة الخطية، الكلاسيكية والديناميكية (موديل Hooke) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم، أما الحقول $(\mathbf{u}', \boldsymbol{\varphi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}')$ و \mathbf{Y}' فهي الحقول المتممة، أو الزائدة عن حقول الجسم Hooke. فيما يلي سنستنتج كلاً من مسألة القيم الحدية الإبتدائية الكلاسيكية المتعلقة بـ $(\mathbf{u}^0, \boldsymbol{\varphi}^0, \boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\mu}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0, \boldsymbol{\kappa}^0)$ ومسألة القيم الحدية الإبتدائية المتممة (أو الزائدة) المتعلقة بالحقول المتممة (أو الزائدة) $(\mathbf{u}', \boldsymbol{\varphi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}')$.

4-1 : مسألة القيم الحدية الإبتدائية الكلاسيكية المتعلقة بالحقول الكلاسيكية

$(\mathbf{u}^0, \boldsymbol{\varphi}^0, \boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\mu}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0, \boldsymbol{\kappa}^0)$: نحصل عليها باتباع مايلي.

من المعادلة (3.6) نحصل على:

معادلة الحركة الكلاسيكية التالية المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\partial_r \sigma_{r\theta}^0 + \partial_z \sigma_{z\theta}^0 + 2r^{-1} \sigma_{r\theta}^0 + X_\theta = \rho \ddot{u}_\theta^0, \quad (4.2)$$

من معادلات توافق الإنفعالات (3.7)، نحصل على معادلات توافق الانفعالات الكلاسيكية

التالية المحققة في $\Omega \times T$:

$$2\partial_z \varepsilon_{r\theta}^0 + 2(r^{-1} - \partial_r) \varepsilon_{z\theta}^0 = 0,$$

$$\partial_z \varepsilon_{\theta r}^0 + r^{-1} \varepsilon_{z\theta}^0 - \kappa_{zz}^0 - \kappa_{\theta\theta}^0 = 0, \quad \partial_r (r \varepsilon_{\theta r}^0) + \varepsilon_{r\theta}^0 - r \kappa_{rz}^0 = 0,$$

$$\kappa_{rr}^0 + \partial_r \varepsilon_{\theta z}^0 = 0, \quad \kappa_{\theta\theta}^0 + r^{-1} \varepsilon_{\theta z}^0 = 0, \quad \kappa_{zz}^0 + \partial_z \varepsilon_{\theta z}^0 = 0,$$

والتي إذا حذفنا منها انفعالات العزم، التقليدية نحصل على معادلة واحدة فقط، هي:

معادلة توافق الانفعالات الكلاسيكية المحققة في $\Omega \times T$:

$$\partial_{rz}^2 (r \varepsilon_{\theta z}^0) - r \partial_z^2 \varepsilon_{\theta r}^0 - 2\partial_z \varepsilon_{z\theta}^0 = 0, \quad (4.3)$$

ومن العلاقات الهندسية (3.9) نحصل على العلاقات الهندسية الكلاسيكية التالية

المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\kappa_{rr}^0 = \partial_r \varphi_r^0, \quad \kappa_{\theta\theta}^0 = r^{-1} \varphi_r^0, \quad \kappa_{zz}^0 = \partial_z \varphi_z^0,$$

$$\kappa_{rz}^0 = \partial_r \varphi_z^0, \quad \kappa_{zr}^0 = \partial_z \varphi_r^0,$$

$$\varepsilon_{r\theta}^0 = \partial_r u_\theta^0 - \varphi_z^0, \quad \varepsilon_{\theta r}^0 = \varphi_z^0 - r^{-1} u_\theta^0,$$

$$\varepsilon_{zr}^0 = \partial_z u_\theta^0 + \varphi_r^0, \quad \varepsilon_{\theta z}^0 = -\varphi_r^0,$$

والتي بالاعتماد على تعريف الدورانين الكلاسيكيين: φ_z^0 و φ_r^0 :

$$\varphi_r^0 = -\frac{1}{2} \partial_z u_\theta^0, \quad \varphi_z^0 = \frac{1}{2} (r^{-1} + \partial_r) u_\theta^0 \quad (4.5)$$

فإن العلاقات الأربعة الأخيرة في (4.4)، تعطينا:

العلاقات الهندسية الكلاسيكية التالية المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r\theta}^0 &= \varepsilon_{\theta r}^0, \quad \varepsilon_{z\theta}^0 = \varepsilon_{\theta z}^0, \\ \varepsilon_{r\theta}^0 &= \frac{1}{2}(\partial_r - r^{-1})u_\theta^0, \quad \varepsilon_{z\theta}^0 = \frac{1}{2}\partial_z u_\theta^0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

ويتضح هنا تناظر حقل الانفعالات التنازوري، الكلاسيكي.

ومن العلاقات التأسيسية (3.8) نحصل على العلاقات التأسيسية الكلاسيكية، التالية، المحققة

في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned} \mu_{rr}^0 &= 2\gamma\kappa_{rr}^0 + \beta\kappa^0, \quad \mu_{\theta\theta}^0 = 2\gamma\kappa_{\theta\theta}^0 + \beta\kappa^0, \quad \mu_{zz}^0 = 2\gamma\kappa_{zz}^0 + \beta\kappa^0, \\ \kappa^0 &= \kappa_{rr}^0 + \kappa_{\theta\theta}^0 + \kappa_{zz}^0 = 0, \\ \mu_{rz}^0 &= (\gamma + \varepsilon)\kappa_{rz}^0 + (\gamma - \varepsilon)\kappa_{zr}^0, \quad \mu_{zr}^0 = (\gamma + \varepsilon)\kappa_{zr}^0 + (\gamma - \varepsilon)\kappa_{rz}^0, \\ \sigma_{r\theta}^0 &= (\mu + \alpha)\varepsilon_{r\theta}^0 + (\mu - \alpha)\varepsilon_{\theta r}^0, \quad \sigma_{\theta r}^0 = (\mu + \alpha)\varepsilon_{\theta r}^0 + (\mu - \alpha)\varepsilon_{r\theta}^0, \\ \sigma_{\theta z}^0 &= (\mu + \alpha)\varepsilon_{\theta z}^0 + (\mu - \alpha)\varepsilon_{z\theta}^0, \quad \sigma_{z\theta}^0 = (\mu + \alpha)\varepsilon_{z\theta}^0 + (\mu - \alpha)\varepsilon_{\theta z}^0, \end{aligned} \quad (4.7)$$

وكون تنسور الانفعالات الكلاسيكية متناظر، فإن العلاقات الأربعة الأخيرة في (4.7) تعطينا:

العلاقات التأسيسية الكلاسيكية، التالية، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned} \sigma_{r\theta}^0 &= \sigma_{\theta r}^0, \quad \sigma_{\theta z}^0 = \sigma_{z\theta}^0, \\ \sigma_{r\theta}^0 &= 2\mu\varepsilon_{r\theta}^0, \quad \sigma_{\theta z}^0 = 2\mu\varepsilon_{\theta z}^0, \end{aligned} \quad (4.8)$$

ومن الشروط الحدية (3.10)، نحصل على:

الشروط الحدية التقليدية، التالية المحققة على $\partial\Omega \times T$:

$$n_r\sigma_{r\theta}^0 + n_z\sigma_{z\theta}^0 = p_\theta, \quad (4.9)$$

أخيراً من الشروط الابتدائية (3.11)، نحصل على:

الشروط الابتدائية، الكلاسيكية، التالية، المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$u_\theta^0 = h_\theta, \quad \dot{u}_\theta^0 = \ell_\theta, \quad (4.10)$$

ندعو المسألة (4.10)-(4.2) بالمسألة الكلاسيكية للوصف التقليدي العام للجسم (E-N:5) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة له.

2-4: مسألة القيم الحدية والابتدائية المتممة (أو الزائدة) المتعلقة بالحقول الزائدة $(\mathbf{u}', \boldsymbol{\varphi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}')$: من أجل الحصول على هذه المسألة يلزمنا صياغة وإثبات المبرهنة المساعدة التالية.

مبرهنة مساعدة: إن الحقول الكلاسيكية $(\boldsymbol{\varphi}^0, \boldsymbol{\mu}^0)$ تحقق في $\Omega \times T_+$ جملة المعادلتين:

$$\square_2^0 \left[(r^{-1} + \partial_r) \mu_{rr}^0 + \partial_z \mu_{zr}^0 - r^{-1} \mu_{\theta\theta}^0 - J \ddot{\varphi}_r^0 \right] = \frac{1}{2} \square_4^0 \partial_z X_\theta, \quad (4.11)$$

$$\square_2^0 \left[(r^{-1} + \partial_r) \mu_{rz}^0 + \partial_z \mu_{zz}^0 - J \ddot{\varphi}_z^0 \right] = -\frac{1}{2} \square_4^0 (r^{-1} + \partial_r) X_\theta, \quad (4.12)$$

الإثبات: باستخدام العلاقات التأسيسية الكلاسيكية (4.7) والعلاقات الهندسية الكلاسيكية

(4.4)، بسهولة نحصل على:

$$(r^{-1} + \partial_r) \mu_{rr}^0 + \partial_z \mu_{zr}^0 - r^{-1} \mu_{\theta\theta}^0 - J \ddot{\varphi}_r^0 = \square_4^0 \varphi_r^0, \quad (4.13)$$

$$(r^{-1} + \partial_r) \mu_{rz}^0 + \partial_z \mu_{zz}^0 - J \ddot{\varphi}_z^0 = \square_4^0 \varphi_z^0, \quad (4.14)$$

الآن، بتطبيق المؤثر \square_2^0 على طرفي العلاقة (4.13)، ومن ثم بالاستفادة من المعادلة

(3.23)، نحصل مباشرةً على المعادلة (4.11).

وبتطبيق المؤثر \square_2^0 على طرفي المعادلة (4.14)، من ثم بالاستفادة من المعادلة (3.24)

نحصل مباشرةً على المعادلة الثانية (4.12)، وبذلك يكون قد انتهى اثبات صحة المبرهنة المساعدة.

الآن، للحصول على المعادلات النازمة للحقول المتممة $(\mathbf{u}', \boldsymbol{\varphi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}')$

(الحقول الزائدة)، نتبع مايلي:

نطبق المؤثر \square_2^0 على طرفي المعادلة (3.4)، والمؤثر \square_2^* على طرفي المعادلة (3.5)، فنحصل على المعادلتين التاليتين المحققتين في $\Omega \times T_+$:

$$\begin{aligned} & \square_2^0 \left[2\sigma_{[\theta z]} + \partial_r \mu_{rr} + \partial_z \mu_{zr} + r^{-1} (\mu_{rr} - \mu_{\theta\theta}) \right] + \square_2^0 Y_r + \\ & + \frac{1}{2} \square_2^0 \partial_z X_\theta - \frac{1}{2} \square_2^0 \partial_z X_\theta = J \square_2^0 \varphi_r, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} & \square_2^* \left[2\sigma_{[r\theta]} + (r^{-1} + \partial_r) \mu_{rz} + \partial_z \mu_{zz} \right] + \square_2^* Y_z - \frac{1}{2} \square_4^* (r^{-1} + \partial_r) X_\theta + \\ & + \frac{1}{2} \square_4^* (r^{-1} + \partial_r) X_\theta = J \square_2^* \varphi_z, \end{aligned} \quad (4.16)$$

ينتج الآن، عن المعادلتين (4.15) و (4.11) وعن المعادلتين (4.16) و (4.12)، وعن المعادلتين (3.6) و (4.2)، أن الحقول المتممة (الزائدة) $(\mathbf{u}', \varphi', \sigma', \mu', \gamma', \kappa')$ تحقق نظام المعادلات المتمم التالي في $\Omega \times T_+$:

$$\square_2^0 \left\{ 2\sigma'_{[\theta z]} + \partial_r \mu'_{rr} + \partial_z \mu'_{zr} + r^{-1} (\mu'_{rr} - \mu'_{\theta\theta}) \right\} + \hat{Y}_r = J \square_2^0 \varphi'_r, \quad (4.17)$$

$$\square_2^* \left\{ 2\sigma'_{[r\theta]} + (r^{-1} + \partial_r) \mu'_{rz} + \partial_z \mu'_{zz} \right\} + \hat{Y}_z = J \square_2^* \varphi'_z, \quad (4.18)$$

$$\partial_r \sigma'_{r\theta} + \partial_z \sigma'_{z\theta} + 2r^{-1} \sigma'_{(r\theta)} + \hat{X}_\theta = \rho \ddot{u}'_\theta, \quad (4.19)$$

