

مجلة جامعة حمص

سلسلة العلوم الأساسية

مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 47 . العدد 3

1443 هـ - 2025 م

الأستاذ الدكتور عبد الباسط الخطيب

رئيس جامعة حمص

المدير المسؤول عن المجلة

رئيس التحرير	أ. د. وليد حمادة
رئيس التحرير	أ. د. درغام سلوم

عضو هيئة التحرير	د. محمد فراس رمضان
عضو هيئة التحرير	د. مضر سعود
عضو هيئة التحرير	د. ممدوح عبارة
عضو هيئة التحرير	د. موفق تلاوي
عضو هيئة التحرير	د. طلال رزوق
عضو هيئة التحرير	د. أحمد الجاعور
عضو هيئة التحرير	د. الياس خلف
عضو هيئة التحرير	د. روعة الفقس
عضو هيئة التحرير	د. محمد الجاسم
عضو هيئة التحرير	د. خليل الحسن
عضو هيئة التحرير	د. هيثم حسن
عضو هيئة التحرير	د. أحمد حاج موسى

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها

الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة حمص

سورية . حمص . جامعة حمص . الإدارة المركزية . ص . ب (٧٧)

. هاتف / فاكس : ٢١٣٨٠٧١ ٣١ ٩٦٣ ++

. موقع الإنترنت : www.homs-univ.edu.sy

. البريد الإلكتروني : journal.homs-univ.edu.sy

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة البعث

الأوراق المطلوبة:

- ٢ نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
 - طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
 - إذا كان الباحث طالب دراسات عليا:
يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقة على النشر في المجلة.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:
يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :
يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.
 - إذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :
يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.
 - يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):
عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- ١- مقدمة
 - ٢- هدف البحث
 - ٣- مواد وطرق البحث
 - ٤- النتائج ومناقشتها .
 - ٥- الاستنتاجات والتوصيات .
 - ٦- المراجع.

- يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب - الاقتصاد - التربية - الحقوق - السياحة - التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):
- عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
١. مقدمة.
 ٢. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
 ٣. أهداف البحث و أسئلته.
 ٤. فرضيات البحث و حدوده.
 ٥. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
 ٦. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
 ٧. منهج البحث و إجراءاته.
 ٨. عرض البحث و المناقشة والتحليل
 ٩. نتائج البحث.
 ١٠. مقترحات البحث إن وجدت.
 ١١. قائمة المصادر والمراجع.
- ٧- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:
- أ- قياس الورق ٢٥×١٧,٥ B5.
- ب- هوامش الصفحة: أعلى ٢,٥٤- أسفل ٢,٥٤ - يمين ٢,٥- يسار ٢,٥ سم
- ت- رأس الصفحة ١,٦ / تذييل الصفحة ١,٨
- ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس ٢٠
- . كتابة النص Simplified Arabic قياس ١٣ عادي . العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس ١٣ عريض.
- ج. يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى ١٢سم.
- ٨- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.
- ٩- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.
- ١٠- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة

١١ - تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [١] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام وورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:
آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة . الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة . سنة النشر . وتتبعها معترضة (-) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة . دار النشر وتتبعها فاصلة . الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة . وفيما يلي مثال على ذلك:

-MAVRODEANUS, R1986- Flame Spectroscopy. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

. بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة . المجلد والعدد (كتابية مختزلة) وبعدها فاصلة . أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة .
مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases Clinical Psychiatry News ,
Vol. 4. 20 – 60

ج . إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و
التقيد

بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة البعث

١. دفع رسم نشر (٥٠٠٠٠٠) ل.س أربعون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.
٢. دفع رسم نشر (٢٠٠٠٠٠٠) ل.س مئة ألف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .
٣. دفع رسم نشر (٢٠٠) مننًا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .
٤. دفع مبلغ (١٥٠٠٠) ل.س ستة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.

المحتوى

الصفحة	اسم الباحث	اسم البحث
٤٨-١١	منال حاج حسن د.محمد مضر الخضر	اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية
٧٤-٤٩	رحيق علي د.منبر مخلوف	خصائص تحويل هانكل في فضاء فوق التوزيعات من نوع بويرلنغ
١٦٠-٧٥	مها مشعل د.حمزة الرحية	دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة

اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

منال حاج حسن * أ.د.محمد مضر الخضر**

ملخص البحث :

تم اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة من النمط N_4 تترا (ميثيل أزوميتين)-ثنائي فنيولين هيدرازيد (TMADPH) من خلال تكاثف 2,1-ثنائي أستيل الهيدرازين مع 4,1 - فنيولين ثنائي أمين. وبعد إثبات المرتبطة المحضرة باستخدام تقنيات (UV-VIS ، FT-IR ،
 $^{13}C-NMR$ ، ^1H-NMR ، تحليل العنصري) تم تحضير معقداتها المعدنية لكل من (Co^{2+} ، Cu^{2+} ، Zn^{2+}) ودرست باستخدام مطيافيات (UV-VIS ، FT-IR)
إضافة لدراستها باستخدام طريقة الناقلية الكهربائية وتحديد المحتوى المعدني من خلال الترميد .

مما أدى إلى تشكل المعقدات الآتية:



كلمات مفتاحية: مرتبطات حلقيه ،معقدات حلقيه ، 2,1- ثنائي أستيل الهيدرازين ، 4,1 - فنيولين ثنائي أمين.

(* طالبة دكتوراه : قسم الكيمياء-كلية العلوم -جامعة البعث - حمص - سوريا.

(** أستاذ الكيمياء اللاعضوية: قسم الكيمياء-كلية العلوم -جامعة البعث - حمص - سوريا

Synthesis Of Macrocyclic Tetra-aza Ligand And Their Complexes With Some Transitional Metal ions

M.H.Hasan*) , M.M.AL-Khuder**)

Abstract:

The synthesise of a new ligand **N₄** Tetra (Methel Azometine)-Di Phenylen hydrazide (TMADPH) was carried by condensation of 1,2-Diacetylhydrazine with 1,4 -Phenylendiamin, to getting ligand (TMADPH) .After proving the structure of the bond using(FT-IR, UV-VIS, ¹H-NMR, ¹³C-NMR, Elemental analysis) techniques , its metal complexes for (Co²⁺, Cu²⁺, Zn²⁺) were prepared and studied using (FT-IR, UV-VIS) spectroscopy,electrical conductivity,metal ratio.



Keywords: Macrocyclic ligand, Macrocyclic complexes, 1,2-Diacetylhydrazine, 1,4 –Phenylendiamin

*) PhD student, Department of chemistry-Faculty of science-Al-baath university Homs-Syria.

**) professor of inorganic chemistry, Department of chemistry-Faculty of science-Al-baath university Homs-Syria.

مقدمة:

دُرست المركبات التساندية الحاوية على مرتبطات حلقيّة منذ بداية القرن العشرين، حيث بحث العلماء في معقدات البورفيرينات والفتالوسيانينات بسبب علاقتها بمرتبطات حلقيّة طبيعيّة المنشأ كجزء الهيم أو الكلوروفيل من جهة وتطبيقاتها في الأصبغة من جهة أخرى [1].

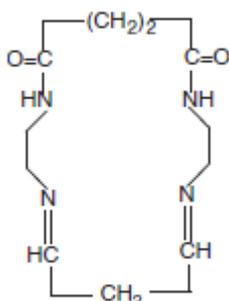
تُصنّف المرتبطات الحلقيّة من بين المرتبطات التي تتشكل حلقة مغلقة حول المركز المعدني لتشكل معقدات قوية وثابتة نظراً لمرونة هذه الحلقات والتي تجعلها قادرة على التعقيد بسهولة مع معظم الأيونات المعدنية ولهذه المرتبطات أيضاً تأثير قوي يؤدي إلى الاستقرار الحراري والحركي [1]، حيث إن تشكيل المعقدات الحلقيّة يعتمد بشكل أساسي على أبعاد المرتبطة الحلقيّة وقوة المرتبطة وصلابتها وعلى طبيعة الذرات المانحة وعلى انتقائية الأيون المعدني وعلى خصائص التعقيد من خلال مشاركة الأيون المعدني في التساند [2].

تظهر المعقدات الحلقيّة فعالية بيولوجية كبيرة حيث أظهر المعقد الحلقي للمغنيزيوم والمعروف بالكلوروفيل الذي يدخل في الكيمياء الضوئية دوراً في النباتات من خلال مشاركته بالأصبغة الضوئية [3]، كما يدخل فيتامين B₁₂ والذي هو عبارة عن المعقد الحلقي لمعدن الكوبالت [4] من ضمن المعقدات الحلقيّة إضافة إلى أن المركبات الحلقيّة تلعب دوراً هاماً في مجالات الوساطة والتحفيز حيث وُجد أن المعدن يستطيع ممارسة تأثيره الحفزي بتقريب الركازة من الكاشف وبذلك تصبح المواد المتفاعلة مرتبطات في المعقد المتشكل [5].

الدراسات المرجعية:

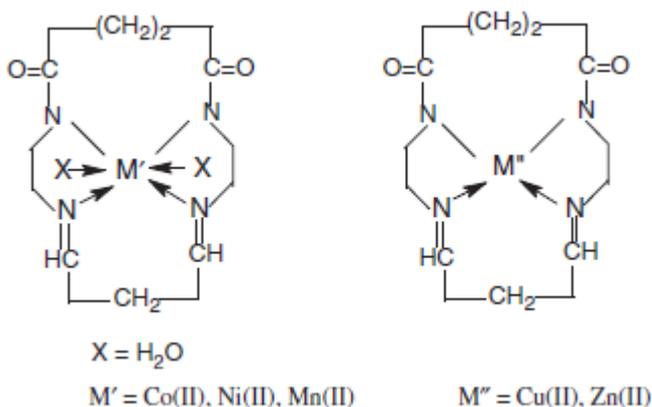
اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة نترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

في عام 2017 تم تحضير المرتبطة H_2L من النمط N_4 من قبل الباحث NAHID و زملاءه من NISHAT من خلال تفاعل الغلوتار ألدهيد مع ثنائي أمين [6].

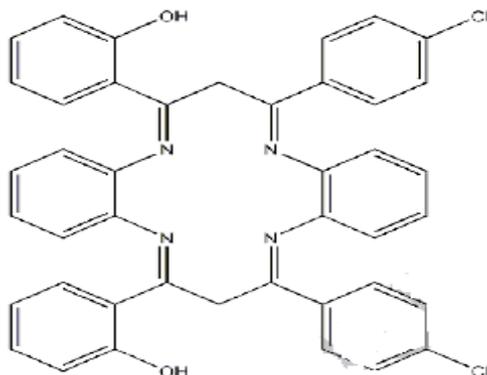


(H_2L)

وحضرت معقدات لهذه المرتبطة مع كل من أيونات المنغيز والكوبالت والنيكل والنحاس والزنك وكانت البنية الفراغية ثماني الوجوه لمعقدات المنغيز و الكوبالت والنيكل . في حين أن بنية معقدي النحاس والزنك كانت مربع مستوي. وأبدت جميع المعقدات المحضرة فعالية بيولوجية مضادة للبكتريا و الفطريات أكثر من المرتبطة.

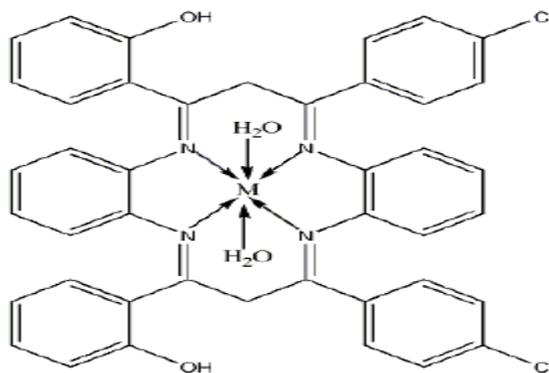


في عام 2015 حضرت مرتبطة (L) من قبل الباحث Sunil G. Shankarwar و زملاءه من خلال تفاعل أورثو فنيولين دي أمين مع β -Diketone [7].



(L)

وحضرت معقدات لهذه المرتبطة مع مجموعة من أيونات المعادن الانتقالية وكان للمعقدات المحضرة بنية ثماني وجوه وأبدت جميع المعقدات المحضرة فعالية بيولوجية مضادة للبكتريا الفطريات.



M = Mn (II), Co (II), Ni (II), Cu (II)

الهدف من البحث :

- اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تترا (ميتيل أزوميتين)-ثنائي فنيلاين هيدرازيد (TMADPH) من النمط N_4 .

اصطناع مرتبطة حلقة جديدة تنترا أزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

3,6,10,13-tetramethyl-2,4,5,7,9,11,12,14-octaaza-1,8(1,4)-
dibenzencyclotetradecaphane-2,6,9,13-tetraene

(TMADPH)

- تعقيد هذه المرتبطة مع أيونات معادن كل من الكوبالت والنحاس والزنك الثنائي.
- دراسة بنية المرتبطة والمعقدات المحضرة باستخدام الأجهزة الطيفية المتاحة والتقانات المختلفة.

القسم التجريبي:

الأجهزة والأدوات المستخدمة:

The Apparatus and Instruments Used:

- جهاز مطيافية الأشعة تحت الحمراء (FT-IR) :
Jasco – Infrared Spectrophotometer Fourier Transform spectrum
IR - 4100 (KBr)- FT
- جهاز طيف الطنين النووي المغناطيسي بروتوني وكربوني نموذج 500 MHz.
- جهاز مطيافية الأشعة فوق البنفسجية و المرئية (UV-Vis) :
Jasco - (UV-Visible) Spectrophotomete

المواد الكيميائية المستخدمة :

- 4,1- فينيلين ثنائي أمين بنقاوة %98.
 - 2,1- ثنائي أستيل الهيدرازين %98.
 - كلوريد الكوبالت الثنائي اللامائي بنقاوة %98.
 - كلوريد النحاس الثنائي اللامائي بنقاوة %98.
 - كلوريد الزنك الثنائي اللامائي بنقاوة %98.
- مذيبات عضوية مختلفة (ميتانول، ثنائي متيل فورم أميد ،ثنائي ميتيل سلفوكسيد).
من انتاج الشركات Sigma– Aldrich , Merck , BDH .

القسم العملي:

طرائق التحضير:

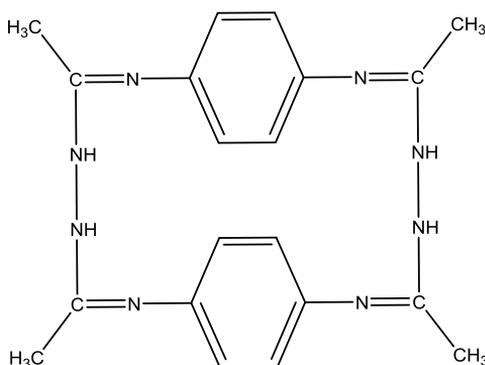
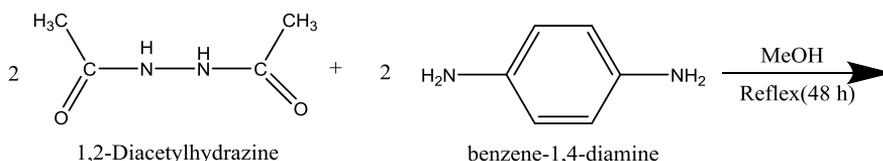
أولاً: اصطناع المرتبطة تترا (ميتيل أزوميتين) -ثنائي فنيلين هيدرازيد
(TMADPH):

١. نذيب (0.327 g , 2 mmol) من 1,2-Diacetylhydrazine في (60 ml) ميثانول مطلق في دورق كروي ثنائي الفتحة سعة (250ml) مجهز بقضيب مغناطيسي ومبرد عكوس.
٢. نضيف قطرات عدة من حمض كلور الماء المركز ونترك المحلول يتحرك لمدة ساعة على درجة الحرارة 40°C .
٣. نضيف (0.220 g, 2 mmol) من 1,4-Phenylendiamin والمنحل في (60 ml) ميثانول مطلق تدريجياً بالتقطيط مع التحريك المستمر. وبعد الإنتهاء من الإضافة نجري غليان مرتد (Reflux) لمزيج التفاعل لمدة 48 ساعة عند الدرجة 65°C .
٤. نخترل حجم المحلول بعملية التبخير إلى (20ml) تقريباً ثم يبرد ويتك في جو بارد حتى ينتج بلورات إبرية بلون بني مسود.
٥. نجمع البلورات المتشكلة ونغسلها بالكلورفورم الساخن عدة مرات ثم بثنائي إيتيل الإيتر ، نجفف فنحصل على بلورات ذات لون بني مسود كان وزنها (0.217 g) و بمردود (% 56.732).

قمنا بقياس درجة الانصهار للمرتبطة ولاحظ أنها 160°C وهي تختلف عن درجات انصهار المواد الأولية مما يسهم في التأكد من تشكل مركب جديد.

نعبر عن الاصطناع السابق بالتفاعل الآتي:

اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تنترا أزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية



3,6,10,13-tetramethyl-2,4,5,7,9,11,12,14-octaaza-1,8(1,4)-dibenzenacyclotetradecaphane-2,6,9,13-tetraene

(TMADPH)

ثانياً: اصطناع معقد الكوبالت Co (II) مع المرتبطة (TMADPH) [Co = (TMADPH)Cl₂]

١. نذيب (0.188 g , 0.5 mmol) من المرتبطة المصنعة في حوجلة ثنائية الفتحة سعة (250ml) مزودة بقضيب مغناطيسي ومبرد عكوس في (15ml) ميثانول حتى الانحلال الكامل للمرتبطة.
٢. نذيب (0.065 g , 0.5mmol) من كلوريد الكوبالت الثنائي اللامائي في (10ml) ميثانول ونضيفه إلى محلول المرتبطة قمنا بقياس pH الوسط فكان pH=6. قمنا بإضافة عدة نقاط من KOH فأصبح pH=8 .
٣. نجري غلياناً مرتداً (Reflux) عند الدرجة 65°C مع التحريك ولمدة (15) ساعة. فيتشكل راسب بلون بني مسود.

٤. نرشح الراسب الناتج ونغسله بالميتانول الساخن عدة مرات ثم بثنائي إيثيل الإيتر ثم نجفقه.

وكان وزن الراسب الناتج (0.0234 g) و بمرود (92.857%).

ثالثاً: اصطناع معقد النحاس Cu (II) مع المرتبطة (TMADPH) [Cu = (TMADPH)Cl₂]

١. نذيب (0.188 g , 0.5 mmol) من المرتبطة المصنعة في حوجة ثنائية الفتحة

سعة (250ml) مزودة بقضيب مغناطيسي ومبرد عكوس في (15 ml) ميتانول حتى الانحلال الكامل للمرتبطة.

٢. نذيب (0.068 g , 0.5mmol) من كلوريد النحاس الثنائي اللامائي في (10ml)

ميتانول قمنا بقياس pH الوسط فكان pH=6. قمنا بإضافة عدة نقاط من KOH فأصبح pH=8 .

٣. نجري غلياناً مرتداً (Reflux) عند الدرجة 65°C مع التحريك ولمدة (24) ساعة. فيتشكل راسب ناعم بلون بني مسود.

٤. نرشح الراسب الناتج ونغسله بالميتانول الساخن عدة مرات ثم بثنائي إيثيل الإيتر

ثم نجفقه وكان وزن الراسب الناتج (0.0166 g) و بمرود (65.098%).

رابعاً: اصطناع معقد الزنك Zn (II) مع المرتبطة (TMADPH) [Zn = (TMADPH)Cl₂]

١. نذيب (0.188 , 0.5 mmol) من المرتبطة المصنعة في حوجة ثنائية

الفتحة سعة (250ml) مزودة بقضيب مغناطيسي ومبرد عكوس في (15 ml) ميتانول حتى الانحلال الكامل للمرتبطة.

٢. نذيب (0.069 g , 0.5mmol) من كلوريد الزنك الثنائي اللامائي في

(10ml) ميتانول ونضيفه إلى محلول المرتبطة قمنا بقياس pH الوسط

فكان pH=6. قمنا بإضافة عدة نقاط من KOH فأصبح pH=8 .

اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تنرا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

٣. نجري غلياناً مرتداً (Reflux) عند الدرجة 65°C مع التحريك ولمدة

(10) ساعات فيتشكل راسب ناعم بلون بني مسود.

٤. نرشح الراسب الناتج ونغسله بالميتانول الساخن عدة مرات ثم بثنائي إيثيل

الإيتر ثم نجففه وكان وزن الراسب الناتج (0.0146 g) و بمرودود

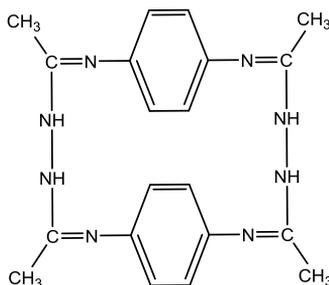
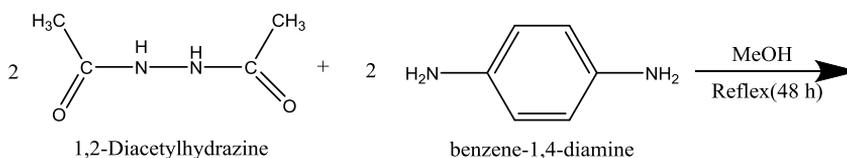
(57.031%).

الجدول (1) : الخصائص الفيزيائية والمردود للمرتبطة (TMADPH) ومعقداتها

المركبات	الكتلة المولية Mw (g/mol)	اللون	درجة الإنصهار °C	المردود %	الذوبانية		
					الإيثانول	الميتانول	DMF
TMADPH	376.457 2	بني مسود	160	56.732	تنحل	تنحل	تنحل
[Co (TMADPH)Cl ₂]	506.287 2	بني مسود	>300	92.857	لا ينحل	لا ينحل	ينحل على الساخن
[Cu (TMADPH)Cl ₂]	510.907 2	بني مسود	>300	65.098	لا ينحل	لا ينحل	ينحل على الساخن
[Zn (TMADPH)Cl ₂]	512.737 2	بني مسود	>300	57.031	لا ينحل	لا ينحل	ينحل على الساخن

النتائج والمناقشة:

تم اصطناع المرتبطة الحلقيه الجديدة (TMADPH) وفق التفاعل الآتي:



3,6,10,13-tetramethyl-2,4,5,7,9,11,12,14-octaaza-1,8(1,4)-dibenzenacyclotetradecaphane-2,6,9,13-tetraene
(TMADPH)

وللتأكد من هوية المرتبطة تم دراستها وفق المطيافيات الأتية (FT-IR) و (UV-VIS) و

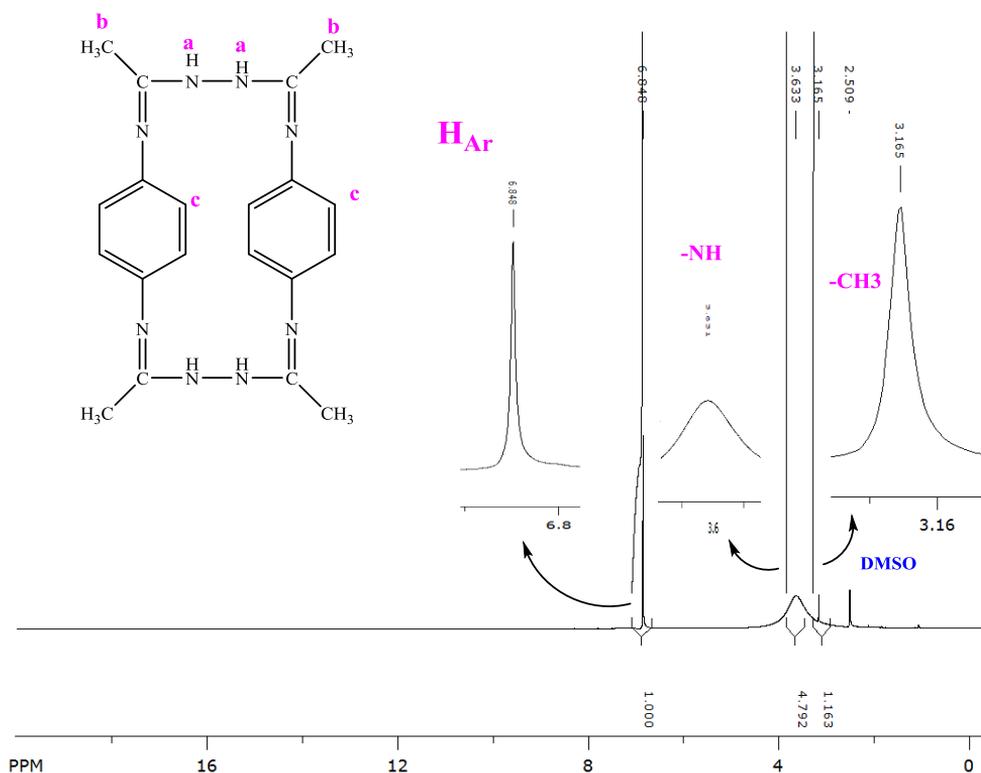
($^1\text{H-NMR}$) ، ($^{13}\text{C-NMR}$) وباستخدام تقنية التحليل العنصري.