ومن علاقات توافق الانفعالات (3.7) نحصل على:

علاقات توافق الانفعالات، الزائدة، التالية المحققة في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned}
 \partial_z (\gamma'_{r\theta} + \gamma'_{\theta r}) + (r^{-1} - \partial_r) (\gamma'_{z\theta} + \gamma'_{\theta z}) &= 0, \\
 \partial_z \gamma'_{\theta r} + r^{-1} \gamma'_{z\theta} - \kappa'_{zz} - \kappa'_{\theta\theta} &= 0, \\
 \partial_r (r \gamma'_{\theta r}) + \gamma'_{r\theta} - r \kappa'_{rz} &= 0, \\
 \kappa'_{rr} + \partial_r \gamma'_{\theta z} = 0, \quad \kappa'_{\theta\theta} + r^{-1} \gamma'_{\theta z} &= 0, \\
 \kappa'_{zz} + \partial_z \gamma'_{\theta z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

ومن العلاقات الهندسية (3.9)، نحصل على:

العلاقات الهندسية، الزائدة، التالية، المحققة في $\Omega \times T_+$:

$$\begin{aligned}
 \kappa'_{rr} = \partial_r \phi'_r, \kappa'_{\theta\theta} = r^{-1} \phi'_r, \kappa'_{zz} = \partial_z \phi'_z, \kappa'_{rz} = \partial_r \phi'_z, \kappa'_{zr} = \partial_z \phi'_r, \\
 \gamma'_{r\theta} = \partial_r u'_\theta - \phi'_z, \gamma'_{\theta r} = \phi'_z - r^{-1} u'_\theta, \gamma'_{z\theta} = \partial_z u'_\theta + \phi'_r, \gamma'_{\theta z} = -\phi'_r,
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

ومن العلاقات التأسيسية الزائدة (3.8)، نحصل على:

العلاقات التأسيسية، الزائدة، التالية، المحققة في $\Omega \times T$:

$$\begin{aligned}
 \mu'_{rr} = 2\gamma \kappa'_{rr} + \beta \kappa', \mu'_{\theta\theta} = 2\gamma \kappa'_{\theta\theta} + \beta \kappa', \mu'_{zz} = 2\gamma \kappa'_{zz} + \beta \kappa', \\
 \mu'_{rz} = (\gamma + \varepsilon) \kappa'_{rz} + (\gamma - \varepsilon) \kappa'_{zr}, \mu'_{zr} = (\gamma + \varepsilon) \kappa'_{zr} + (\gamma - \varepsilon) \kappa'_{rz}, \\
 \sigma'_{r\theta} = (\mu + \alpha) \gamma'_{r\theta} + (\mu - \alpha) \gamma'_{\theta r}, \sigma'_{\theta r} = (\mu + \alpha) \gamma'_{\theta r} + (\mu - \alpha) \gamma'_{r\theta}, \\
 \sigma'_{\theta z} = (\mu + \alpha) \gamma'_{\theta z} + (\mu - \alpha) \gamma'_{z\theta}, \sigma'_{z\theta} = (\mu + \alpha) \gamma'_{z\theta} + (\mu - \alpha) \gamma'_{\theta z},
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

حيث: $\kappa' = \kappa'_{rr} + \kappa'_{\theta\theta} + \kappa'_{zz}$,

إلى المعادلات والعلاقات المتممة السابقة نضيف الشروط الحدية والابتدائية، الزائدة، التالية، الناتجة عن الشروط الحدية والابتدائية، الأصلية (3.10) و (3.11):

الشروط الحدية، الزائدة، المحققة على $\partial\Omega \times T$:

$$\begin{aligned}
 n_r \sigma'_{r\theta} + n_z \sigma'_{z\theta} = 0, \quad n_r \mu'_{rr} + n_z \mu'_{zr} = m_r - m_r^0, \\
 n_r \mu'_{rz} + n_z \mu'_{zz} = m_z - m_z^0,
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

الشروط الابتدائية المتممة (أو الزائدة)، التالية، المحققة في $\Omega \times \{0\}$:

$$\varphi'_r = h_r - \varphi_r^0, \quad u'_\theta = 0, \quad \varphi'_z = h_z - \varphi_z^0, \quad (4.24)$$

$$\dot{\varphi}'_r = \ell_r - \dot{\varphi}'_r^0, \quad \dot{u}'_\theta = 0, \quad \dot{\varphi}'_z = \ell_z - \dot{\varphi}'_z^0 \quad (4.25)$$

تسمى المسألة (4.25)-(4.17) بمسألة القيم الحدية والابتدائية المتممة (أو الزائدة) للوصف التقليدي (العام) للجسم الصلب المرن (E-N:5) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة.

ألية حل المسألة:

1- نحل مسألة القيم الحدية والابتدائية الكلاسيكية (4.10)-(4.2)، فنحصل على

$$\text{الحقول الكلاسيكية: } (\mathbf{u}^0, \boldsymbol{\varphi}^0, \boldsymbol{\sigma}^0, \boldsymbol{\mu}^0, \boldsymbol{\varepsilon}^0, \boldsymbol{\kappa}^0).$$

2- بحل مسألة القيم الحدية والابتدائية المتممة (الزائدة) (4.25)-(4.17)، نحصل

$$\text{على الحقول المتممة (الزائدة) } (\mathbf{u}', \boldsymbol{\varphi}', \boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\mu}', \boldsymbol{\gamma}', \boldsymbol{\kappa}').$$

3- وأخيراً بالتعويض في العلاقات (4.1)، نحصل على الحل النهائي:

$$(\mathbf{u}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\kappa}) \text{ لمسألة الوصف التقليدي (العام) (3.11)-(3.1).}$$

4-5. النتائج والمقترحات :

أولاً: النتائج:

في هذا البحث عممنا طريقة متجه تشيفر إلى حل مسألة الوصف التقليدي (العام) للجسم الصلب المرن (E-N:5) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية للانفعالات المرنة لهذا الجسم .

ثانياً: المقترحات:

في نهاية هذا البحث نوصي بمناقشة المسائل الآتية:

مسألة 1: تعميم طريقة متجه تشيفر المتجهية إلى طريقة تتسور تشيفر لتشمل وصف إغناشاك الإجهادي للجسم (E-N:5) ضمن حالة التناظر المحوري الثانية لانفعالاته المرنة .

مسألة 2: مناقشة طريقة متجه تشيفر المتجهية غي حل مسألة الوصف التقليدي العام لنفس الجسم، لكن ضمن حالة التناظر المحوري الأولى للانفعالات المرنة له.

مسألة 3: مناقشة طريقة تتسور تشيفر في حل مسألة الوصف الإجهادي لنفس الجسم (E-N:5) ، ضمن حالة التناظر المحوري الأولى للانفعالات المرنة لهذا الجسم.

المراجع

- [1]- Dyszlewicz , J, **2004** - Micropolar Theory of Elasticity , in : Series Lectures. Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol.15, 356 p, Springer .
- [2]-Dyszlewicz , J ,**1996** - Selected problems of linear asymmetrical thermoelasticity, Journal of Thermal Stresses,19, 185-206.
- [3]-Dyszlewicz , J ,**1997** - Stress equations of motion of Ignaczak type for the second axisymmetric problem of micropolar elastodynamics, Applicationes Mathematicae, 24,3 (1997), pp. 251–265.
- [4]-Dyszlewicz , J , **1980**- Selected boundary problems of equations for the plane problems in micropolar theory of elasticity, Stud. Geotech. et. mech., I-1980, 2 , 3 , 5-20 ; II-1980 ,2 , 4 , 21-36.
- [5] –Nowacki, W , **1986** - Theory of Asymmetric Elasticity , Warsaw , PWN.
- [6] – Eringen , A . C , **1966** - Linear theory of micropolar elasticity, J.Math. Mech., 15 , 909 – 930.
- [7]- W. Nowocki , (**1970**), Theory of Elasticity , PWN Warsaw.

اصطناع مركب كوبالتات النحاس $CuCo_2O_4$

بطريقة الاصطناع الصلب ودراسة خصائصه

البنية

أريج يوسف*، إبراهيم أسعد اسماعيل**

ملخص البحث

تم في هذا البحث تحضير مركب كوبالتات النحاس $CuCo_2O_4$ بطريقة الاصطناع الصلب Solid state انطلاقاً من أكسيد النحاس CuO وأكسيد الكوبالت المختلط Co_3O_4 . حيث أخذت نسبة مولية محددة (2:3) من الأكسيدين ومزجت بشكل تام ثم حرقت العينات عند درجات حرارة مختلفة بين ($500 - 1100^{\circ}C$) لتحديد درجة الحرارة الأفضل للحصول على البلورات المطلوبة. درست الخصائص البنوية للأكسيد المحضّر باستخدام تقنية انعراج الأشعة السينية (XRD) وجهاز التحليل الحراري التفاضلي (DTA)، ومطيافية تحت الأحمر (IR). حيث تم تحديد درجة حرارة الاصطناع عند الدرجة $700^{\circ}C$. بينت دراسة مخططات انعراج الأشعة السينية أن المركب يتبلور وفق بنية بلورية مكعبية متمركزة الوجوه FCC من نمط السباينل ومجموعة تناظر فراغية S.G هي $Fd3m$. كما أظهرت منحنيات التحليل الحراري التفاضلي وجود أربع آثار حرارية آخرها عند الدرجة $770^{\circ}C$ الذي يدل على اكتمال تشكل المركب. يؤكد مخطط الطيف تحت الأحمر (IR) الحصول على المركب المطلوب من خلال القمم العائدة لاهتزازات الروابط (Cu-O) و (Co-O).

كلمات مفتاحية : كوبالتات النحاس ، $CuCo_2O_4$ ، Solid state ، أكسيد مختلط.

(*) طالبة دكتوراة في الكيمياء اللاعضوية - قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة البعث - حمص - سوريا.

(**) أستاذ دكتور في الكيمياء اللاعضوية - قسم الكيمياء - كلية العلوم - جامعة البعث - حمص - سوريا.

Preparing of Copper Cobaltite CuCo_2O_4 by solid state method and studying its structural properties

Areej Yousef*, Ibrahim Ismaeel**

Abstract

copper cobaltite was prepared started of mixed cobalt oxide Co_3O_4 and copper oxide CuO by solid state method. The prepared samples were calcinated at different temperatures range (500-1000°C) to determine the synthesis optimum temperature. The compositional properties of synthesis compounds were studied by X-ray diffraction (XRD) technique, Differential thermal analysis (DTA), Fourier transform infra-Red spectroscopy (FT-IR). Optimum synthesis temperature was determined at 700°C. X-ray diffraction patterns showed that the CuCo_2O_4 spinel was crystallized with a face-centered cubic crystal (FCC) and belongs to $\text{Fd}3\text{m}$ space group. The thermal characteristic shows four effects, the last one 770°C explain formation of the compound. The IR spectroscopy encourage our results during the bonding vibrations of Co-O, Cu-O

Keywords: Copper cobaltite, CuCo_2O_4 , solid state, mixed oxide.

*) PHD Student, Department of chemistry-Faculty of science-Al-baath university Homs-Syria.

***) professor of inorganic chemistry , Department of chemistry -Faculty of science-Al-baath university Homs-Syria.

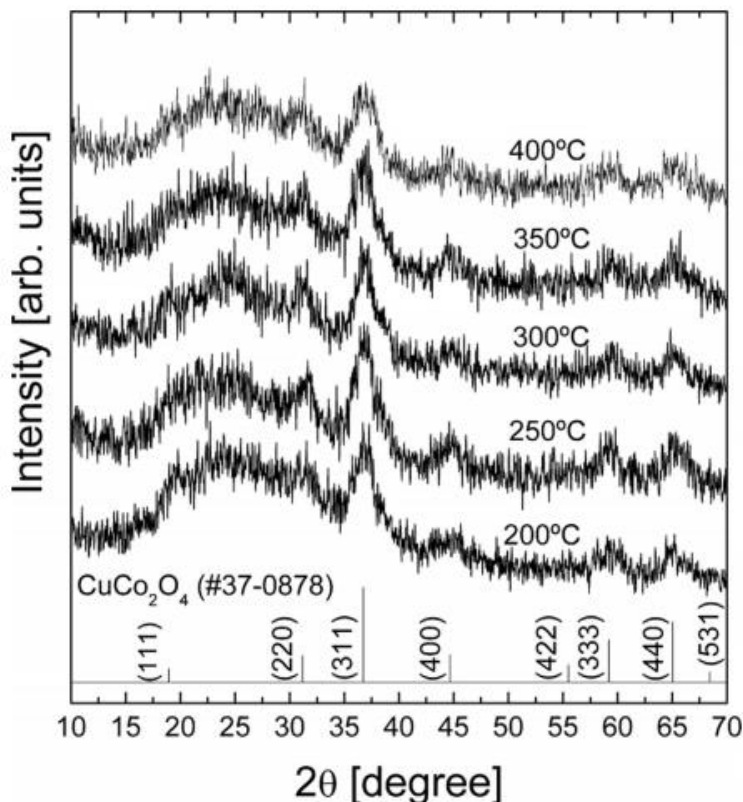
1. مقدمة:

شهدت السنوات الأخيرة موجة من النشاط البحثي في مجال تصنيع أحجام وأشكال مختلفة من جزيئات المعادن النانوية، حيث تتمتع هذه الجسيمات بالعديد من الخصائص البصرية والالكترونية والمغناطيسية والكيميائية المثيرة للاهتمام والتي جعلتها ذات أهمية كبيرة في تطبيقات صناعية عديدة كأجهزة الاستشعار البيولوجية ، والالكترونيات الضوئية، وأجهزة النانو، وتخزين المعلومات، والحفازات [1].

تمتلك أكاسيد المعادن الانتقالية تطبيقات مختلفة في مجالات كثيرة مثل الحفز والبطاريات وتحويل الطاقة الشمسية، حيث أن هذه المركبات قادرة على التفاعل المتبادل فيما بينها والذي يؤدي إلى تكوين هيكل معقد وبالتالي فإن خصائص المركبات المكونة من أكاسيد المعادن الانتقالية عادة ما تكون جيدة إذا ما قورنت بمكونات اكاسيدها المفردة، و تتعدد أنماط تبلور هذه المركبات فنجد السباينل Spinel والبروفسكايت Perovskite والشيليت Schileete وغيرها من الأنماط المختلفة [2] ومن بين هذه الأنماط تظهر الكوبالتات (MC_2O_4) كواحدة من الأكاسيد المختلطة ذات نمط تبلور السباينل والذي يظهر العديد من الخصائص الفيزيائية والكيميائية الفريدة من نوعها بجانب الخصائص الحرارية والميكانيكية [3] لذا تناولت العديد من الأبحاث الطرائق المختلفة (طريقة الاصطناع الصلب، الترسيب المشترك، Sol-Gel، الترسيب بالليزر، التحلل الحراري المائي....) لتحضير هذه المركبات وسنستعرض فيما يلي بعض هذه الأبحاث.

تم تحضير افلام رقيقة من ($CuCo_2O_4$) بطريقة الـ (Sol-gel) وترميدها في جو من الاكسجين ضمن مجال درجات الحرارة من ($200-400^\circ C$) عن طريق اذابة خلات النحاس وخلات الكوبالت في (30ml) من الايتانول ثم اضافة (4g) من ثلاثي ايتانول امين (95%) وتركت ليوم واحد ثم تم تغطيتها على ركائز زجاجية باستخدام طريقة الغطس بالتدوير (spine coating) وبمعدل 2100 دورة في الدقيقة مدة 15s جففت الركائز بعد ذلك عند الدرجة $200^\circ C$ مدة 6 دقائق ثم تم تلدينها مدة ساعتين وأخيرا تم

توصيف الافلام الناتجة باستخدام جهاز الاشعة السينية ودراسة الخصائص الكهروضوئية باستخدام جهاز UV وبيين الشكل التالي مخطط الانعراج الناتج [4].



شكل (1) مخطط XRD لمركب $CuCo_2O_4$ المحضر بطريقة الـ Sol-Gel

تم تحضير مساحيق ($CuCo_2O_4$) النانوية بطرائق مختلفة الترسيب المشترك والـ (Sol-gel) و التحلل الحراري ودراسة خصائصها التحفيزية في تفاعل تحلل بيروكلورات الامونيوم ، تم باستخدام تقنيات TG-DSC و FT-IR و XRD و SEM و BET دراسة السلوك الحراري والنشاط التحفيزي وتوصيف البنية البلورية والهيكلية وتحديد مساحة السطح النوعي [5].

تم تحضير $CuCo_2O_4$ بنجاح بطريقة الـ sol-gel تمت اذابة كمية من نترات الكوبالت وخلات النحاس في 30ml من الماء المقطر ثم اضافة كمية من محلول

EDTA وحمض الليمون والتحرك مدة 30 دقيقة ثم ضبط قيمة الـ pH عند القيمة 8 عن طريق اضافة كمية من محلول الامونيا الى الخليط بعد ذلك تم نقل الخليط الى بوتقة خزفية وحرقه بالكامل على لوح كهربائي للحصول على المساحيق الرمادية. تم إجراء التحلل الحراري للمساحيق الرمادية عند درجات حرارة ضمن المجال (400-700°C) لمدة 5 ساعات [6].

تعدّ طريقة الاصطناع الصلب "Solid State Reaction" من أهم طرائق الحصول على هذه المركّبات لما تتمتع به من سهولة في العمل حيث لا تتطلب مهارات خاصة. بما أن بعض المواد صعبة الانحلال في الماء فإن هذه الطريقة توفر حلاً لهذه المشكلة من ناحية تحضير المركبات المرغوبة بدون الحاجة إلى حلها في أي محل وهذا من ناحية أخرى يشكل جدوى اقتصادية عالية لطريقة الحالة الصلبة، حيث أن المادة الوحيدة المستخدمة في أغلب تفاعلاتها هي الأسيون الذي يستعمل للمساعدة على تجانس المركبات الصلبة أثناء عملية تحضير العينات وبكميات صغيرة نسبياً. تتميز هذه الطريقة بإعطائها مزيجاً عالي النقاوة لما تطلبه من أكاسيد ذات نقاوة عالية بدون وجود أي شوائب من مواد مختلفة للاصطناع عند الخلط بالمقارنة مع طرائق الاصطناع الأخرى، يتم أخذ نسب استيكمترية من المواد الأولية بصورتها النقية لضمان اكتمال التفاعل والحصول على طور واحد للمادّة الجديدة نقيّة بدون وجود أطوار أخرى لشوائب أو للمواد الأولية [7، 8].

2. هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى تحضير المركب $CuCO_2O_4$ انطلاقاً من أكسيدي الكوبالت والنحاس بطريقة الاصطناع الصلب ومن ثم دراسة بنيته البلورية والتغيرات البنيوية التي تطرأ على الجملة أثناء الحرق في محاولة لتحضير هذا المركب وفق أفضل الصفات وبأقل التكاليف الممكنة.

3. الجزء العملي:

1.3. الأجهزة والمواد المستخدمة:

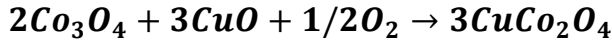
- ميزان تحليلي حساس بدقة 0.0001gr.
- أدوات زجاجية مختلفة.
- هاون عقيق لطحن العينات وبوتقات خزفية تتحمل درجات حرارة عالية.
- مرمدة لحرق العينات من شركة (Carbolite) يصل مجالها حتى الدرجة $1100^{\circ}C$.
- جهاز انعراج الأشعة السينية (PW 1840) X-Ray Powder Diffractometer
- ذو مصعد من الكوبالت Co بطول موجة $\lambda = 1.7889\text{\AA}$ إنتاج شركة (PHILIPS)- جامعة البعث.
- جهاز التحليل الحراري التفاضلي (Differential Thermal Analysis) وهو من نوع Shimadzu- جامعة تشرين.
- جهاز طيف ماتحت الأحمر IR-spectrometer من شركة Jascoo- جامعة البعث
- مواد كيميائية نقية: أكسيد الكوبالت Co_3O_4 نقاوته 99.9% وأكسيد النحاس CuO نقاوته 99.3% وأسيتون (Extra Pure) نقاوته 99.0%.

2.3. طريقة العمل:

تم تحضير $CuCo_2O_4$ بطريقة الاصطناع الصلب Solid State Reaction على شكل مساحيق بخلط كميات مناسبة من أكسيد الكوبالت Co_3O_4 وأكسيد النحاس CuO بنسبة تتفاعل 2:3 من $Co:Cu$. تم طحن المواد السابقة وخلطها بواسطة هاون عقيق لضمان الحصول على خليط متجانس بعد إضافة كمية من الأسيتون بهدف تحسين عملية الخلط المتجانس لها ولمدة 15 دقيقة تقريباً حتى جفاف الأسيتون، أعيدت هذه العملية ثلاث

مرات متتالية لكل عينة من العينات. بعد ذلك تم تجفيف الخليط الناتج بتسخينه إلى درجة الحرارة 100°C لفترة زمنية كافية لضمان التخلص من الرطوبة. تم كبس المسحوق على شكل أقراص بقطر 1cm وسماكة 2mm بهدف تقريب الجسيمات المتفاعلة من بعضها البعض وزيادة إمكانية التفاعل والتأثير المتبادل بين الجسيمات.

تم حساب كتل المواد الداخلة في تشكيل الجملة CuCo_2O_4 من خلال التفاعل التالي:



يبين الجدول التالي كتل الأكاسيد الداخلة في تشكيل الجملة المطلوبة للاصطناع من أجل كمية مقدارها 5gr من العينة المدروسة و وفق النسب المولية المطلوبة

جدول (1) النسب المولية وأوزان المواد الأولية اللازمة لتحضير مركب (CuCo_2O_4)

Co:Cu	2:3			
المادة الأولية	الكتلة الجزيئية (g/mol)	الكتلة المستخدمة (g)	النقاوة	الشركة المصدر
Co_3O_4	240.8	3.2707	99.9%	Sigma-Aldrich
CuO	79.55	1.6206	99.3%	Surchem Products. Ltd

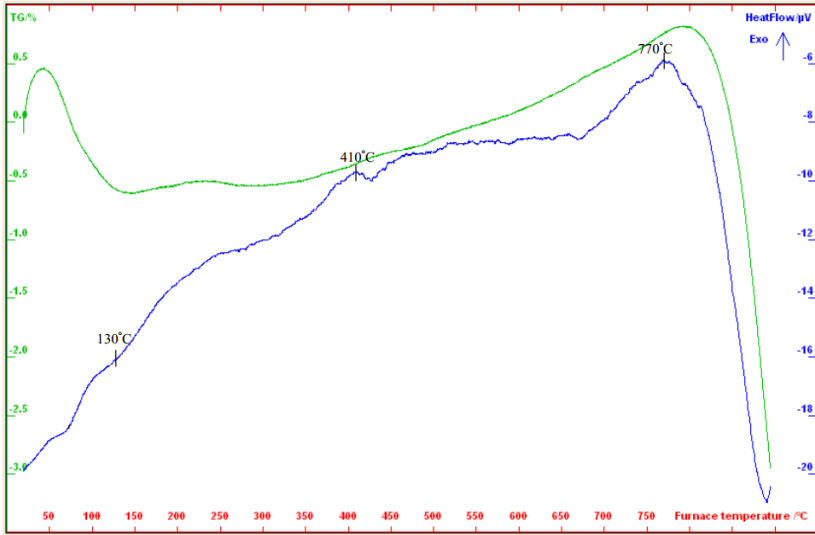
وضعت الأقراص المضغوطة في بوتق خزفية وتم ترميدها بالتدرج في مجال من درجات حرارة تتراوح بين $(500-1100)^{\circ}\text{C}$ ولفترات زمنية من 6 ساعات. يستدل على انتهاء التفاعل وتشكل المركب المطلوب من خلال الحصول على طور وحيد. إن الاستدلال على تشكل طور وحيد هو أن تكون قيم d للمخططات الطيفية بالأشعة السينية متطابقة جميعها أو أكثر من 95% من قرائن ميللر المقترحة و الموافقة لنمط التبلور المقترح أثناء الحسابات الرياضية لإيجاد ثوابت الشبكة البلورية. في حال عدم

تطابق عدد معين من الخطوط يجب استبدال الفرض بفرض آخر من التبلور حيث دائماً نبدأ بفرض التبلور الأعلى تناظراً (المكعبة).