أولاً: مطيافية الرنين النووي البروتوني ($^1\text{H-NMR}$) والكربوني ($^{13}\text{C-NMR}$)
للمرتبطة (TMADPH):

يوضح الشكل (1) طيف الرنين النووي المغناطيسي البروتوني للمرتبطة باستخدام مذيب ثنائي ميثيل سيلفوكسيد المديتر (DMSO)، إذ يظهر ثلاث إشارات أحادية مع الأخذ بعين الاعتبار التناظر الموجود في بنية المرتبطة:
إشارة عند (2.52 ppm) تعود لبروتونات المذيب (DMSO) ، وإشارة أحادية عند (3.1ppm, S,12H) تعود لبروتونات مجموعة الميثيل (b) (CH_3)، وإشارة أحادية عند

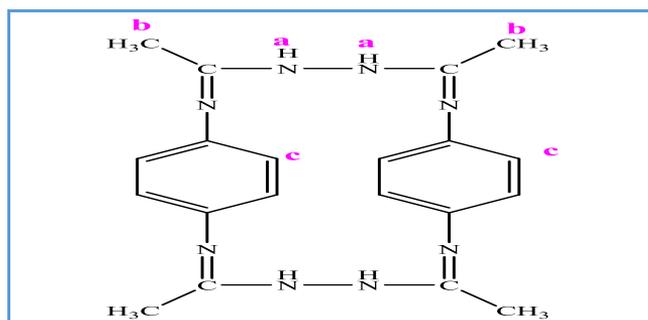
اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة نترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

تعود لبروتونات مجموعة الحلقة العطرية (c)، وإشارة أحادية عند (6.83 ppm,s,8H) تعود لبروتونات زمرة الأمين (a) (NH) كما هو موضح في الجدول (2).



الشكل (1): طيف الرنين النووي المغناطيسي البروتوني ¹H-NMR للمرتبطة
TMADPH

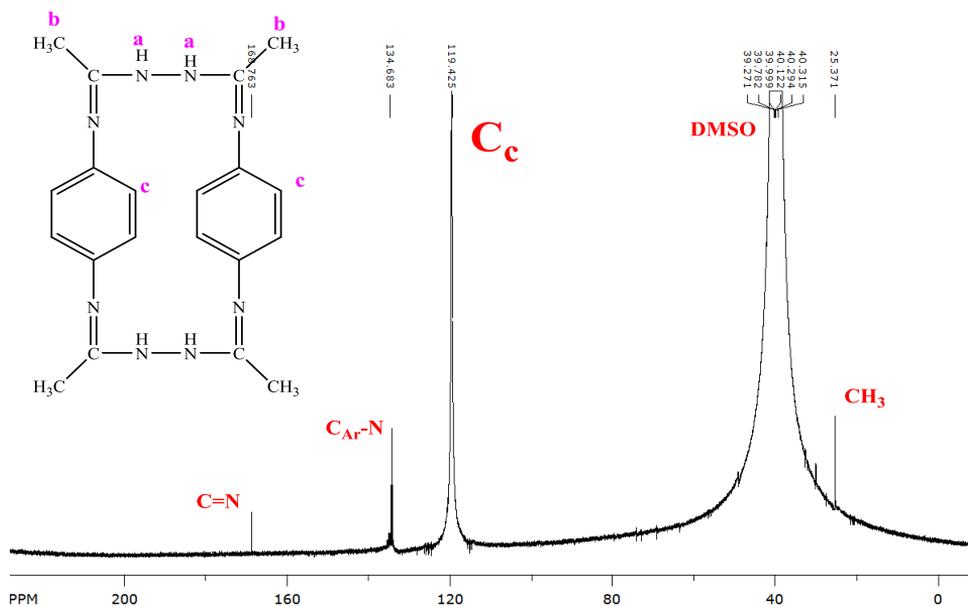
الجدول (2): قيم الانزياحات لطيف الرنين النووي المغناطيسي البروتوني $^1\text{H-NMR}$ للمرتبطة



$^1\text{H-NMR}(\delta, \text{ppm})$	الرقم
6.83ppm (8H, s)	C-H (c)
3.109 ppm (12H, s)	C-H (b)
3.63(4H,S)	-NH (a)

ويبين الشكل (2) طيف الرنين النووي المغناطيسي الكربوني باستخدام محل DMSO للمرتبطة، حيث لوحظ ظهور انزياح عند (168.76 ppm) عائد لكربون مجموعة الآزومتين (C=N)، و انزياح عند (134.39 ppm) عائد للكربون (C_{Ar}-N)، و انزياح عند (119.42 ppm) عائد للكربون (C_C)، بالإضافة لانزياح مجموعات الميثيل (CH₃) عند (25.37 ppm) كما هو موضح بالجدول (3).

اصطناع مرتبطة حلقة جديدة تنترأ آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية



الشكل (2): طيف الـ ^{13}C -NMR للمرتبطة باستخدام المذيب DMSO المديتر

الجدول (3): قيم الانزياحات الكيميائية لذرات كربون المرتبطة

الانزياح الكيميائي ppm	No
168.76	C=N
134.39	C _{Ar-N}
119.42	C _c
25.36	CH ₃

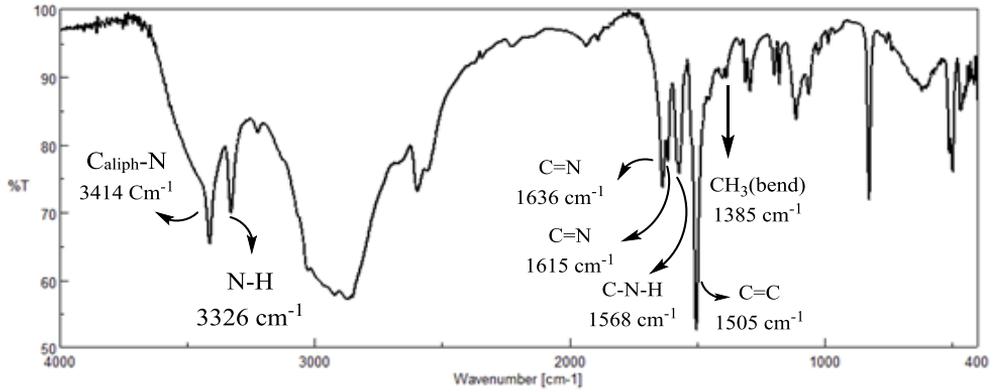
ثانياً: مطيافية الأشعة تحت الحمراء للمرتبطة (TMADPH):

تبين من خلال دراسة طيف الأشعة تحت الحمراء للمرتبطة (TMADPH) الشكل (3-3) (a) ومقارنته مع طيف المادة الأولية لـ 1,2-Diacetylhydrazine الشكل (3-b) وطيف المادة الأولية

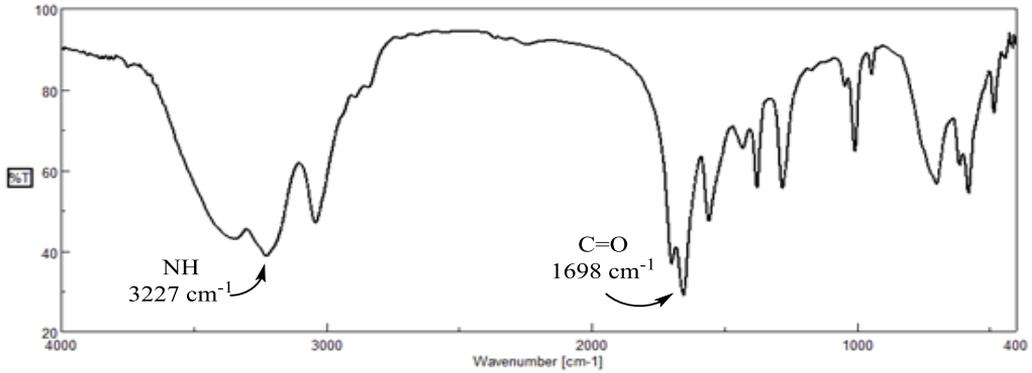
الشكل (3-c) 1,4-Phenylendiamin نلاحظ اختفاء عصابة الامتصاص العائدة لزمرة الكربونيل C=O والتي كانت موجودة عند امتصاص 1698 cm^{-1} واختفاء عصابتي الامتصاص العائدة لزمرة الأمين NH_2 والتي كانت موجودة عند امتصاص 3373 و 3409 cm^{-1} ، 3409 cm^{-1} و ظهور عصابتي امتصاص عند 1636 cm^{-1} و 1615 cm^{-1} عائدة لامتطاط زمرة C=N مما يدل على تشكل الحلقة ، وعصابة امتصاص عند 3326 عائدة لامتطاط زمرة (NH)، وعصابة امتصاص عند 3414 cm^{-1} عائدة لامتطاط (C_{aliph}-N) وهذا يتوافق مع المرجع [8-9] وعصابة امتصاص عند

1568 cm^{-1} عائدة لامتطاط زمرة (C-N-H)، وعصابة امتصاص عند 1505 cm^{-1} عائدة لامتطاط زمرة (C=C) الحلقة العطرية ، وعصابة امتصاص عند 1385 cm^{-1} عائدة لحني CH_3 ، فضلاً عن ظهور عصابتي امتصاص منخفضة الشدة عند 2951 cm^{-1} و 2925 cm^{-1} عائدة لامتطاط مجموعة (CH_{sp^3})، وظهور عصابة امتصاص عند 3010 cm^{-1} عائدة لامتطاط مجموعة (CH_{sp^2}).

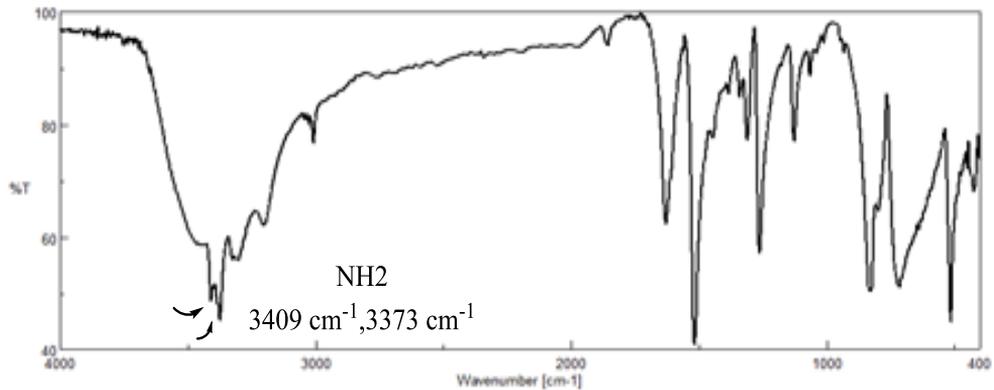
اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تنترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية



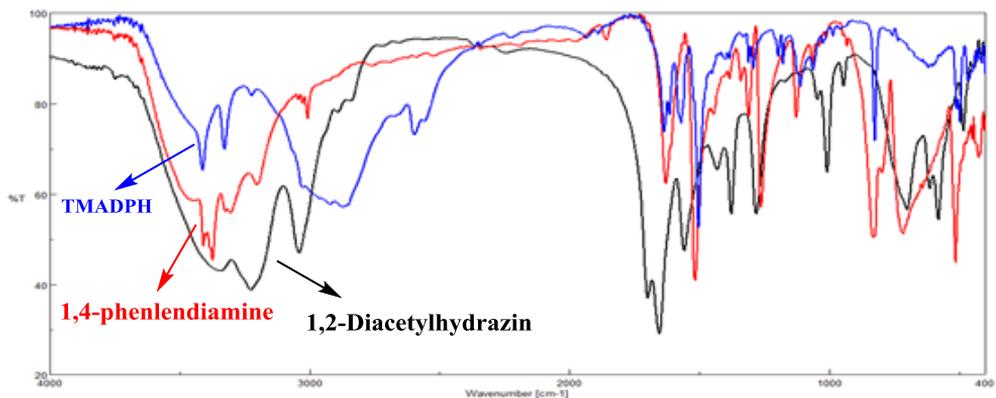
الشكل (3-a) طيف الأشعة تحت الحمراء للمرتبطة (TMADPH)



الشكل (3-b) طيف المادة الأولية (1,2-Diacetylhydrazin)



الشكل (3-c) طيف المادة الأولية (1,4-phenlendiamine)