4. النتائج والمناقشة:

4.1. دراسة السلوك الحراري باستخدام تقنية (TG-DTA):

عندما يتم تسخين المركب فإنه يخضع لتفاعلات كيميائية وتغيرات فيزيائية تتجلى على شكل امتصاص أو نشر للحرارة لذلك كان الضروري قبل البدء بترميز العينة المحضرة القيام بدراسة السلوك الحراري لها باستخدام جهاز التحليل الحراري التفاضلي حيث تعطي هذه الدراسة فكرة عن التغيرات الحرارية للمركب أثناء ترميده، يبين المنحني التالي السلوك الحراري للمركب حيث تم المسح في مجال درجات الحرارة ($0-900^{\circ}C$) يظهر المنحني أول قمة عند الدرجة ($130^{\circ}C$) وهي ماصة للحرارة وتعود لتبخر ماء الرطوبة يرافقها خسارة في الوزن كما أظهره خط الـ TG المرافق. القمة الناشئة للحرارة عند الدرجة ($410^{\circ}C$) مع زيادة الوزن تعود لتحول أكسيد الكوبالت الثنائي إلى ثلاثي، والقمة الناشئة عند الدرجة ($770^{\circ}C$) تعود إلى تشكل المركب المطلوب $CuCo_2O_4$.



شكل (2) منحنى التحليل الحراري التفاضلي لعينة CuCo_2O_4 المحضرة بطريقة الاصطناع الصلب

الجدول التالي يوضح تفسير امتصاصات منحنى الـ (DTA) لجملة كوباتات النحاس المحضرة قبل الترميد.

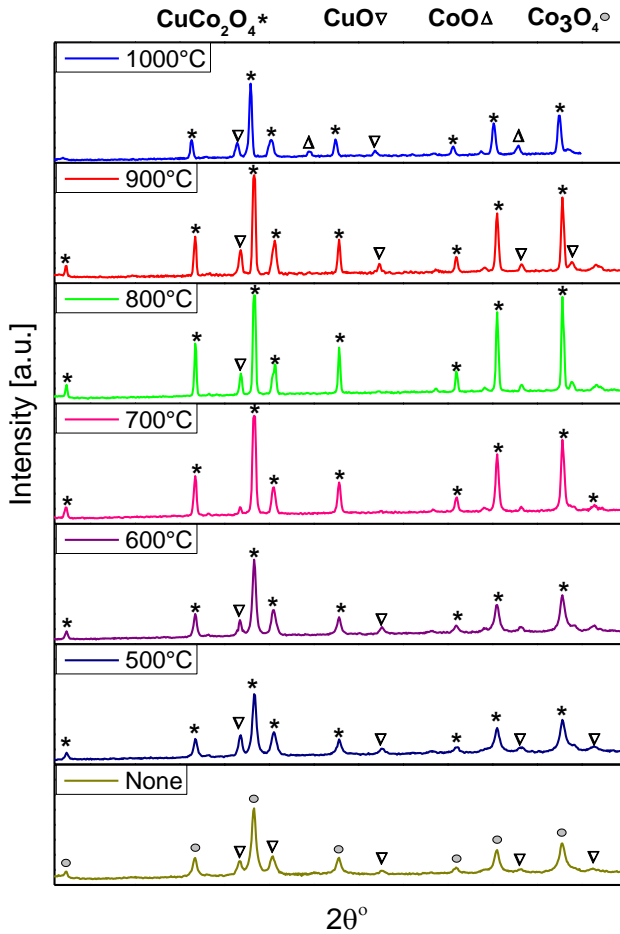
جدول (2) تفسير امتصاصات منحنى الـ (DTA) لجملة كوباتات النحاس قبل الترميد

DTA peak	نوعها	التفسير
130°C	Endo	نزع جزيئات ماء الرطوبة
410°C	Exo	اكسدة Co_2O_3 إلى CoO
770°C	Exo	تشكل كوباتات النحاس

4.2. تحديد درجة الاصطناع المثلى باستخدام تقنية (XRD):

تم دراسة الخصائص البنيوية للعينات المحضرة باستخدام تقنية انعراج الأشعة السينية بغية التحقق من تشكّل المركّب CuCo_2O_4 وتحديد درجة الحرارة المثلى لاصطناعه ولأجل ذلك تم سحب طيف انعراج الأشعة السينية للعينات المحضرة والمكبوسة على

شكل أقراص قبل الترميد وبعده ضمن مجال حراري $^{\circ}C(500 - 1100)$ وخلال زمن قدرة ست ساعات. يبيّن الشكل (3) مخططات انعراج الأشعة السينية للمركب المحضّر بطريقة الاصطناع الصلب. بمقارنة شدّات ومواقع قمم الانعراج في المخططات التي تمّ الحصول عليها مع البطاقات المرجعية تبين أنّ المركب المطلوب بدأ بالتشكّل عند الدرجة $^{\circ}C 500$ واكتمل تشكّله عند الدرجة $^{\circ}C 700$. نلاحظ من الشكل (5) قبل عملية الترميد أنّ كل القمم تعود إلى الأكاسيد الأولية والمسحوق عبارة عن خليط من المواد غير متفاعلة. بترميد المركب عند الدرجة $^{\circ}C 500$ لوحظ ظهور قمم تعود إلى المركب المراد تحضيره بشدّات واضحة عند الزوايا ($2\theta = 36.8, 43.4, 52.9, 70.5, 77.9$) مقارنة مع القمم التي تعود للأكاسيد الأولية إلّا أنّ المسحوق لا يزال يحتوي على العديد من الأطوار الأخرى مما يشير إلى عدم اكتمال اتحاد الأكاسيد حرارياً عند هذه الدرجة وهذا مادفعنا إلى رفع درجة حرارة الترميد إلى درجات حرارة أعلى من $^{\circ}C 600$. تمّ ترميد المركب عند الدرجة $^{\circ}C 700$ لمدة ست ساعات حيث لوحظ اختفاء كل القمم التي تعود إلى الأكاسيد الأولية وظهور قمم انعراج عند المواقع ($2\theta = (22.27, 36.75, 43.35, 45.51,$)
($52.86, 66.00, 77.87$) كلها تعود للمركب المطلوب.

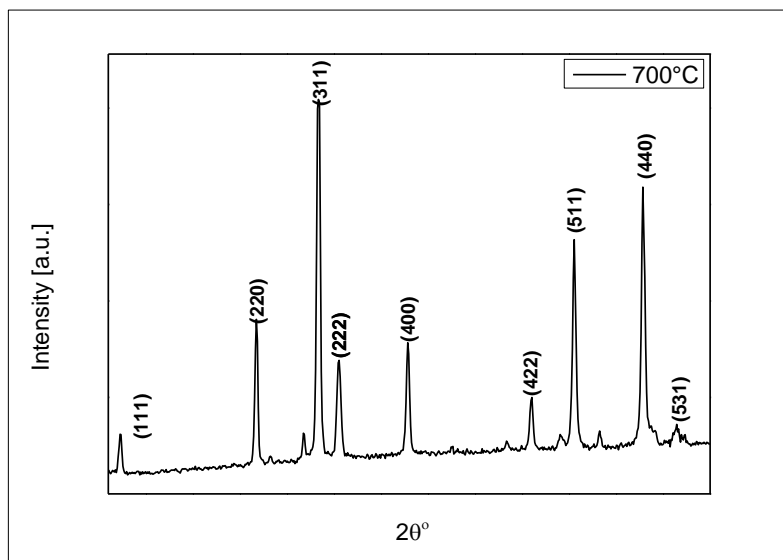


شكل (3) مخططات انعراج الأشعة السينية لمركب CuCo_2O_4 عند درجات حرارة مختلفة

مما يمكننا القول أن المركب CuCo_2O_4 تم اصطناعه عند درجة الحرارة 700°C وزمن ترميد 6h. أما عند زيادة درجة حرارة الترميد عن الدرجة 700°C لاحظنا عودة ظهور قمم تعود إلى الأكاسيد الأولية CuO و CoO بالإضافة إلى تناقص شدات القمم المميزة العائدة لمركب كوبالتات النحاس مما يدل على بدء تفكك المركب عند ترميدة عند درجات حرارة أكبر من 700°C كما هو موضح في الشكل (3).

4.3. دراسة الخصائص البنيوية للمركب CuCo_2O_4 :

يبين الشكل التالي مخطط انعراج السينية للمركب CuCo_2O_4 المحضر بطريقة الاصطناع الصلب والمرمد عند درجة الحرارة 700°C مدة ست ساعات، حيث قمنا بمعالجة المخطط الطيفي لهذا المركب كما يلي:



شكل (4) مخطط انعراج الأشعة السينية للمركب CuCo_2O_4 المحضر بطريقة الاصطناع الصلب والمرمد عند الدرجة 700°C مدة ست ساعات

تمّ تحديد قرائن ميلر للمركب المحضر بمقارنة مخطط الانعراج في الشكل (4) الذي تمّ الحصول عليه مع البطاقة المرجعية ذات الرقم (ICDD No#011155) وتبيّن أن المركب يتبلور وفق البنية المكعبية وينتمي إلى مجموعة التناظر الفراغية $Fd3m$.

تم حساب البعد بين المستويات البلورية d من زوايا الانعراج عند كل خط طيفي باستخدام قانون براغ $n\lambda = 2d \sin \theta$ ، حيث λ طول موجة الأشعة السينية (1.7889Å) و θ زاوية الانعراج. ومن ثمّ تمّ تعيين قيم ثوابت الشبكة البلورية a و b

و c بالاستفادة من قيم d حيث يعطى البعد بين المستويات البلورية d_{hkl} في حالة البنية

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + \ell^2}{a^2} \quad \text{البلورية المكعبية بالعلاقة الآتية:}$$

تم حساب حجم وحدة الخلية أيضاً الذي يعطى بالعلاقة: $V = a^3$

وبالنظر لجميع قيم hkl في الجدول (3) نلاحظ أن هذه القيم مطابقة للعلاقة

$$h + \ell = 2n \quad , \quad k + \ell = 2n \quad , \quad h + k = 2n$$

وهذا يدل أن الشبكة البلورية ذات خلية مكعبية متمركزة الوجوه F . أما فيما يتعلق

بمجموعة التناظر الفراغية فإذا أمعنا النظر إلى قيم hkl في مخطط الانعراج سنلاحظ

أنها جميعاً تطابق القاعدة التالية:

$$hkl \rightarrow h + k + \ell = 2n \text{ أو } 2n + 1$$

$$hk0 \rightarrow h + k = 4n$$

$$h00 \rightarrow h = 4n$$

وبالعودة لجداول مجموعات التناظر نلاحظ أنها متفقة مع مجموعة التناظر الفراغية

$Fd3m$

$SG (227) Fd3m$

ومن معرفة الوزن الجزيئي للمادة $CuCO_2O_4$ وبعد حساب الكثافة التجريبية للمادة

باستخدام دورق الكثافة **picknometer** وبتطبيق القانون $Z = \frac{\rho \cdot N_a \cdot V}{M}$ نحسب عدد

الصيغ في الخلية الواحدة Z ويحول إلى أقرب عدد صحيح.

$$Z = \frac{6.022 \times 10^{23} \times 6.266 \times 520.02 \times 10^{-24}}{245.412} = 7.9969 \approx 8$$

حيث M الوزن الجزيئي للمادة، Na عدد أفوغادرو، V حجم الخلية البلورية الأساسية $(cm)^3$. وبالتالي يمكننا أن نكتب الصيغة العامة لمحتوى الخلية الأساسية بالشكل التالي: $Cu_8Co_{16}O_{32}$ أي إن الخلية الواحدة تحتوي على ثماني ذرات نحاس وست عشرة ذرة كوبالت و 32 ذرة أوكسجين. وباستبدال قيمة Z كعدد صحيح في المعادلة السابقة ينتج لدينا قيمة الكثافة النظرية وكانت القيمة المحسوبة قريبة جداً من القيمة التجريبية مما يثبت دقة حساباتنا النظرية ودقة اختيارنا لوحدة الخلية الأساسية.

$$\rho_T = 6.268g/cm^3$$

وأخيراً تم حساب حجم التبلور من معادلة ديبيي شرر scherrer's formula:

$$L = \frac{K \lambda}{\beta \cos \theta} = 25.4 \text{ nm}$$

L : هو حجم التبلور للمادة مقدراً بـ (nm)

K : ثابت الشبكة ويكون ضمن المجال 0.89-0.93 وعادة تؤخذ وسيطاً 0.9

λ : طول موجة جهاز الأشعة السينية المستخدم مقدراً بـ (nm)

θ : هي زاوية انعراج الأشعة السينية للقمة الأعلى شدة

β : مقدار يعبر عن كامل عرض القمة الأكثر شدة في الطيف عند منتصف هذه القمة

ويمكن حسابه من مخطط انعراج الأشعة السينية للمركب.