الشكل (3-d) مطابقة بين طيف المرتبطة (TMADPH) وطيف المادة الأولية

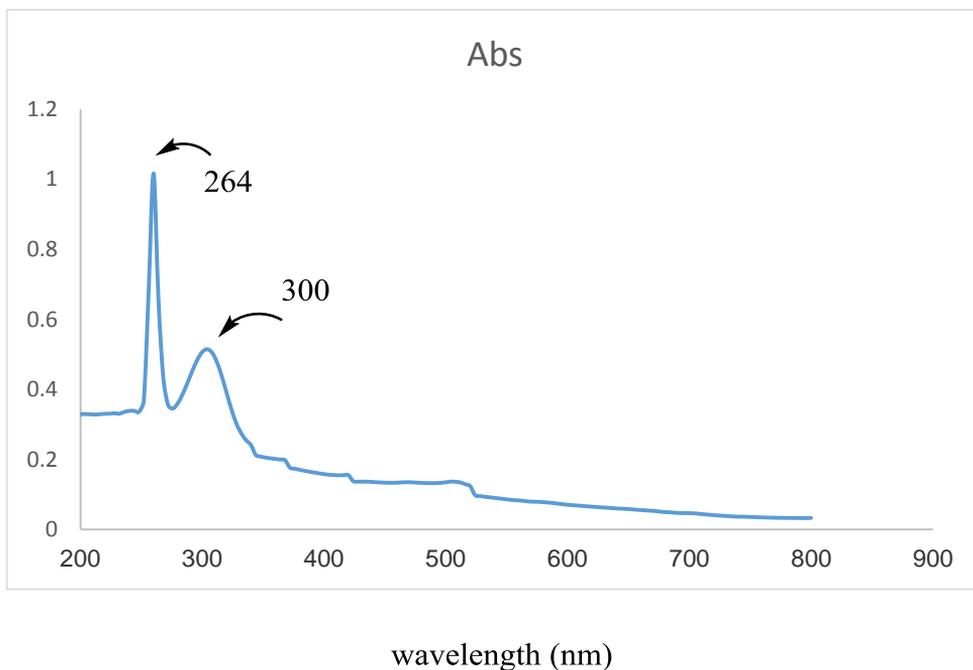
(1,2-Diacetylhydrazin) وطيف المادة الأولية (1,4-phenlendiamine)

ثالثاً: مطيافية الأشعة فوق البنفسجية والمرئية للمرتبطة (TMADPH):

اصطناع مرتبطة حلقيّة جديدة تترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

أظهرت مطيافية الأشعة فوق البنفسجية والمرئية (UV-Vis) للمرتبطة (TMADPH) في مذيب دي ميتيل سلفوكسيد (DMSO) وباستخدام خلية من الكوارتز ذات عرض 1Cm ، وبدرجة حرارة الغرفة. قمتين واضحتين في (264 nm,300 nm) كما يوضح الشكل (4) يمكن أن تعزى إلى الانتقالات الإلكترونية للمرتبطة حيث تمثل القمة الأولى ذات الشدة الأعلى عند ($\lambda_{max} = 264\text{nm}$) الانتقال الإلكتروني من النوع ($\pi \rightarrow \pi^*$) نتيجة لاحتواء المرتبطة على روابط ثنائية في مجموعة الإيمين (C=N) وروابط ثنائية في الحلقة العطرية ، أما القمة الثانية ذات الشدة الأخفض عند

($\lambda_{max} = 300\text{ nm}$) تمثل الانتقال الإلكتروني من النوع ($n \rightarrow \pi^*$) نتيجة لاحتواء المرتبطة على أزواج الكترونية عائدة لمجموعة الإيمين (C=N) وأزواج الكترونية عائدة لـ (NH).



الشكل (4) طيف (UV-Visbil) للمرتبطة (TMADPH)

رابعاً: تحديد هوية المرتبطة (TMADPH) باستخدام تقنية التحليل العنصري:

تم إجراء تحليل عنصري للمرتبطة TMADPH ويوضح الجدول (4) تقارب النسب الذرية التي تم الحصول عليها عملياً مع النسب المحسوبة نظرياً.

الجدول (4) جدول التحليل العنصري للذرات الداخلة في بنية المرتبطة TMADPH

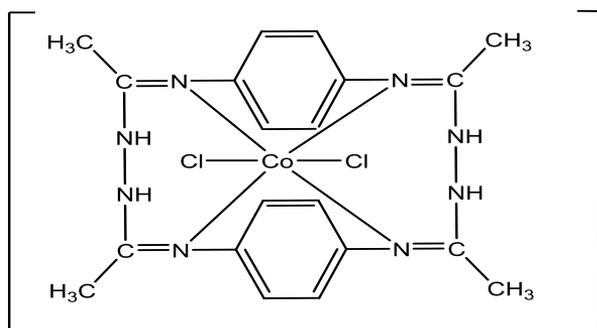
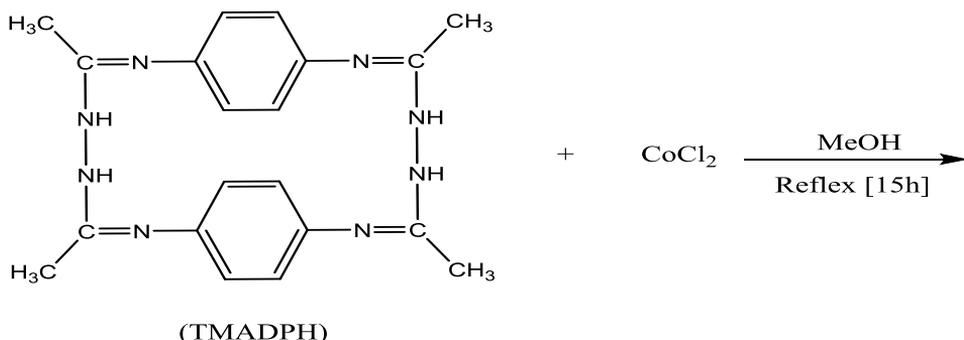
C ₂₀ H ₂₄ N ₈		العنصر
النسبة عملياً %	النسبة نظرياً %	
63.80	63.50	C
6.42	6.41	H
29.76	29.75	N

تحضير المعقدات المعدنية باستخدام المرتبطة المصنعة TMADPH :

بعد التأكد من هوية المرتبطة المصنعة (TMADPH) تم مفاعلها مع كلوريدات المعادن اللامائية وذلك لتشكيل المعقدات المعدنية.

أولاً: دراسة معقد الكوبالت:

اصطناع مرتبطة حلقة جديدة تنترا أزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية



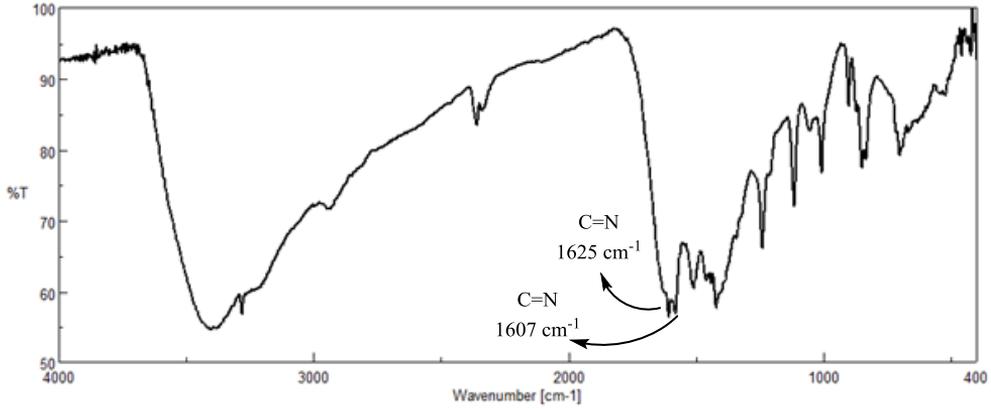
وتمت دراسة بنية المعقد المقترحة من خلال مطيافيات (UV-ViS , FT-IR) :

أولاً : مطيافية الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[Co(TMADPH)Cl_2]$:

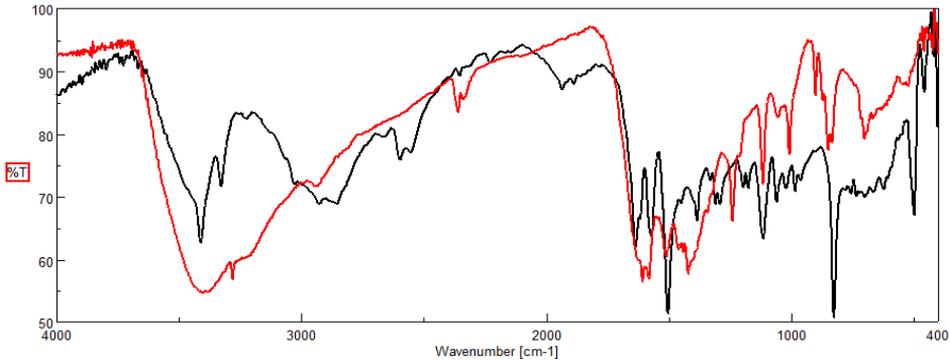
نورد في الشكل (5) طيف الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[Co(TMADPH)Cl_2]$ فمن خلال مقارنته مع طيف المرتبطة الحرة (TMADPH) الشكل (3-a) ، حيث يلاحظ انزياح لعصابة الامتصاص التابعة لامنتاط الرابطة (C=N) من القيمة (1636 cm^{-1}) في المرتبطة ، إلى القيمة

(1625 cm^{-1}) في المعقد، وانزياح لعصابة الامتصاص التابعة لامنتاط الرابطة (C=N) من القيمة (1615 cm^{-1}) في المرتبطة ، إلى القيمة (1607 cm^{-1}) في المعقد مما يدل على حدوث التساند في المواقع المذكورة .

مما سبق يمكن القول بأن تساند الأيون المعدني Co^{2+} مع المرتبطة (TMADPH) يمكن أن يتم من خلال ذرات نتروجين مجموعة الأزوميتين (C=N) .



الشكل (5) طيف الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[Co(TMADPH)Cl_2]$



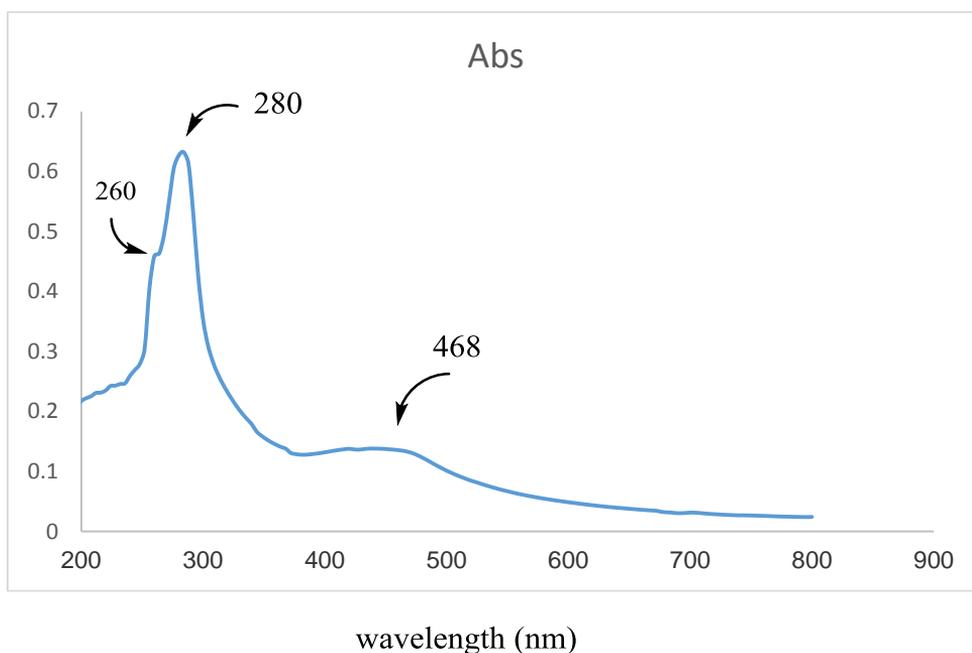
الشكل (6) مطابقة بين طيف المرتبطة ومعقد $[Co(TMADPH)Cl_2]$

ثانياً: مطيافية الأشعة المرئية و فوق البنفسجية للمعقد $[Co(TMADPH)Cl_2]$

اصطناع مرتبطة حلقيّة جديدة تنترأزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

نلاحظ في طيف الأشعة المرئية و فوق البنفسجية للمعدن $[Co (TMADPH)Cl_2]$ الشكل (7) وجود قمتين الأولى تقع عند $(\lambda_{max} = 260 \text{ nm})$ وهي عائدة للانتقال الإلكتروني $(\pi \rightarrow \pi^*)$ نتيجة لاحتواء المعدن على روابط ثنائية $(C=C)$ في الحلقة العطرية، في حين أن القمة الثانية والتي تقع عند

$(\lambda_{max} = 280 \text{ nm})$ وهي عائدة للانتقال الإلكتروني $(n \rightarrow \pi^*)$ نتيجة لوجود أزواج الكترونية حرة موجودة على نتروجين مجموعة الأزوميتين والتي انزاحت نحو الأطوال الموجية الأقل، ووجود قمة ثالثة منخفضة الشدة والتي تقع عند $(\lambda_{max} = 468 \text{ nm})$ تعود لانتقال d-d مقارنة مما هو عليه في حالة المرتبطة الحرة (TMADPH) الشكل (4) وذلك نتيجة التساند مع أيونات الشاردة المعدنية .



الشكل (7) طيف (UV-Visbil) لمعدن $[Co (TMADPH)Cl_2]$

ثالثاً: قياس الناقلية الكهربائية والكشف عن الكلور لمعدن [Co :(TMADPH)Cl₂]

❖ قمنا بقياس الناقلية الكهربائية للمعدن باستخدام مذيب دي ميثيل فورم اميد (DMF) حيث كانت ناقلية المعدن تساوي $41 \Omega^{-1}.Cm^2.mol^{-1}$ مع الاخذ بعين الاعتبار ناقلية المحل

($2 \Omega^{-1}.Cm^2.mol^{-1}$) وهذا يدل على أن المعدن غير كهليلتي.

❖ تم الكشف عن محتوى الكلور في المعدن المحضر وفق الطريقة الأتية:

يحل (0.01 g) من المعدن المعدني المحضر مع كمية مناسبة من دي ميثيل فورم أميد (DMF) بعد ذلك يضاف (0.05g) من نترات الفضة $AgNO_3$ الممددة بالماء المقطر والمضاف إليها عدة نقاط من حمض الأزوت مع التحريك ، نلاحظ عدم تشكل راسب أبيض مما يدل على عدم وجود الكلور في الكرة الخارجية .

بتخريب المعدن بإضافة عدة قطرات من حمض الأزوت ونسخ قليلاً ثم نقوم بإضافة نترات الفضة فنلاحظ تشكل راسب أبيض مما يدل على وجود الكلور في كرة التساند الداخلية. ماجعلنا نقترح الصيغة الكيميائية المنشورة للمعدن.

رابعاً: تحديد المحتوى المعدني في المعقدات:

لقد تمت دراسة نسبة المعدن في المعدن المعدني من خلال طريقة الترميد حيث يتم ترميد المعدن عند درجات عالية من الحرارة $800^{\circ}C$.

ووزن الأكسيد المتبقي وحساب نسبة المعدن كالتالي:

اصطناع مرتبطة حلقة جديدة تنترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

تم أخذ 0.0124 g من معقد الكوبالت وأضيف إليه 1.5 ml من حمض الأزوت المركز ثم تم الترميد حتى الدرجة 800°C ولمدة ساعة ونصف فتشكل لدينا أكسيد الكوبالت CoO وكان وزنه 0.0018 g

حساب نسبة المعدن:

$$\checkmark \text{ النسبة المئوية النظرية} = \frac{\text{كتلة الكوبالت}}{\text{وزن المعقد}} \times 100$$

$$= 100 \times \frac{58.9331}{506.2872} = 11.64 \%$$

النسبة المئوية النظرية للكوبالت = 11.64 %

✓ النسبة المئوية العملية للكوبالت :

كل 74.5325 g من CoO تحوي 58.9331 g من Co

كل 0.0018 g من CoO تحوي X من Co

$$X = 0.0014 \text{ g}$$

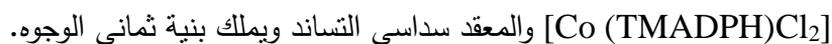
$$\text{وبالتالي نسبة الكوبالت العملية في المعقد} = \frac{0.0014}{0.0124} \times 100 = 11.50 \%$$

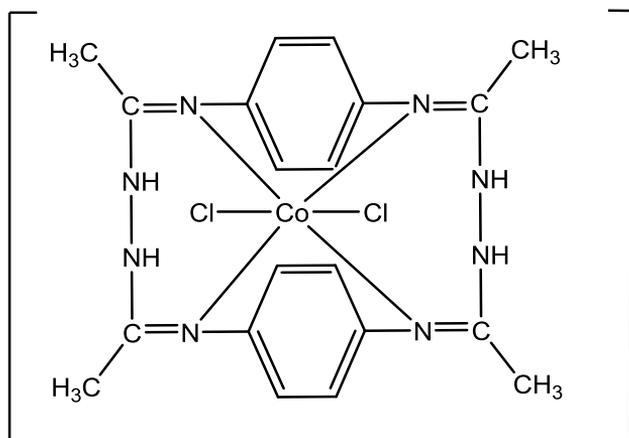
النسبة المئوية العملية للكوبالت = 11.50 %

وهذا يؤكد أن معقد الكوبالت هو معقد أحادي النوى ويملك الصيغة:



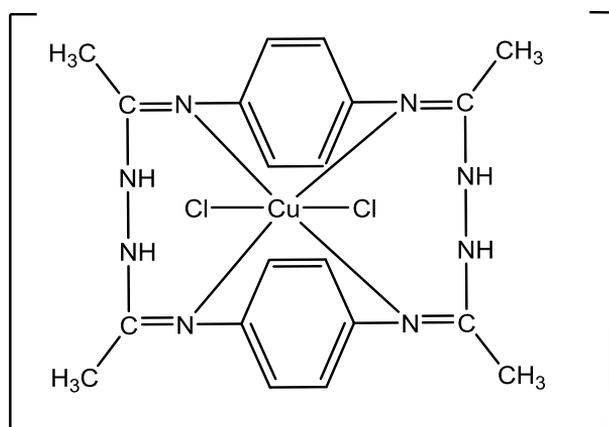
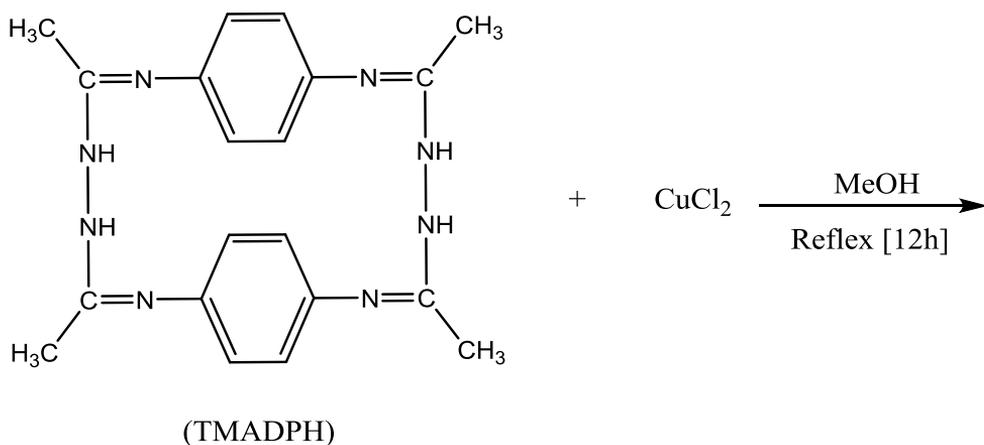
واعتماداً على الدراسة الطيفية السابقة والخصائص الفيزيائية للمعقد المحضر نقترح له الصيغة:





ثانياً: دراسة معقد النحاس:

اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تنترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية



وتمت دراسة بنية المعقد المقترحة من خلال مطيافيات (UV-ViS , FT-IR) :

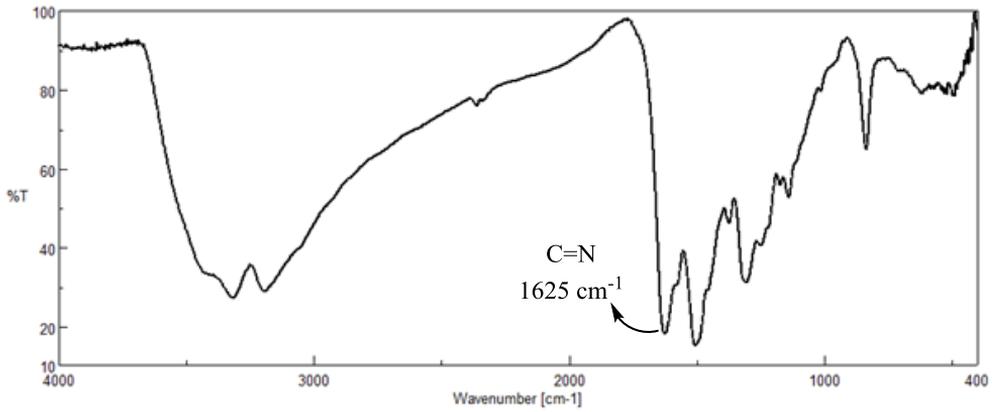
أولاً : مطيافية الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[Cu (TMADPH)Cl_2]$:

نورد في الشكل (5) طيف الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[Cu (TMADPH)Cl_2]$. فمن خلال مقارنته مع طيف المرتبطة الحرة (TMADPH) الشكل (3-a) ، حيث يلاحظ

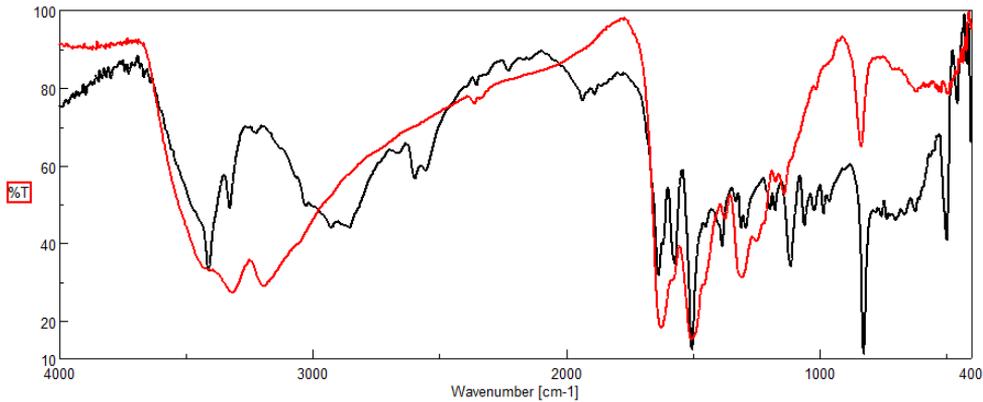
انزياح لعصابة الامتصاص التابعة لامتطاط الرابطة (C=N) من القيمة (1636 cm^{-1}) في المرتبطة ، إلى القيمة

(1625 cm^{-1}) في المعقد، مما يدل على حدوث التساند في المواقع المذكورة .

مما سبق يمكن القول بأن تساند الأيون المعدني Cu^{2+} مع المرتبطة (TMADPH) يمكن أن يتم من خلال ذرات نتروجين مجموعة الأزوميتين (C=N) .



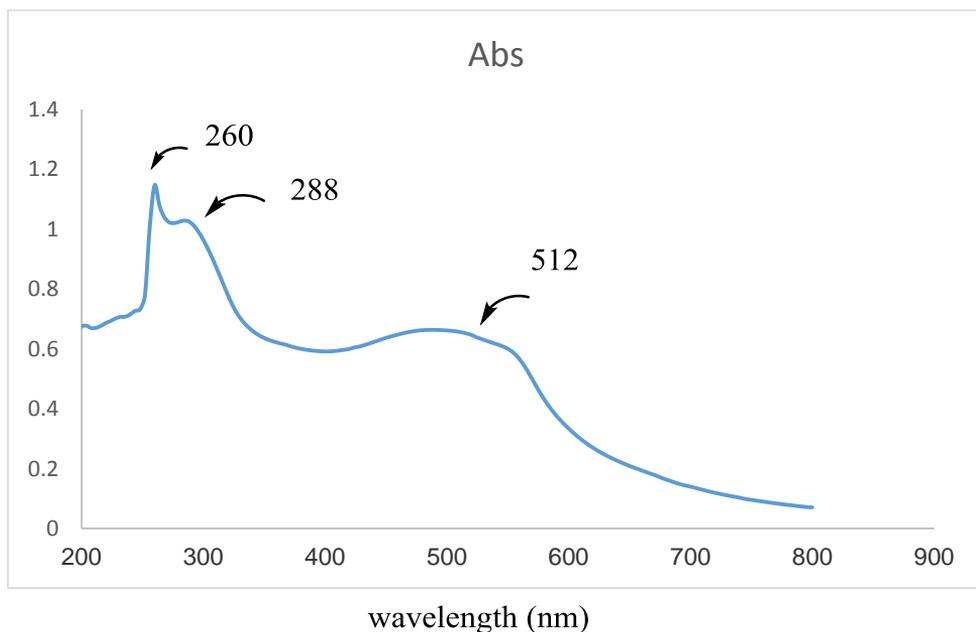
الشكل (8) طيف الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[\text{Cu}(\text{TMADPH})\text{Cl}_2]$



الشكل (9) مطابقة بين طيف المرتبطة ومعقد $[\text{Cu}(\text{TMADPH})\text{Cl}_2]$

ثانياً: مطيافية الأشعة المرئية و فوق البنفسجية للمعدن [Cu (TMADPH)Cl₂]:

نلاحظ في طيف الأشعة المرئية و فوق البنفسجية للمعدن [Cu (TMADPH)Cl₂] الشكل (10) وجود قمتين الأولى تقع عند ($\lambda_{max} = 260 \text{ nm}$) وهي عائدة للانتقال الإلكتروني ($\pi \rightarrow \pi^*$) نتيجة لاحتواء المعدن على روابط ثنائية (C=C) في الحلقة العطرية، في حين أن القمة الثانية والتي تقع عند ($\lambda_{max} = 288 \text{ nm}$) وهي عائدة للانتقال الإلكتروني ($n \rightarrow \pi^*$) نتيجة لوجود أزواج الكترونية حرة موجودة على نتروجين مجموعة الأزوميتين مع المعدن والتي انزاحت نحو الأطوال الموجية الأقل، ووجود قمة تقع عند (512 nm) عائدة للانتقال (d-d) مقارنة مما هو عليه في حالة المرتبطة الحرة (TMADPH) الشكل (4) وذلك نتيجة التساند مع أيونات الشاردة المعدنية .