تفيد هذه المعادلة في حساب حجم التبلور في حال غياب جهاز انعراج الأشعة السينية للبلورة الوحيدة وهي تعطي فكرة بسيطة عن حجم التبلور أو حجم الدقيقة للمسحوق الموجود وبالتالي تسهل التأكد من النتائج التجريبية التي يتم الحصول عليها حول بنية المركب الناتج ومقارنتها بالنتائج التي تم الحصول عليها باستخدام طرق أخرى. تبين الجداول التالية قيم كل من 2θ و d_{hkl} وقرائن ميلر وجميع الحسابات البنيوية التي اجريناها للمركب $CuCo_2O_4$ المرمد عند الدرجة $700^\circ C$.

جدول (3) قيم $(hkl \cdot d \cdot a \cdot 2\theta)$ للمركب CuCo_2O_4 المرمد عند الدرجة 700°C مدة 6h

Peak	$2\theta^\circ$	$I\%$	$d_{exp}(A^\circ)$	$d_{card}(A^\circ)$	hkl	$a(A^\circ)$
1	22.2729	11	4.6311	4.6500	111	8.0214
2	36.7485	40	2.8376	2.8500	220	8.0260
3	43.3528	100	2.4217	2.4300	311	8.0318
4	45.5140	27	2.3124	2.3099	222	8.0103
5	52.8629	31	2.0095	2.0099	400	8.0380
6	66.0020	15	1.6423	1.6400	422	8.0456
7	70.5556	57	1.5488	1.5499	511	8.0477
8	77.8721	71	1.4233	1.4200	440	8.0515
9	81.5200	5	1.3700	1.3599	531	8.1052
$a = 8.0420 \text{ \AA}$						
$V = 520.09 \text{ \AA}^3$						

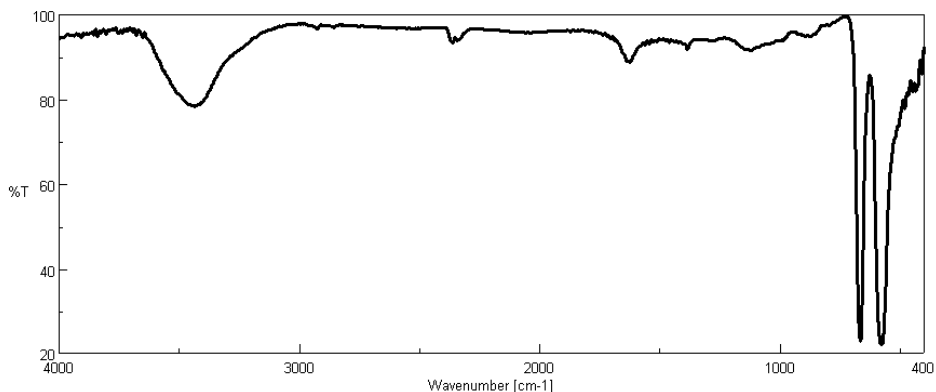
جدول (4) الحسابات البنوية لمركب CuCo_2O_4 المرمد عند الدرجة 700°C مدة 6h

CuCo_2O_4	الحسابات البنوية					
	ثابت الشبكة البلورية	حجم الخلية الأساسية	الكثافة التجريبية	Z	الكثافة النظرية	حجم التبلور
	a (A°)	V (A°) ³	ρ_E (gr/cm ³)		ρ_T (gr/cm ³)	L (nm)
	8.0420	520.09	6.266	8	6.268	25.4

4.4. دراسة طيف الأشعة تحت الحمراء FT-IR:

يعتبر التحليل الطيفي لامتناص أشعة الـ (IR) من الطرق الأساسية المستخدمة في التحليل النوعي الآلي الذي يتم من خلاله التعرف على تركيب الجزيئات و تحديد الزمر الوظيفية والروابط الكيميائية ونوعية الاهتزاز. وقد تمت دراسة طيف الـ (IR) للعينة المحضرة وذلك لتأكد بنية المركب المصطنع وتأكيد النتائج التي كنا قد حصلنا عليها من

مخطط انعراج الأشعة السينية. يبين الشكل التالي طيف الأشعة تحت الحمراء لعينة كوبالتات النحاس المحضرة والمرمدة عند الدرجة $700^{\circ}C$.



شكل (5) طيف الأشعة تحت الحمراء لمركب كوبالتات النحاس المرمد عند الدرجة $700^{\circ}C$

حيث يظهر الطيف وجود أربع عصابات امتصاص والجدول التالي يبين هذه العصابات والأعداد الموجبة الموافقة لكل منها.

جدول (5) عصابات الامتصاص في طيف (IR) لمركب كوبالتات النحاس

العدد الموجي Cm^{-1}	نمط الاهتزاز	عصابة الامتصاص
3436.6	امتطاط الرابطة O-H	1
1626.66	حني جزيئات الماء ضمن الشبكة البلورية	2
665.321	امتطاط الرابطة $CuO_4 \downarrow Cu-O$	3
577.576	امتطاط الرابطة $CoO_6 \downarrow Co-O$	4

5- الخلاصة والاستنتاجات:

تم اصطناع مركب كوبالتات الزنك (CuCo_2O_4) بطريقة الـ (Solid-state) انطلاقاً من الأكاسيد الأولية، ودراسة بنيته البلورية بتقنية التحليل الحراري التفاضلي وحيود الأشعة السينية ومطيافية الأشعة تحت الحمراء، أظهرت النتائج أن تشكل المركب ضمن المجال الحراري ($800-900^\circ\text{C}$) وتفككه إلى الأكاسيد الأولية عند درجات الحرارة الأعلى من ذلك، حسبت قرائن ميلر للمركب الناتج ووجد أنه يتبلور ببينية مكعبية من نمط السباينل ويتمتع بمجموعة تناظر فراغية ($\text{Fd}3\text{m}$) تم تأكيد الحصول على الناتج المطلوب عن طريق طيف تحت الأحمر ومنحني التحليل الحراري التفاضلي.

المراجع:

- [1] Deraz NM, Fouda MMG. Fabrication and Magnetic Properties of Cobalt-Copper Nano- Composite. 2013; 8: 2682–2690.
- [2] Paknahad P, Askari M. Characterization of nanocrystalline CuCo_2O_4 spinel prepared by sol – gel technique applicable to the SOFC interconnect coating. Epub ahead of print 2015. DOI: 10.1007/s00339-015-9021-7.
- [3] Zhang GY, Guo B, Chen J. MCo_2O_4 (M = Ni, Cu, Zn) nanotubes: Template synthesis and application in gas sensors. *Sensors Actuators, B Chem* 2006; 114: 402–409.
- [4] Chen H, Chen J. Preparation of p-type CuCo_2O_4 thin films by sol-gel processing. 2016; 14–16.
- [5] Alizadeh-gheshlaghi E, Shaabani B, Khodayari A. Investigation of the catalytic activity of nano-sized CuO , Co_3O_4 and CuCo_2O_4 powders on thermal decomposition of ammonium perchlorate. *Powder Technol* 2012; 217: 330–339.
- [6] Zhao S, Li Q, Li F, et al. Synthesis of spinel CuCo_2O_4 nanoparticles and its application in p -nitrophenol reduction. *J Sol-Gel Sci Technol* 2016; 0–1.
- [7] Smart LE, Moore EA. Solid state chemistry: an introduction. CRC press; 2012 May 29.
- [8] West AR. Solid state chemistry and its applications. John Wiley & Sons; 2014 Mar 17.

إعادة تدقيق ستراتغرافي للتشكيلات الرسوبية

المتوضعة فوق صخور المعقد الأفيوليتي

في رقعة اللاذقية

الدكتور عبد الكريم عبد الله * الدكتور سامر البب ** ووردنان حمدو ***

الملخص

يتناول هذا البحث دراسة ستراتغرافية للتشكيلات الرسوبية المتوضعة فوق صخور المعقد الأفيوليتي في رقعة اللاذقية 1/50000، وذلك بإجراء تحاليل مستحاثية لمجموعة من العينات الصخرية والبالغ عددها (19) عينة أُخذت من الصخور المكتشفة والمتنوعة السحنة في منطقة الدراسة.

بيّنت الدراسة المفصلة لست مواقع في منطقة الدراسة أنّ عمر الاعتلاء الأفيوليتي في منطقة البابر - بسيط هو ما قبل الماسترختيان الى ما قبل الكمبانيان الأعلى وقد يكون سينونيان أسفل وليس ماسترختيان وهذا نتيجة توافق عمر الاعتلاء الأفيوليتي في مناطق مجاورة لمنطقة البابر - بسيط

* أستاذ مساعد - قسم الجيولوجيا - كلية العلوم - جامعة تشرين - سورية.

Abdul976@yahoo.fr

** مدرس - قسم الجيولوجيا - كلية العلوم - جامعة تشرين - سورية. Samer.Albub.2021

طالبة دكتوراه - قسم الجيولوجيا - كلية العلوم - جامعة تشرين - ***

ward.hm1239@gmail.com سورية.

Stratigraphic re-check of the sedimentary formations located above the rocks of the ophiolite complex in the Latakia sheet

Dr. Abd Al - Kareem Abdullah* Dr. Samer Al - Bub
Wardinan Hamado*****

Abstract

This research deals with a stratigraphic study of the sedimentary formations located above the rocks of the ophiolite complex in the Lattakia sheet 1/50000, by conducting fossil analyzes of a group of (19) rock samples taken from the exposed and diverse rocks in the study area.

The detailed study of six sites in the study area showed that the age of ophiolite ascent in the Payer - Baseet region is pre-Maastrichtian to pre-Upper Campanian and it may be Sinonian below and not Maastrichtian.

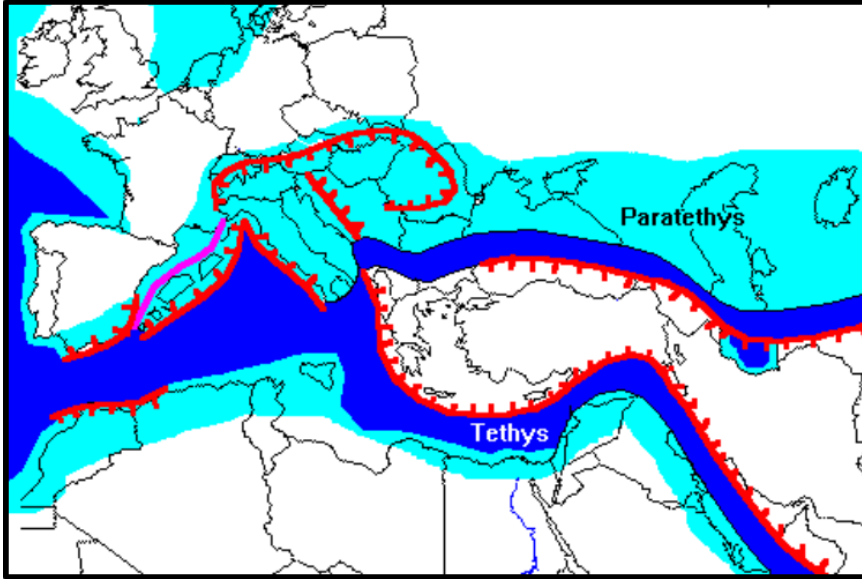
* Assistant Professor, Faculty of Science, Tishreen University, Syria.
"Abdul976@yahoo.fr"

** lecturer at Faculty of Science, Tishreen University, Syria."
Samer.Albub.2021"

*** PhD student , Faculty of Science , Tishreen University , Syria
"ward.hm1239@gmail.com".

مقدمة:

تنتشر المعقدات الأفيوليتية في منطقة حوض المتوسط من يوغسلافيا وألبانيا غرباً حتى إيران وقوس عمان شرقاً مروراً باليونان وقبرص وسوريا وتركيا لمسافة تزيد على 300 كم وكذلك في الطيات حول جبال طوروس وجنوب الباكستان وكرمانشاه. تتكشف الصخور الأفيوليتية في شرق المتوسط على امتداد نطاقين شبه متوازيين لهما اتجاه عام شرق -غرب. النطاق الأول وهو نطاق بيتلس _ زاغروس ويقع في الجزء الجنوبي لحافة السطیحة الكربوناتية الطوروسية ويضم أفيوليت ترودوس وجبال طروادة، أما النطاق الثاني فهو نطاق جبال طوروس الممتد من الأمانوس والبسيط على طول الحافة الجنوبية للسطیحة الطوروسية والمتجزء في وحدات أفيوليتية متقلعة ومشوهة ويشمل تكشفات أفيوليت Lycian و Mersin و Pozanti و Beysehir . هذا وتتميز جميع الصخور الأفيوليتية المنتشرة في منطقة شرق المتوسط بوجودها فوق أرضية من الصخور المتحولة (AL-Riyami et al, 2002).