الشكل (10) طيف (UV-Visbil) لمعقد [Cu (TMADPH)Cl₂]

ثالثاً: قياس الناقلية الكهربائية والكشف عن الكلور لمعقد [Cu (TMADPH)Cl₂]:

❖ قمنا بقياس الناقلية الكهربائية حيث كانت تساوي $39 \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ وهذا يدل على أن المعقد غير كهربي.

❖ ومن خلال الكشف عن الكلور لم يتشكل راسب أبيض في الكرة الخارجية وبتحريب المعقد بإضافة حمض الأزوت ثم إضافة نترات الفضة ظهر راسب أبيض مما يدل على وجود الكلور في كرة التساند الداخلية.

رابعاً: تحديد المحتوى المعدني في المعقدات:

اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تنترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

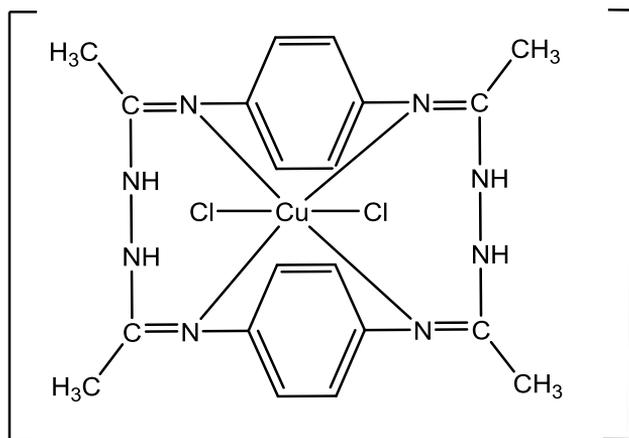
بنفس الطريقة السابقة تم حساب النسبة المئوية النظرية وكانت تساوي: 12.43%.

والنسبة المئوية العملية وكانت تساوي: 12.15%.

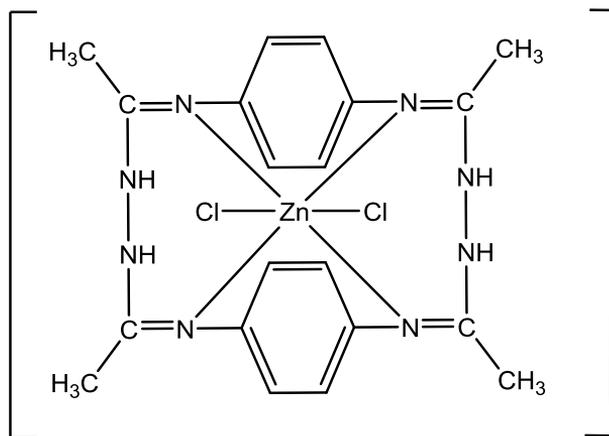
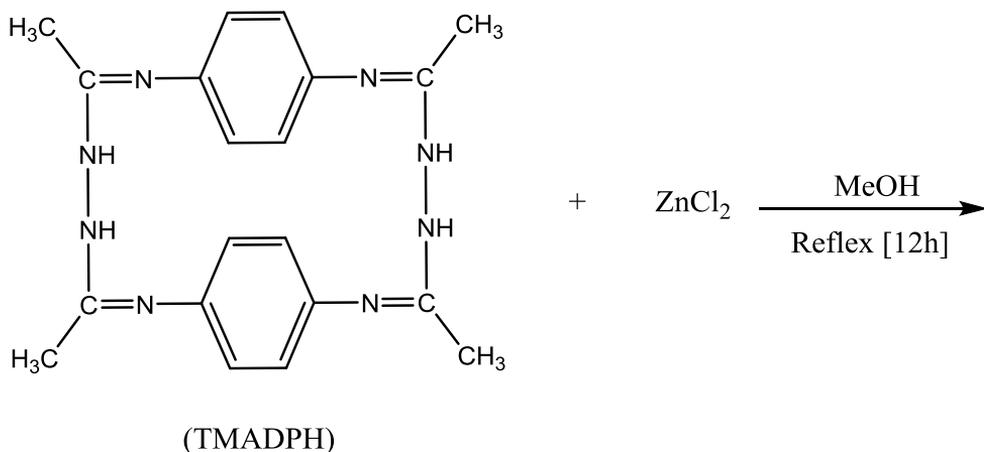
وهذا يؤكد أن معقد النحاس هو معقد أحادي النوى ويملك الصيغة [Cu (TMADPH)Cl₂]

واعتماداً على الدراسة الطيفية السابقة والخصائص الفيزيائية للمعقد المحضر نقترح له الصيغة:

[Cu (TMADPH)Cl₂] والمعقد سداسي التساند و يملك بنية ثماني الوجوه.



ثالثاً: دراسة معقد الزنك:



وتمت دراسة بنية المعقد المقترحة من خلال مطيافيات (UV-ViS , FT-IR) :

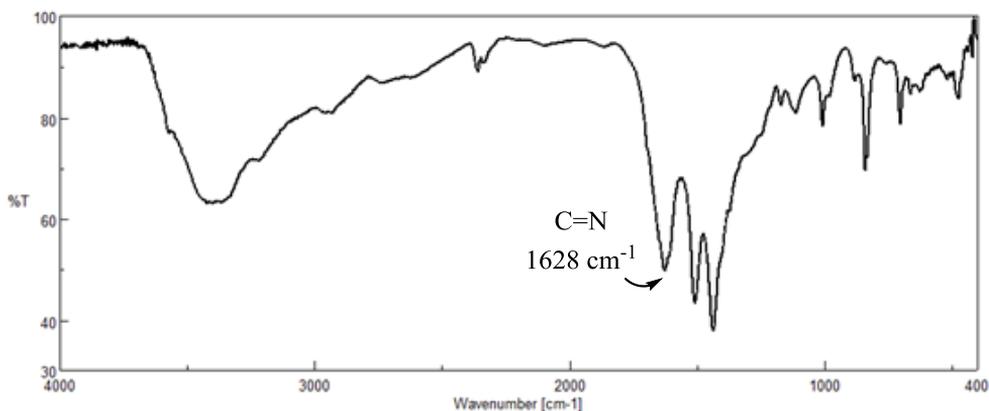
أولاً : مطيافية الأشعة تحت الحمراء للمعقد [Zn (TMADPH)Cl₂] :

نورد في الشكل (5) طيف الأشعة تحت الحمراء للمعقد [Zn (TMADPH)Cl₂]. فمن خلال مقارنته مع طيف المرتبطة الحرة (TMADPH) الشكل (3-a) ، حيث يلاحظ انزياح لعصابة الامتصاص التابعة لامتطاط الرابطة (C=N) من القيمة (1636 cm⁻¹) في المرتبطة ، إلى القيمة

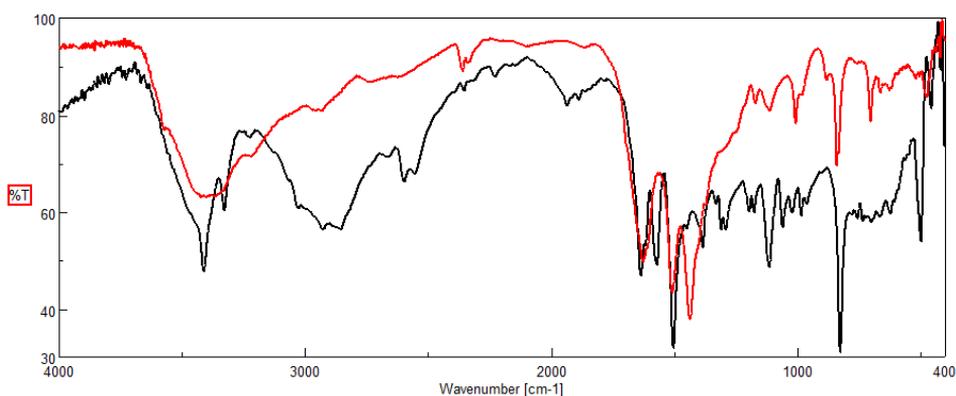
(1628 cm⁻¹) في المعقد، مما يدل على حدوث التساند في المواقع المذكورة .

اصطناع مرتبطة حلقيّة جديدة تنترا أزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

مما سبق يمكن القول بأن تساند الأيون المعدني Zn^{2+} مع المرتبطة (TMADPH) يمكن أن يتم من خلال ذرات نتروجين مجموعة الأزوميتين (C=N).



الشكل (11) طيف الأشعة تحت الحمراء للمعقد $[Zn(TMADPH)Cl_2]$



الشكل (12) مطابقة بين طيف المرتبطة ومعقد $[Zn(TMADPH)Cl_2]$

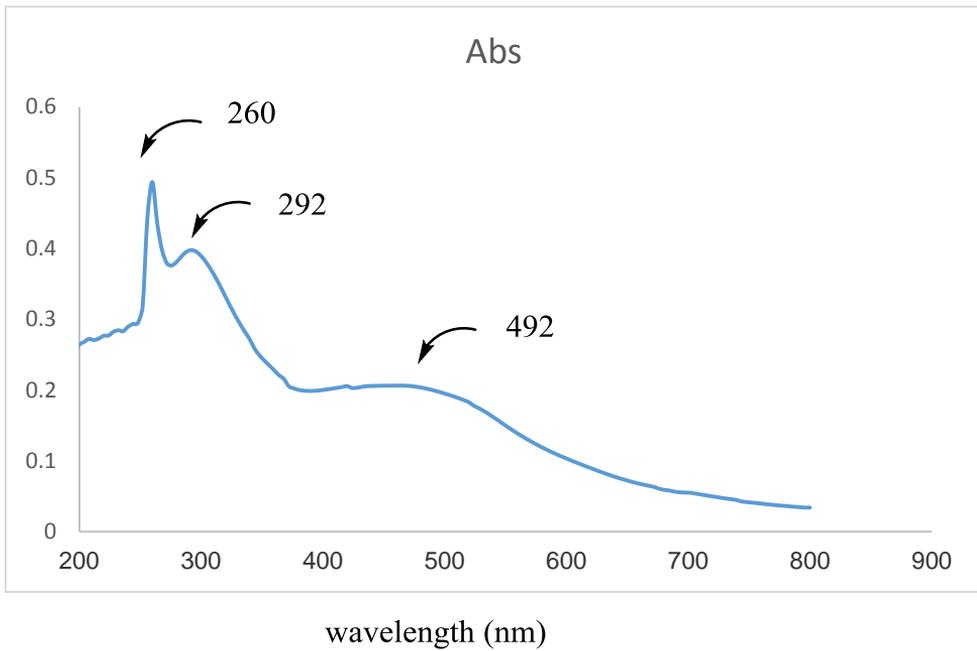
ثانياً: مطيافية الأشعة المرئية و فوق البنفسجية للمعقد $[Zn(TMADPH)Cl_2]$:

نلاحظ في طيف الأشعة المرئية و فوق البنفسجية للمعقد $[Zn$

$(TMADPH)Cl_2]$ الشكل (10) وجود قمتين الأولى تقع عند $(\lambda_{max} = 260 \text{ nm})$

وهي عائدة للانتقال الإلكتروني $(\pi \rightarrow \pi^*)$ نتيجة لاحتواء المعقد على روابط ثنائية

في (C=N)، في حين أن القمة الثانية والتي تقع عند ($\lambda_{max} = 292 \text{ nm}$) وهي عائدة للانتقال الإلكتروني ($n \rightarrow \pi^*$) نتيجة لوجود أزواج الكترونية حرة موجودة على نيتروجين مجموعة الأزوميتين مع المعدن والتي انزاحت نحو الأطوال الموجية الأقل، ووجود قمة عند ($\lambda_{max} = 260 \text{ nm}$) وهي عائدة للانتقال من النوع M→L مقارنة مما هو عليه في حالة المرتبطة الحرة (TMADPH) الشكل (4) وذلك نتيجة التساند مع أيونات الشاردة المعدنية



الشكل (13) طيف (UV-Visbil) لمعقد $[\text{Zn}(\text{TMADPH})\text{Cl}_2]$:

ثالثاً: قياس الناقلية الكهربائية والكشف عن الكلور لمعقد $[\text{Zn}(\text{TMADPH})\text{Cl}_2]$

❖ قمنا بقياس الناقلية الكهربائية حيث كانت تساوي $45.7 \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ وهذا يدل على أن المعقد غير كهربي.

اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة نترا آزا وتعقيدها مع بعض أيونات المعادن الانتقالية

❖ ومن خلال الكشف عن الكلور لم يتشكل راسب أبيض في الكرة الخارجية وبتخريب المعقد بإضافة حمض الأزوت ثم إضافة نترات الفضة ظهر راسب أبيض مما يدل على وجود الكلور في كرة التساند الداخلية.

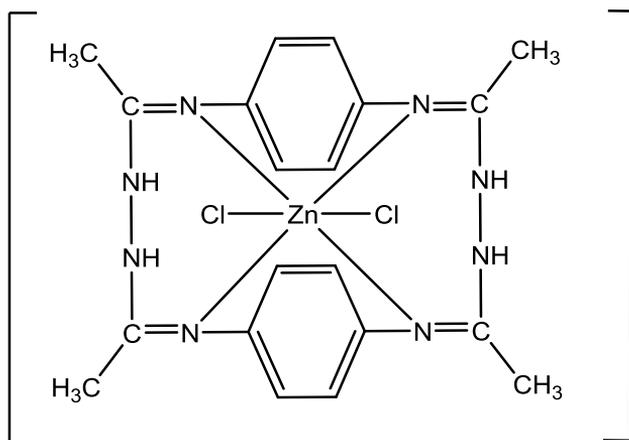
رابعاً: تحديد المحتوى المعدني في المعقدات:

بنفس الطريقة السابقة تم حساب النسبة المئوية النظرية وكانت تساوي: 12.75%.

والنسبة المئوية العملية وكانت تساوي: 13.39 %.

وهذا يؤكد أن معقد الزنك هو معقد أحادي النوى ويملك الصيغة $[Zn (TMADPH)Cl_2]$ واعتماداً على الدراسة الطيفية السابقة والخصائص الفيزيائية للمعقد المحضر نقترح له الصيغة:

$[Zn (TMADPH)Cl_2]$ والمعقد سداسي التساند و يملك بنية ثماني وجوه.



الجدول (5): التواترات الأساسية في أطياف (FT-IR) للمركبات المحضرة

Comp.	Caliph-N Cm ⁻¹ ν̄()	N-H Cm ⁻¹) ν̄()	(C=N) Cm ⁻¹) ν̄()	(C=C) Cm ⁻¹) ν̄()	C-N- H Cm ⁻¹ ν̄()	CH ₃ bend Cm ⁻¹ ν̄()
TMADPH	3414	3326	1636 1615	1505	1586	1385
[Co (TMADPH)Cl ₂]	3405	3281	1625 1607	1509	1581	1384
[Cu (TMADPH)Cl ₂]	3316	3194	1625	1508	1580	1374
[Zn (TMADPH)Cl ₂]	3423	----	1628	1509	-	1348

الجدول (6) الامتصاصات فوق البنفسجية والمرئية للمركبات المحضرة:

<i>Comp.</i>	$\pi \rightarrow \pi^*$	$n \rightarrow \pi^*$	<i>d-d</i>	<i>M-L</i>
TMADPH	264 nm	300 nm 576 nm	-----	-----
[Co (TMADPH)Cl ₂]	260 nm	280 nm	468 nm	-----
[Cu (TMADPH)Cl ₂]	260 nm	324 nm	512 nm	-----
[Zn (TMADPH)Cl ₂]	260 nm	292 nm	-----	492 nm

الجدول (7) : نتائج تحديد المحتوى المعدني في المعقدات:

Comp.	Metal ratio	
	Calculated %	(Found) %
[Co (TMADPH)Cl ₂]	11.64	11.50
[Cu (TMADPH)Cl ₂]	12.43	12.15
[Zn (TMADPH)Cl ₂]	12.75	13.39

الجدول (8) نتائج قياس الناقلية الكهربائية المولية للمعقدات المحضرة :

Comp.	الناقلية الكهربائية المولية ($\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$)
[Co (TMADPH)Cl ₂]	41

[Cu (TMADPH)Cl ₂]	39
[Zn (TMADPH)Cl ₂]	45.7

5 النتائج:

- (١) تم اصطناع مرتبطة حلقيه جديدة تترا (ميتيل آزوميتين) -ثنائي فنيلين هيدرازيد (TMADPH) من النمط N₄.
- (٢) تم اصطناع ثلاث معقدات جديدة لأيونات الكوبالت والنحاس والزنك.
- (٣) أظهرت دراسة الناقلية الكهربائية أن جميع المعقدات المحضرة غير كهربائية .
- (٤) أظهرت دراسة كل من المرتبطة والمعقدات المحضرة من خلال مطيافية الأشعة تحت الحمراء (FT-IR) ومطيافية الأشعة فوق البنفسجية (U V-Vis) توافقه مع الصيغ المقترحة للمعقدات المحضرة .

المراجع:

1. Izatt RM, Pawlak K, Bradshaw JS, Bruening RL. Thermodynamic and kinetic data for macrocycle interaction with cations, anions, and neutral molecules. Chemical Reviews. 1995 Nov 1;95(7):2529-86.
2. Tyagi M, Chandra S, Akhtar J, Chand D. Modern spectroscopic technique in the characterization of biosensitive macrocyclic Schiff base ligand and its complexes: Inhibitory activity against plantpathogenic fungi. Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy. 2014 Jan 24;118:1056-61.
3. Singh DP, Kumar R, Malik V, Kumar K. One pot template synthesis and characterization of trivalent transition metal ion complexes derived from diaminopyridine and glyoxal. Rasayan Journal of Chemistry. 2008;1(2):349-54.
4. Shimakoshi H, Nakazato A, Hayashi T, Tachi Y, Naruta Y, Hisaeda Y. Electroorganic syntheses of macrocyclic lactones mediated by vitamin B12 model complexes: Part 17. Hydrophobic vitamin B12. Journal of Electroanalytical Chemistry. 2001 Jul 13;507(1-2):170-6.

5. Mruthyunjayaswamy BH, Ijare OB, Jadegoud Y. Synthesis, characterization and biological activity of symmetric dinuclear complexes derived from a novel macrocyclic compartmental ligand. *Journal of the Brazilian Chemical Society*. 2005;16:783-9.
6. Nishat N, Asma, Dhyani S. Synthesis, spectral and antimicrobial studies of transition metal complexes with novel macrocyclic ligand containing C= N and CO–NH group. *Journal of Coordination Chemistry*. 2009 Sep 20;62(18):3003-11.
7. Shankarwar SG, Nagolkar BB, Shelke VA, Chondhekar TK. Synthesis, spectral, thermal and antimicrobial studies of transition metal complexes of 14-membered tetraaza [N4] macrocyclic ligand. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*. 2015 Jun 15;145:188-93.
8. Iqbal MA, Haque RA, Ahamed MB, Majid AA, Al-Rawi SS. Synthesis and anticancer activity of para-xylyl linked bis-benzimidazolium salts and respective Ag (I) N-heterocyclic carbene complexes. *Medicinal Chemistry Research*. 2013 May 1;22(5):pp2455-2466.
9. Iqbal MA, Haque RA, Nasri SF, Majid AA, Ahamed MB, Farsi E, Fatima T. Potential of silver against human colon cancer:(synthesis, characterization and crystal structures of xylyl (Ortho, meta, & Para) linked bis-benzimidazolium salts and Ag (I)-NHC complexes: In vitro anticancer studies). *Chemistry Central Journal*. 2013 Dec;7(1):27.

خصائص تحويل هانكل في فضاء فوق التوزيعات من

نوع بويرلنغ

رحيق سمير علي¹ ، أ.د. منير مخلوف²

¹ طالبة ماجستير في قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة البعث، سوريا

² قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة البعث، سوريا

الملخص:

نقدم في هذا البحث تعريفاً لدوال الاختبار في فضاء فوق التوزيعات (فضاء بويرلنغ) وبعض خصائصها الجبرية والطوبولوجية، ثم نستعرض تحويل هانكل والذي يكون بدوره أوتومورفيزماً في الفضاء $D_I(A)_\mu$ على هذا الفضاء. ونبين الخصائص المتعلقة بكثافة الفضاء الجزئي $[\mathcal{H}_\omega^\mu; A, B]$ و $[\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ بالإضافة إلى دراسة التقابل بين الفضاءين $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ وأخيراً نقدم إثبات بعض الخصائص والصيغ المتعلقة بتحويل هانكل في فضاء فوق التوزيعات $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$.

الكلمات المفتاحية:

فوق التوزيع، تحويل هانكل، فضاء بويرلنغ، أوتومورفيزم، فضاء باناخ.

Hankel Transformation Properties in Beurling Type Ultradistributions Space

Abstract:

In this research , we present a definition of the Banach–space–valued test functions of Beurling type ultradistribution $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ and some of their algebraic and topological properties . Then we review the Hankel transformation which is an automorphism on this space and show the properties of the subspace ${}_\mu D_I(A)$ of $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$.

In addition to studying the bijection between $[\mathcal{H}_\omega^\mu(A);B]$ onto $[\mathcal{H}_\omega^\mu;[A,B]]$.Finally , we present a proof for some formulas relating to Hankel transformation on $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$.

Key words: Ultradistribution, Hankel transformation, Beurling type space, automorphism, Banach space.

مقدمة:

تعدّ التحويلات التكاملية من أهمّ الأدوات الرياضية التي تستخدم لفهم وتحليل مجموعة واسعة من الظواهر في العلوم والهندسة، وقد نال تحويل هانكل اهتماماً كبيراً من قبل الرياضيين والباحثين، وسمي تحويل هانكل نسبةً إلى العالم الألماني هيرمان هانكل.

من أبرز الباحثين الذين قدّموا نتائج مهمة بما يتعلق بتحويل هانكل للدوال المعممة أو التوزيعات الباحث زيمانين – Zemanian ، حيث قام بدراسة نظرية دوال الاختبار ودرس تحويل هانكل للدوال المعممة على فضاءات باناخ، ومن ثم تحويل هانكل المعمم.

بالإضافة إلى تاياوري – Tiwari الذي قدم صيغة عامة لتحويل هانكل في فضاءات الدوال المعممة وساهم في إثبات بعض خصائص هذا التحويل.

ومن ثم وسع باثاك – Pathak وباندي – Pandey عمل زيمانين وتايوري حول تحويل هانكل في فضاءات الدوال المعممة إلى فضاءات فوق التوزيعات من نوع بويرلنغ – Beurling،

حيث تم تعريف ودراسة أهم خصائص هذا الفضاء من قبل باثاك وشريستا – Shrestha.

سنركز في بحثنا هذا على أهم النتائج التي تم التوصل إليها فيما يتعلق بتحويل هانكل لفوق التوزيعات على فضاءات باناخ.

هدف البحث:

نهدف في هذا البحث لدراسة تحويل هانكل لفوق التوزيعات على فضاءات باناخ، وإثبات بعض الصيغ العلمية المتعلقة بتحويل هانكل في هذا الفضاء.

أهمية البحث:

تأتي أهمية البحث من كون تحويل هانكل لفوق التوزيعات على فضاءات باناخ أساساً يُرتكز عليه في تحليل ومعالجة البيانات في مختلف العلوم كالجيولوجيا والفيزياء والطب، ويلعب تحويل هانكل دوراً مهماً في معالجة البيانات البصرية كتحويل بيانات التلسكوبات الفلكية، وله تطبيقات أخرى في المعادلات التفاضلية الجزئية وفي المسائل المتعلقة بالمرونة والأمواج والانتشار الحراري وغيرها.