الشكل (1): مخطط يبين محيط التيتس قبل 20 مليون سنة وتوزع الكتل الأفيوليتية في قوس الشرق العربي وشرق البحر المتوسط (Dutch, 2003).

أهمية البحث وأهدافه:

تُعد الدراسة هامة في إعادة تأريخ المعقد الأفيوليتي في السلسلة الساحلية (رقعة اللاذقية) ويهدف البحث إلى تدقيق العمر الجيولوجي لبداية التشكيلات الرسوبية المتوضعة فوق صخور المعقد الأفيوليتي في رقعة اللاذقية بغية تحديد عمر الاعتلاء الأفيوليتي السوري.

طرائق البحث وأدواته:

نُفذت الدراسة على مرحلتين حقلية ومخبرية:

1- الأعمال الحقلية: أجريت الدراسات الأولية والجولات الحقلية التي تمّ فيها تنفيذ أربعة مقاطع جيولوجية في عدة مواقع من رقعة اللاذقية عند حدود التماس بين صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية ، وهذه المواقع هي: أم الطيور، بلوران، الضامات ، برنة، الخابورية، الكنيسات (الشكل 2). ركّزت الأعمال الحقلية على حدود التماس بين صخور المعقد الأفيوليتي وبين الصخور الرسوبية المتوضعة فوقه ومتابعة التغيرات الليتولوجية على مقياس سنتيمترى وديسيمترى. أُخذت من هذه المقاطع 19 عينة صخرية نموذجية بهدف الدراسة المستحاثية كما وتمّ اسقاط العينات المأخوذة من المقاطع في المكان.

2- الأعمال المخبرية: تمّ تحضير العينات الطرية لإجراء الدراسة المستحاثية بهدف تحديد الأعمار الجيولوجية بدقة، حيث تمّت دراسة المنخربات المنتقاة من العينات باستخدام مكبرة بقوة تكبير 90X لتحديد أنواعها وأجناسها حسب المراجع العالمية المختصة.

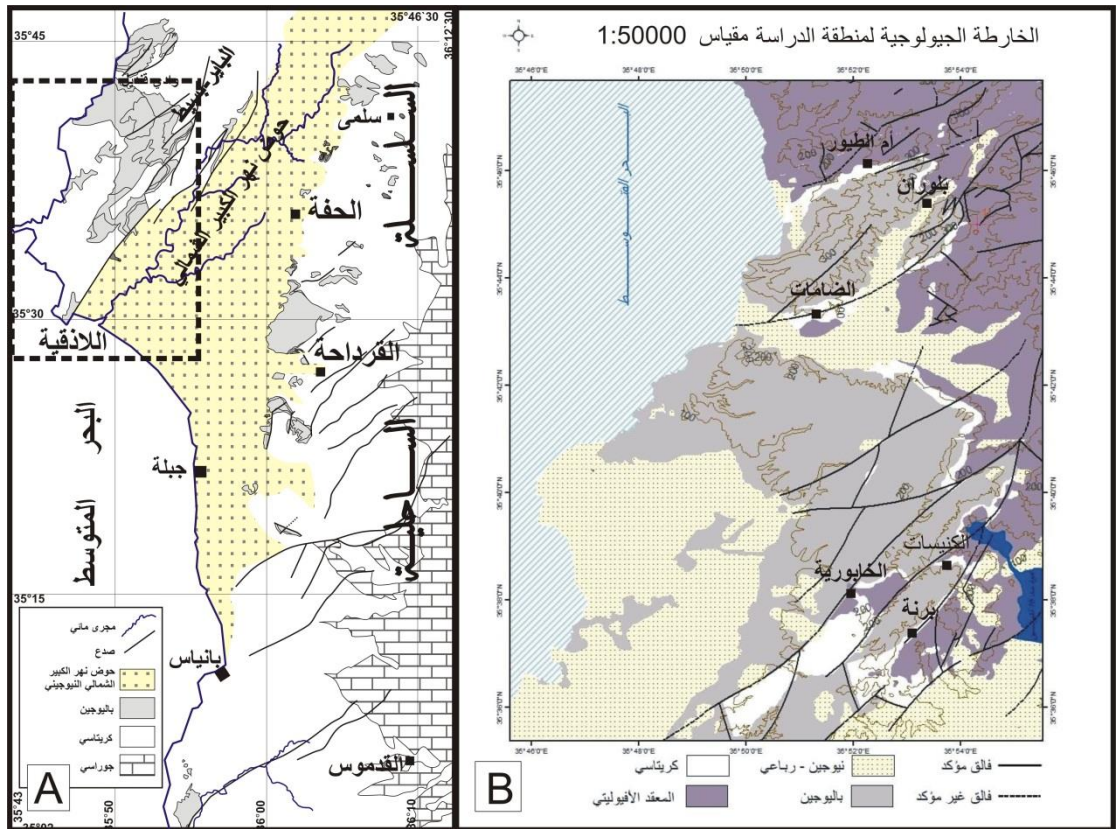
الإطار الجيولوجي لمنطقة الدراسة:

ينتمي المعقد الأفيوليتي المتكشّف في منطقة البائر - البسيط الى الحزام الأفيوليتي الجنوبي الممتد من قبرص الى سوريا وتركيا وإيران وحتى جبال عمان، تشكّل الصخور الأفيوليتية في البسيط الامتدادات الشرقية للصخور الأفيوليتية الموجودة في قبرص ويمثّل

هذا المعقد أيضاً الجزء المركزي للقوس الأفيوليتي الممتد من قبرص الى البايير - البسيط الى أنطاكية وجبل الأكراد (Pearce et al, 1998).

تقع منطقة الدراسة في الجزء الشمالي الغربي من القطر بمحاذاة شاطئ البحر الأبيض المتوسط، وتتكشف في المنطقة صخور مغماتية يعود عمرها حسب الدراسات السابقة الى ما قبل الترياسي الأعلى، أما الصخور الرسوبية المتكشفة في المنطقة فتتمد أعمارها من الكريتاسي وحتى النيوجين والرباعي وتمتد ضمن الاحداثيات التالية (الشكل 2):

E: 35° 51' 00" و 35° 53' 00" و 35° 39' 00" و 35°
N: 45' 00"



(الشكل 1): A- خارطة جيولوجية توضح موقع منطقة الدراسة في السلسلة الساحلية.

B- خارطة جيولوجية لمنطقة الدراسة تظهر المواقع المدروسة (Ajmian, 1997).

الستراتغرافيا:

- دُرست توضعات المعقد الأفيوليتي بالتفصيل من قبل السوفييت وقد أعطى لها الباحثون عمراً يمتد بين أعلى الترياسي وأعلى الكريتاسي (Ponikarov, 1968)، أما توضعات الكريتاسي فهي تعود الى الألبسيان والألبيان والسينومانيان والتورونيان والماسترختيان.

- أما (Parrot, 1974) فقد ذكر أنّ منطقة البايير - البسيط تتألف من مجموعة من القشور الأفيوليتية حُملت من الشمال الى الجنوب خلال الماسترختيان.

- درس (Montigny et al, 1980) صخور المعقد الأفيوليتي المنتشرة في تركيا وحدد عمر اعتلاء المعقد الأفيوليتي في Lycian كمبانيان - ماسترختيان، أما في Mersin فيعود عمر اعتلاء المعقد الأفيوليتي الى الماسترختيان الأوسط، في حين يُقدر عمر اعتلاء المعقد الأفيوليتي في كل من Pozanti و Beysehir خلال الماسترختيان.

- ذكر (Inwood, 2005) خلال دراسته للمعقد الأفيوليتي في Hatai أنّ صخوره تتراكب على صخور رسوبية من عمر الالبان - ألبسيان وأنّ أقدم الصخور الرسوبية المغطية للأفيوليت تعود للكريتاسي الأعلى حيث يغطي الماسترختيان الأسفل صخور المعقد الأفيوليتي بسماكة 2-5 م ويكون حاوي على مخلفات الأفيوليت.

أما المعقد الأفيوليتي في Torrodos فهو يُعتبر من أكثر المعقدات الأفيوليتية التي دُرست في العالم حيث يُغطى أفيوليت Torrodos بعدة تشكيلات (لها تسميات محلية) تعود بعمرها الى التورونيان - كمبانيان.

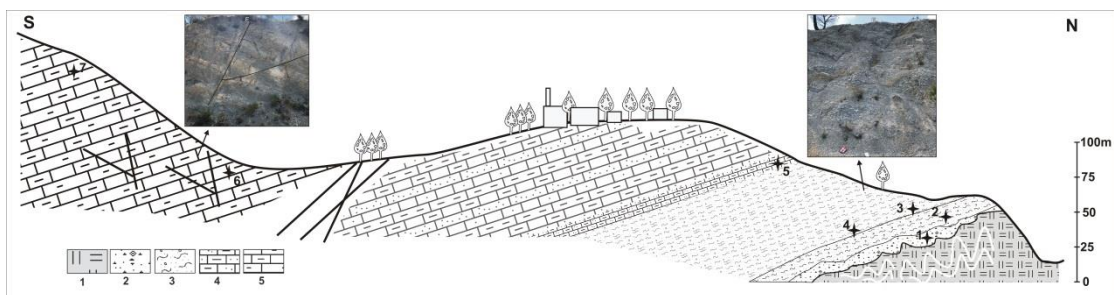
- أما (Ajmian, 1997) فلم يتطرق أثناء مسح خارطة اللاذقية لدراسة التوضعات الأفيوليتية واعتمد على نتائج دراسة السوفييت السابقة واقتصر على أعمال المسح على دراسة

التوضعات الرسوبية حيث تعود أقدم هذه التوضعات الى الكريتاسي الأعلى وتكون محدودة الانتشار وتقتصر على الرسوبيات العائدة الى الماسترختيان الأعلى.

النتائج والمناقشة:

تم تنفيذ ست مقاطع جيولوجية في مواقع مختلفة مناسبة عند حدود التماس بين صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة فوقه، وهذه المقاطع هي: أم الطيور، يلوران، الكنيسات، برنة، الخابورية، الضامات و.سوف نصف المقاطع المدروسة من الشمال الى الجنوب:

موقع أم الطيور: تقع بداية المقطع عند الاحداثيات التالية " $35^{\circ} E - 26.3^{\circ} N$ " $44.8' 45''$ في قرية أم الطيور حيث تتكشف الصخور الرسوبية المغطية لصخور المعقد الأفيوليتي والمتمثلة في هذا الموقع بطبقات مطوية ومشوهة من الراديولاريت والغضار الأحمر اللون. تبدأ أولى طبقات الصخور الرسوبية فوق الراديولاريت بصخور حطامية رملية غضارية تحوي على كتل من صخور كلسية قاسية مختلفة الأحجام وهي غير متماسكة متناوبة مع حجر رملي بسماكة حوالي 3م تعلوها صخور حوارية رملية تتغير نحو الأعلى تدريجياً الى حجر كلسي حواري حطامي بسماكة تصل الى 25 م وسطياً في الأعلى تسيطر الصخور ذات التركيب الكلسي المارني على الطبقات الصخرية بسماكة وسطية 25 م تنتهي الطبقات تحت غطاء نباتي بحيث يتعذر معرفة التركيب الصخري، يتابع المقطع نحو الجنوب والجنوب الغربي بتوضعات مارنية كلسية ديسيمترية ذات لون أبيض مصفر مقطوعة بمجموعة من الفوالق العادية نعتقد بأنها مرافقة للترسيب بسماكة 10 م تعلوها نحو الجنوب الشرقي تناوبات كلسية مارنية ومارنية حوارية بسماكة تصل حتى 80 م (الشكل 3).

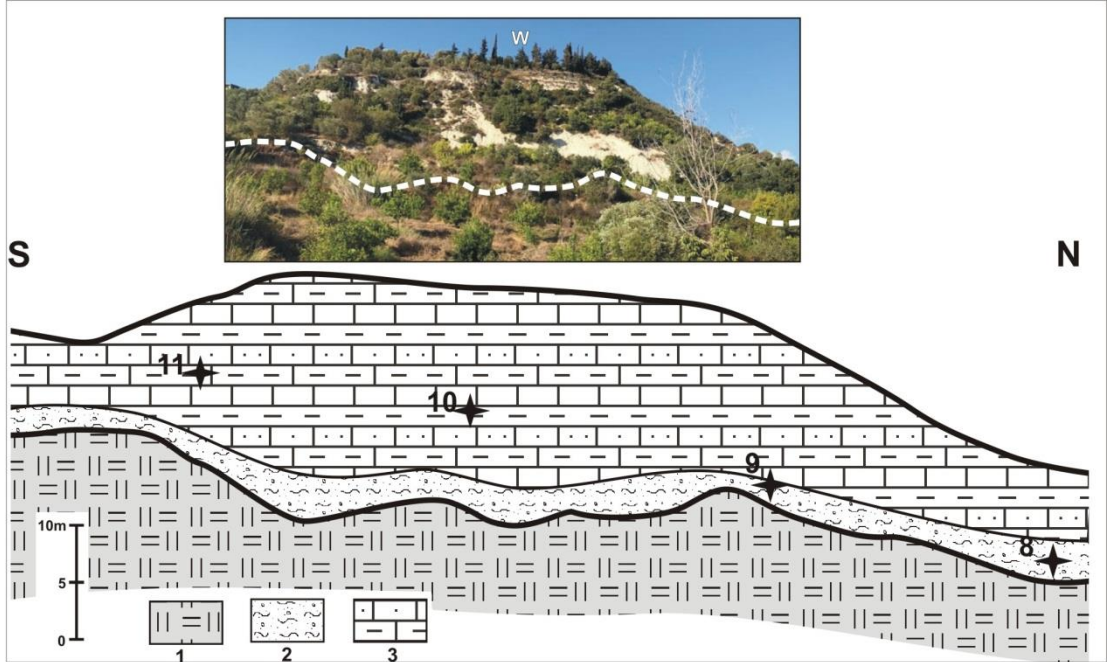


(الشكل 3): بروفيل يوضح صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة فوقه في موقع أم الطيور موضحاً عليه أرقام العينات (1- راديولاريت، 2- حجر رملي غضاري 3- حوار رملي حطامي ، 4-كلس رملي، 5- كلس مارني)

تُظهر نتائج التحليل المستحاثي للعينات (1، 2، 3، 4، 5) أنها عائدة لعمر الماسترختيان الأسفل (نطاق *Globotruncana falsostuarti*) أما نتائج التحاليل المستحاثية للعينات (7، 8) فتظهر أنها عائدة لعمر الإيوسين الأسفل (نطاق *Acarinina pentacamerata*) (الجدول 1).

موقع بلوران: يقع عند الإحداثيات التالية: $E: 35^{\circ} 54' 7.36''$ $N: 35^{\circ} 45'$ -18.33" جنوب شرق قرية بلوران، حيث تتكشف الصخور الرسوبية المغطية لصخور المعقد الأفيوليتي والمتمثلة في هذا الموقع بصخور فاسدة من البيرودوتيت والسبرنتينيت وتعلوها طبقات من الراديولاريت والغضار الأحمر اللون. إنّ الحد بين صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية التي تعلوها غير واضحة تماماً بسبب وجود الغطاء النباتي الكثيف وبعض الأراضي الزراعية التي تغطي سماكة تقدر ب 10 م تبدأ أولى الطبقات الرسوبية واضحة التكشف (الشكل 4) بصخور حوارية حطامية بسماكة قليلة لاتتجاوز 3

م تتحول تدريجياً الى توضعات كلسية ومارنية كلسية متناوية بيضاء اللون على كامل
التكشيف الصخري بسماكة حوالي 16م (الشكل 4)

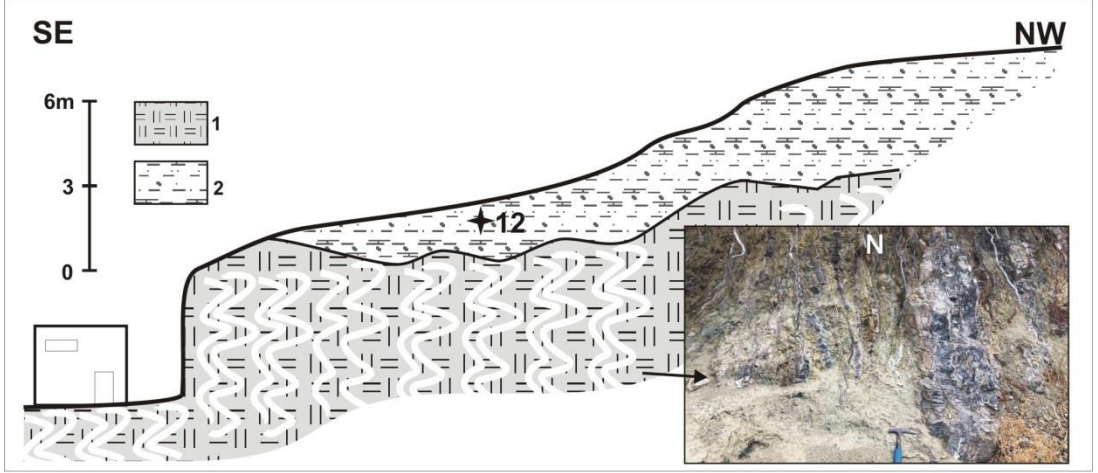


(الشكل 4): بروفيل يوضح صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة
فوقه في موقع بلوران موضحاً عليه أرقام العينات (1- راديولاريت، 2- حوار رملي
حطامي ، 3-كلس رملي)

تُظهر نتائج التحليل المستحاثي للعينات (8، 9، 10، 11) أنها عائدة لعمر الماسترختيان
الأسفل (نطاق *Globotruncana falsostuarti*) (الجدول 1)

موقع الضامات: يقع عند الاحداثيات التالية: "56.19 35° 51' E: 35° 43' N:
"-8.42 بالقرب من قرية الضامات - وادي قنديل ، يتميز هذا الموقع بتكشيف محدود
لصخور المعقد الأفيوليتي المتمثلة بطبقات شاقولية من الراديولاريت والغضاربات حمراء
اللون والتي تحوي على شواهد نفطية بيتومينية. مغطاة بطبقات رسوبية شبه أفقية. تتراوح

سماكة هذه الطبقات الرسوبية بين 10 الى 15 م وهي مغطاة بغطاء نباتي كثيف إلا أن أعمال الحفريات في المنطقة ساهمت بإيضاح هذه التوضعات، تتمثل الصخور الرسوبية المغطية للمعقد الأفيوليتي بصخور حوارية حطامية ومارنية رملية الى مارنية كلسية (الشكل 5)

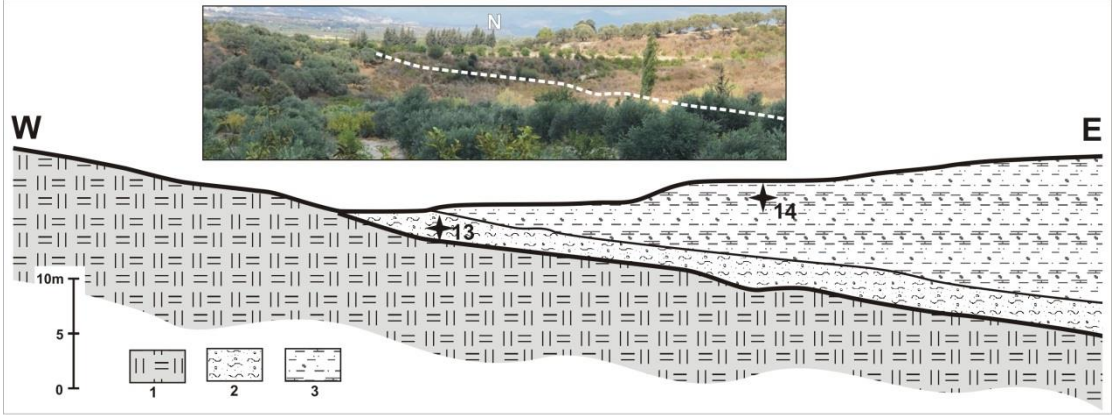


(الشكل 5): بروفيل يوضح صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة فوقه في موقع الضامات موضحاً عليه أرقام العينات (1- راديولاريت، 2- حوار حطامي و مارن رملي)

تُظهر نتائج التحليل المستحاثي للعينات المأخوذة من الرسوبيات المتوضعة مباشرة فوق المعقد الأفيوليتي أنها عائدة لعمر الماسترختيان الأسفل (نطاق *Globotruncana falsostuarti* (الجدول 1)

موقع برنة: يقع عند الاحداثيات التالية: E: 35° 51' 58" - N: 35° 37' 46" جنوب شرق قرية برنة، حيث تتكشف الصخور الرسوبية المغطية لصخور المعقد الأفيوليتي والمتمثلة في هذا الموقع بالراديولاريت والغضار الأحمر اللون. تبدأ أولى الطبقات الرسوبية واضحة التكشف (الشكل 6) بصخور حوارية حطامية مع كتل و جلاميد ضمنها

بسماعة قليلة لا تتجاوز 3 م تعلوها توضعات مارنية رملية الى مارنية كلسية بسماعة على كامل التكشف الصخري حوالي 10 م. (الشكل 6)



(الشكل 6): بروفيل يوضح صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة

فوقه في موقع برنة موضحاً عليه أرقام العينات (1- راديولاريت، 2- حوار رملي

حطامي، 3- مارن رملي)

تُظهر نتائج التحليل المستحاثي للعينات (13، 14) أنها عائدة لعمر الكمبانيان)

نطاق *Globotruncana ventricosa* (الجدول 1)

موقع الخابورية: يقع عند الاحداثيات التالية: "06.23' 52° E: 35° 38' N:

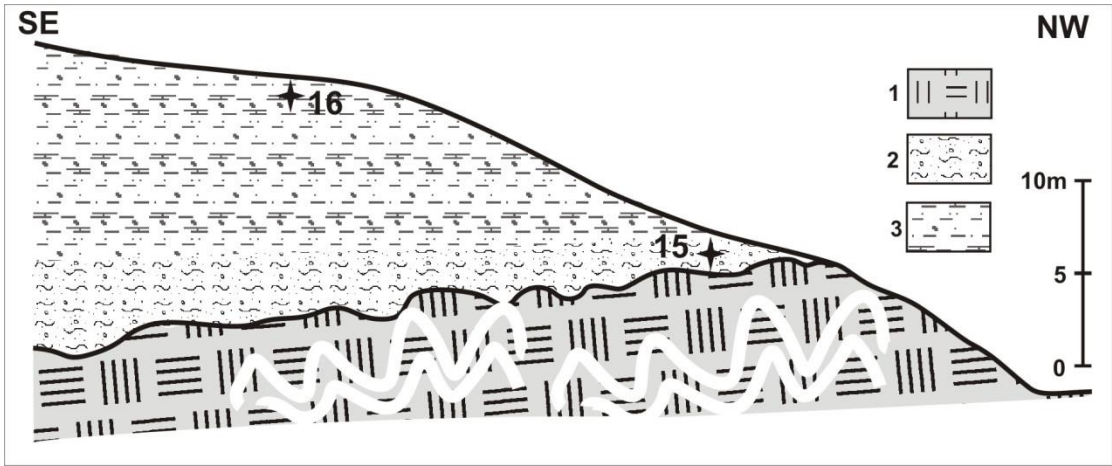
-18.7" شمال قرية الخابورية وهو مشابه الى حد كبير لموقع برنة السابق حيث تتكشف

الصخور الرسوبية المغطية لصخور المعقد الأفيوليتي والمتمثلة في هذا الموقع

بالراديولاريت والغضار الأحمر المطوي والحاوي على شواهد نفطية اسفلتية. تبدأ أولى

الطبقات الرسوبية (الشكل 7) بصخور حوارية رملية حطامية بسماعة 3 م تتحول تدريجياً

الى مارن رملي ومارن كلسي بسماعة 15 م

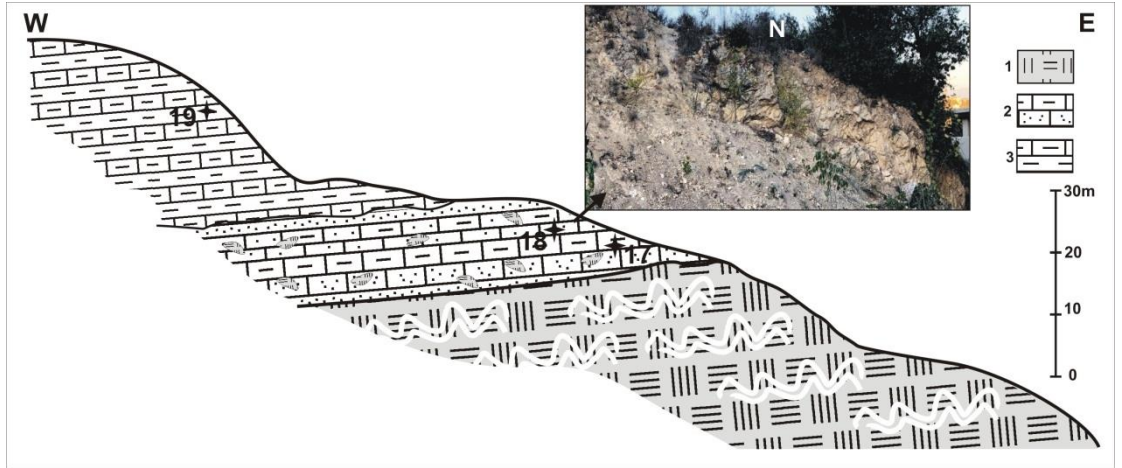


(الشكل 7): بروفيل يوضح صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة فوقه في موقع الخابورية موضحاً عليه أرقام العينات (1- راديولاريت، 2- حوار رملي حطامي، 3- مارن رملي)

تُظهر نتائج التحليل المستحاثي للعينات (15، 16) أنها عائدة لعمر الكمبانيان (نطاق *Globotruncana ventricosa*) (الجدول 1)

موقع غرب الكنيسات: يقع عند الاحداثيات التالية: "2.24 35° 53' E: 35° 37' N -21.63 غرب قرية الكنيسات، حيث تتكشف الصخور الرسوبية المغطية لصخور المعقد الأفيوليتي والمتمثلة في هذا الموقع بصخور من البيرودوتيت والسبرنتينيت الفاسدة وتعلوها طبقات من الراديولاريت والغضار الأحمر اللون، وهي على تماس واضح مباشرة مع صخور رسوبية تعلوها تبدأ أولى الطبقات الرسوبية بحجر كلسي رملي حطامي محمر اللون يحوي على حصى من صخور المعقد الأفيوليتي متناوبة مع طبقات كلسية مارنية رملية بسماكة تصل الى 15 م، تعلوها بتغير لیتولوجي واضح طبقات كلسية مارنية متناوبة مع طبقات مارنية بيضاء اللون بسماكة تصل الى 20 م ضمن التكتشف

(الشكل 8)

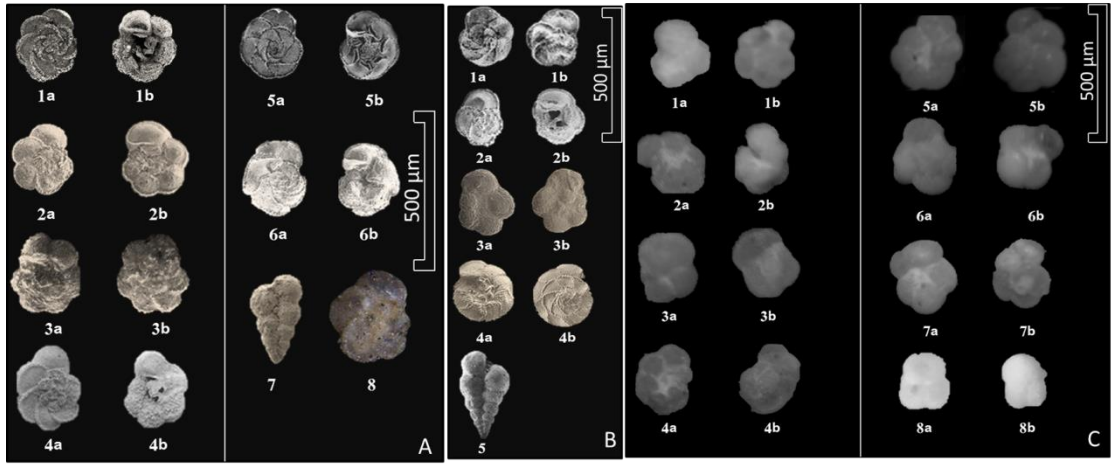


(الشكل 8): بروفيل يوضح صخور المعقد الأفيوليتي والصخور الرسوبية المتوضعة فوقه في موقع الكنيسات موضعاً عليه أرقام العينات (1- راديولاريت، 2-كلس رملي، 3- كلس مارني)

تُظهر نتائج التحليل المستحاثي للعينات (17، 18) أنها عائدة لعمر الكمبانيان (نطاق *Globotruncana ventricosa*) أما نتائج التحاليل المستحاثية للعيينة (19) فتظهر أنها عائدة لعمر الإيوسين الأسفل (نطاق *Acarinina pentacamerata*) (الجدول 1).

(جدول 1) يظهر نتائج التحاليل المستحاثية للعينات المأخوذة من المواقع المدروسة.

اسم الموقع		أم الطيور										بلوران		برنة	خابورية	الكنيسات				
رقم العينة	المستحاثات	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	<i>Globotrucana ventricosa</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Globotruncana bulloides</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Globotruncana linneiana</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Globotruncanita elevata</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Globotruncanita subspinoso</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Heterohelix globulosa</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Rosita fornicata</i>													X	X	X	X	X	X	
	<i>Globotruncana falsostuarti</i>	X	X	X	X	X							X	X	X	X				
	<i>Globotruncana egyptiaca</i>	X	X	X	X	X							X	X	X	X				
	<i>Globotruncanella havanensis</i>	X	X	X	X	X							X	X	X	X				
	<i>Globotruncanita stuarti</i>	X	X	X	X	X							X	X	X	X				
	<i>Pseudotextularia elegans</i>	X	X	X	X	X							X	X	X	X				
X	<i>Morozovella gracilis</i>																			X
X	<i>Morozovella formosa formosa</i>																			X
X	<i>Morozovella subbotinae</i>																			X
X	<i>Morozovella velascoensis</i>																			X
X	<i>Acarinina aspensis</i>																			X
X	<i>Acarinina pentacamerata</i>																			X
X	<i>Subbotina pseudoeocaena</i>																			X
X	<i>Morozovella marginodentata</i>																			X
X	<i>Morozovella occlusa</i>																			X



صورةً مجهريةً لبعض المنخريات المحددة للأعمار المدروسة.

- A- (الكمبانيان) 1- *Globotruncana ventricosa*, 2- *Globotruncana bulloides*, 3- *Globotruncana linneiana*, 4- *Globotruncana lapparenti*, 5- *Globotruncanita elevata*, 6- *Globotruncanita subspinosa*, 7- *Heterohelix globulosa*, 8- *Rosita fornicate*. B- (الماسترختيان الأسفل) 1- *Globotruncana falsostuarti*, 2- *Globotruncana aegyptiaca*, 3- *Globotruncanella havanensis*, 4- *Globotruncanita stuarti*, 5- *Pseudotextolaria elegans*. C- (الإيوسين الأسفل) 1- *Morozovella gracilis*, 2- *Morozovella formosa formosa* (BOLLI), 3- *Morozovella subbotinae* (MOROZOVA), 4- *Morozovella velascoensis* (CUSHMAN), 5- *Acarinina aspensis* (COLOM), 6- *Acarinina interposita* (SUBBOTINA), 7- *Acarinina pentacamerata* (SUBBOTINA), 8- *Subbotina pseudoecaena* (SUBBOTINA)

نتائج الدراسة:

تبين دراسة المواقع السابقة للصخور الرسوبية التي تغطي مباشرة صخور المعقد الأفيوليتي أنّ عمر الاعتلاء الأفيوليتي في منطقة الباير - بسيط هو ما قبل الماسترختيان الى ما قبل الكمبانيان الأعلى وقد يكون سينونيان أسفل وليس ماسترختيان كما بيّنت الدراسات السابقة () وهذا النتيجة توافق عمر الاعتلاء الأفيوليتي في مناطق مجاورة لمنطقة الباير - بسيط كما في منطقة Hatai و Lycian و Torrodos بحسب (Montigny, 1980 و Inwood, 2005) وفي مناطق أبعد من ذلك في شمال شرق الصفيحة العربية حيث بدأ الاعتلاء الأفيوليتي في نهاية التورونيان (Sharland et al, 2001)

إنّ الاعتلاء الأفيوليتي هو حدث جيوديناميكي على مقياس الصفائح التكتونية يتمثل بتراكب جزء من الليتوسفير المحيطي على الهوامش القارية ويترافق عادة بتشوّهات ضغطية محلية في مناطق الاعتلاء ويمتد تأثيره بعيداً الى داخل الصفائح على شكل نهوضات تسبب عدم توافقات و ثغرات ستراتغرافية.

إنّ عمر الاعتلاء المحدد من قبلنا في منطقة الباير - بسيط يتوافق تماماً مع الغيابات المحلية والثغرات الستراتغرافية ضمن الكريتاسي الأعلى في سوريا حيث نجد في السلسلة الساحلية العديد من سطوح الحت والتعرية تمتد ما بين التورونيان والسانتونيان (Filak, 2002) تسبب جزئياً غياب الكمبانيان الكونياسيان والسانتونيان وأحياناً تطال أعلى التورونيان أما في السلسلة التدمرية نلاحظ غياب الكونياسيان وأحياناً يوجد محلياً بسماكة قليلة جداً (عدة أمتار) على شكل حجر رملي (Salel, 1966: Ponikarov, 1993) وكذلك الأمر في صفيحة حلب (Ponikarov, 1966) حيث يغيب الكونياسيان ويكون على شكل توضعات حطامية جصية في موقع وحيد قرب حماه. (Ponikarov, 1966).

المراجع: References

- 1- Ponikarov, V. Explanatory notes to the geological of Syria (Latakia and Hama sheet), scale 1/200000. Damascus. 1966
- 2- Ponikarov, V. . Explanatory notes to the geological of Syria (kasab sheet), scale 1/50000. Ministry of Petroleum and Mineral Resources. Damascus. 1968.
- 3- R. Montigny R. Thuizat, H. Whitechurch, and T. Juteau. K-Ar Dating of Some Infra-Ophiolitic Metamorphic Soles From The Eastern Mediterranean: New Evidence For Oceanic Thrustings Before Obduction. Earth and Planetary Science Letters, 52 302-310, 1981.
- 4- Jennifer Inwood, The Tectonic Evolution Of The Hatay Ophiolite Of Southeast Turkey. University of Plymouth Research Theses, 2005.
- 5- Jean-François Parrot, Les Écailles Métamorphiques Infrapéridotitiques Du Baër-Bassit (Nord-Ouest De La Syrie), 1974.
- 6- Krashennnikov, V.A., Glovin, I.D., Mouravyov, I.V., The Paleogene of Syria – Stratigraphy, Lithology, Geochronology, Geologisches Jahrbuch Reihe B, Band B 86, 136 p, 1996.
- 7- Jack Ajmian, . Explanatory notes to the geological of Syria (latakia sheet), scale 1/50000. Ministry of Petroleum and Mineral Resources. Damascus. 1997.

8- Pearce, J. A., Lippard, S. J., and Roberts, S., Characteristics and Tectonic significance of Supra-Subduction Zone Ophiolites. In Kokelaar, B. P., and Howells, M. F. (Eds.), *Marginal Basin Geology. Geol. Soc. Spec. Publ. London*, 1617-94. , 1998.

9- Al-Riyami, K., Robertson, A. Dixon, J., Xenophontos, C., Origin and Emplacement of Late Cretaceous Baer-Bassit Ophiolite and its Metamorphic Sole in NW Syria, *Elsevier, Lithos* 65, , 225-260., 2002.

10- Filak, J. M..Les Plates-formes Carbonatées D'âge Crétacé Moyen À Supérieur De La Chaîne Côtière De Syrie. Université de Provence.289, 2002.