١. مفاهيم أساسية:

تعريف ١,١ : الفضاء $D^m(A)$ [4]:

يعرّف الفضاء $D^m(A)$ بالعلاقة : $D^m(A) = D_{R^n}^m(A) = \bigcup_{j=1}^{\infty} D_{K_j}^m(A)$ حيث

إن $D_{K_j}^m(A)$ هو فضاء خطي لكل الدوال الملساء ϕ من R^n إلى فضاء باناخ A بحيث يكون $\text{supp } \phi \subset K_j$ و K_j هي مجموعات مترابطة من الفضاء R^n و

$\bigcup_{j=1}^{\infty} K_j = R^n$ و $K_j \subseteq K_{j+1}$. والطوبولوجيا مولدة بأنصاف النظم للفضاء $D_{K_j}^m$

المعطاة بالشكل:

$$\gamma_k(\phi) = \sup_{t \in K_j} \|D_t^k \phi(t)\|_A, \quad 0 \leq k \leq m$$

تعريف ١,٢ : الفضاء $\mathcal{H}_\mu(A)$ [4]:

ذات القيم العقدية ، والملساء على $\phi(x)$ هو فضاء كل الدوال $\mathcal{H}_\mu(A)$ الفضاء

، ونحقق : $I = (0, \infty)$ المجال

$$\gamma_{m,k}^\mu(\phi) = \sup_{x \in I} \left\| x^m \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu - (1/2)} \phi(x) \right\|_A < \infty \quad \forall m, k \in \mathbb{N}_0$$

تعريف ١,٣ : تحويل هانكل على الفضاء $\mathcal{H}_\mu(A)$ من أجل $\mu \geq -\frac{1}{2}$ [4]:

، حيث $\phi(x) \in \mathcal{H}_\mu(A)$ للدالة $(h_\mu \phi)(x)$ يعرف تحويل هانكل

بالشكل: $x \in I = (0, \infty)$

$$(h_\mu \phi)(x) = \int_0^\infty (xy)^{1/2} J_\mu(xy) \phi(y) dy, \quad \mu \geq -\frac{1}{2}$$

هي دالة بيسل من النوع الأول J_μ . حيث

تعريف ١,٤ : الفضاء $[A; B]$ [13]:

$[A, B]$ يرمز للفضاء الخطي لكل التطبيقات الخطية المستمرة من A إلى B وذلك من أجل أي فضاءين متجهين طوبولوجيين A و B . والرمز $\langle f, \phi \rangle$ يشير إلى العنصر من B المعين بـ $f \in [A, B]$ و $\phi \in A$. ونرمز للنظيم في فضاء باناخ A بالرمز $\|\cdot\|_A$.

تعريف ١,٥ : فضاء فوق التوزيعات من نوع بويرلنغ-Beurling $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ [11]:

وتحقق الخواص التالية: $I = (0, \infty)$ دالة حقيقية مستمرة على المجال ω لتكن

$$(i) \quad 0 \leq \omega(\xi + \eta) \leq \omega(\xi) + \omega(\eta) \quad \forall \xi, \eta \in I$$

$$(ii) \quad \int_0^\infty \frac{\omega(\xi)}{(1 + \xi^2)} d\xi < \infty$$

$$(iii) \quad \omega(\xi) \geq a + b \log(1 + \xi) \quad , \quad a, b > 0 \quad , \quad a, b \in \mathbb{R}$$

لمجموعة كل الدوال المستمرة ذات القيم الحقيقية والتي تحقق الشروط M نرمز بـ

نجد إن : (iii) السابقة. من العلاقة

$$x \leq e^{-a/b} e^{\omega(x)/b}, \quad x > 0$$

والقابلية للاشتقاق ϕ على أنه فضاء كل الدوال العقدية $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ نعرف الآن الفضاء

، والتي تحقق : $I = (0, \infty)$ عدداً غير منته من المرات على المجال

$$\gamma_{\lambda,k}^{\mu}(\phi) = \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-1/2} \phi(x) \right\|_A < \infty, \quad \forall \lambda, k \in \mathbb{N}_0$$

إن $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ فضاء خطي وطوبولوجيا الفضاء $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ مولدة بأسرة أنصاف النظم $\{\gamma_{\lambda,k}^{\mu}\}$.

تعريف ١,٦ : تحويل هانكل على الفضاء $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ من أجل $\mu \geq -\frac{1}{2}$ [11] :

يعرف تحويل هانكل $(h_{\mu}\phi)(x)$ للدالة $\phi(x) \in \mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ ، حيث $x \in I = (0, \infty)$ بالشكل :

$$(h_{\mu}\phi)(x) = \int_0^{\infty} (xy)^{1/2} J_{\mu}(xy) \phi(y) dy, \quad \mu \geq -\frac{1}{2}$$

تعريف ١,٧ : الفضاء $D_I(A)$ [4] :

نقول عن $\phi(x)$ إنها دالة من الفضاء $D_I(A)$ إذا وفقط إذا كانت ϕ معرفة على المجال $I = (0, \infty)$ وملساء، ويوجد $b \in I$ من أجل كل ϕ يحقق أن $\phi(x) = 0$ من أجل $x \in [b, \infty)$ و لنضع ${}_{\mu}D_I(A) \triangleq D_I(A) \cap \mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$.

تعريف ١,٨ : الفضاء ${}_{\mu}D_I \odot A$ [4] :

${}_{\mu}D_I \odot A$ هو الفضاء الخطي لكل الدوال $\phi \in {}_{\mu}D_I(A)$ التي لها تمثيل من الصيغة $\phi = \sum_k a_k h_k$ حيث $a_k \in {}_{\mu}D_I$ ، $a_k \in A$ والمجموع يتكون من عدد منته من الحدود .

ملاحظة:

$$S_{\mu} = S_{\mu,x} = M_{\mu} N_{\mu} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1-4\mu^2}{4x^2} \quad .1$$

$$N_\mu = N_{\mu,x} = x^{\mu+1/2} \frac{d}{dx} x^{-\mu-1/2} \quad .2$$

$$M_\mu = M_{\mu,x} = x^{-\mu-1/2} \frac{d}{dx} x^{\mu+1/2} \quad .3$$

$$N_\mu^{-1} = x^{\mu+1/2} \int_\infty^x t^{-\mu-1/2} dt \quad .4$$

$$\left(x^{-1} \frac{d}{dx}\right)^k (\theta\Phi)(x) = \sum_{v=0}^k \binom{k}{v} \left(x^{-1} \frac{d}{dx}\right)^v \theta \left(x^{-1} \frac{d}{dx}\right)^{k-v} \Phi \quad .5$$

تعريف ٩، ١ : تحويل هانكل من مرتبة μ اختيارية [11] :

ليكن k عدداً صحيحاً غير سالب يحقق $\mu + k \geq -1/2$. نعرف تحويل هانكل

$h_{\mu,k}$ على الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ بالشكل :

$$\Psi(y) = h_{\mu,k}(\phi(x)) \triangleq (-1)^k x^{-k} h_{\mu+k} N_{\mu+k-1} \dots N_{\mu+1} N_\mu [\phi(x)]$$

وتحويل هانكل العكسي $h_\mu^{-1} \downarrow \Psi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ يعرف بالشكل :

$$\phi(x) = h_\mu^{-1}[\Psi(y)] \triangleq (-1)^k N_\mu^{-1} N_{\mu+1}^{-1} \dots N_{\mu+k-1}^{-1} h_{\mu+k} [y^k \Psi(y)]$$

تعريف ١٠، ١ : تحويل هانكل المعمم [11] :

ليكن k عدد صحيح موجب بحيث يحقق $\mu + k \geq -1/2$ من أجل $\mu \in \mathbb{R}$.

نعرف تحويل هانكل المعمم بالشكل : $\langle h'_\mu f, \phi \rangle = \langle f, h_{\mu,k} \phi \rangle$ من أجل كل

$f \in [\mathcal{H}_\omega^\mu(A)]'$ حيث $\phi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$.

تعريف ١١، ١ : دعامة (حامل) دالة [1] :

لتكن $f: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ حيث Ω مجموعة جزئية (مفتوحة) في \mathbb{R} . إن دعامة هذه الدالة

هي غلاقة المجموعة $\{x \in \Omega ; f(x) \neq 0\}$ ونكتب :

$$\text{supp}(f) = \overline{\{x \in \Omega ; f(x) \neq 0\}}$$

تعريف ١،٢: الفضاء المحدب محلياً [6]:

نقول عن الفضاء المتجهي الطوبولوجي V أنه فضاء محدب محلياً إذا كان لكل نقطة من الفضاء قاعدة جوارات تتكون من مجموعات محدبة .

مبرهنة ١،١ [11]:

يكون الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ فضاءً جزئياً من الفضاء $\mathcal{H}_\mu(A)$ من أجل $\omega \in M$.

الإثبات : لتكن $\phi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ علينا أن نبين أن : $\gamma_{\lambda,k}^\mu(\phi) < \infty$. لدينا:

$$\begin{aligned} & \sup_{x \in I} \left\| x^m \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k [x^{-\mu-(1/2)} \phi(x)] \right\|_A \\ &= \sup_{x \in I} \left\| x^m e^{-\lambda\omega(x)} e^{\lambda\omega(x)} \cdot \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \end{aligned}$$

، و من ثم يكون : $x^m \leq e^{\lambda\omega(x)}$ حيث :

$$\begin{aligned} & \sup_{x \in I} \left\| x^m e^{-\lambda\omega(x)} e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \\ & \leq \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \end{aligned}$$

: $\gamma_{\lambda,k}^\mu(\phi) < \infty$ ، ومنه يكون : $\mathcal{H}_\omega^\mu(A) \subseteq \mathcal{H}_\mu(A)$.

مبرهنة ١،٢ [11]:

الفضاء الجزئي $\mu D_I(A)$ كثيف في الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ من أجل كل $\mu \in R$.

الإثبات : لتكن $\theta(x) \in D_I(A)$ بحيث: $\theta(x) = 1$ من أجل $x \in]0, 1]$ و $\theta(x) = 0$ من أجل $x \geq 2$. نأخذ $\phi(x) \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ و $\lambda, k \in \mathbb{N}_0$ ، وبالتالي:

$$e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k \left[x^{-\mu-(1/2)} \left[\theta \left(\frac{x}{\eta} \right) \phi(x) - \phi(x) \right] \right]$$

$$= x e^{\lambda\omega(x)} \sum_{v=0}^k \binom{k}{v} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-v} x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \frac{(x^{-1}(d/dx))^v [\theta(x/\eta) - 1]}{x}$$

بالتالي:

$$\sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k \left[x^{-\mu-(1/2)} \left(\theta \left(\frac{x}{\eta} \right) \phi(x) - \phi(x) \right) \right] \right\|_A$$

$$\leq \sum_{v=0}^k \binom{k}{v} \sup_{x \in I} \left\| e^{(\lambda+1)\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-v} x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A$$

$$\times \sup_{x \geq \eta} \left| \frac{(x^{-1}(d/dx))^v [\theta(x/\eta) - 1]}{x} \right|$$

ومن ثم:

$$\sup_{x \in I} \left\| e^{(\lambda+1)\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-v} x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A < \infty \quad \forall \phi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$$

ويكون:

$$\sup_{x \geq \eta} \left| \frac{(x^{-1}(d/dx))^v [\theta(x/\eta) - 1]}{x} \right| \rightarrow 0, \quad k = \text{const}, \quad 0 \leq v \leq k.$$

$\theta \left(\frac{x}{\eta} \right) \phi(x) \rightarrow \phi(x)$ في الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$. ومنه نجد:

ميرهنه ١,٣ [11]:

تحويل هانكل العادي هو أوتومورفيزم (*automorphism*) على الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ من أجل $\mu \geq -\frac{1}{2}$.

الإثبات : لدينا :

$$\gamma_{\lambda,k}^\mu [(h_\mu \phi)(\xi)] = \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A$$

بحيث يكون : $C(\varepsilon)$ يوجد ثابت $\varepsilon > 0$ من أجل (*ii*) ومن الخاصية . وبالتالي: $\omega(\xi) \leq \varepsilon \xi + C(\varepsilon)$.

$$\begin{aligned} & \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda \omega(\xi)} \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \\ & \leq \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda(\varepsilon \xi + C(\varepsilon))} \left(\xi^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \\ & \leq \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda C(\varepsilon)} e^{\lambda \varepsilon \xi} \left(\xi^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \\ & \leq e^{\lambda C(\varepsilon)} \sup_{\xi \in I} \left\| \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda \varepsilon)^m}{m!} \xi^m \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \end{aligned}$$

ومن ثم نحصل على:

$$\begin{aligned} & \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(\xi^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \\ & \leq e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda \varepsilon)^m}{m!} \sup_{\xi \in I} \left\| \xi^m \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k \xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \\ & \leq e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda \varepsilon)^m}{m!} \sup_{\xi \in I} \left\| \int_0^\infty x^{2\mu+2k+m+1} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m [x^{-\mu - (1/2)} \phi(x)] \right. \\ & \quad \left. \times (x\xi)^{-\mu-k} J_{\mu+k}(x\xi) dx \right\|_A \\ & \leq e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda \varepsilon)^m}{m!} \sup_{\xi \in I} |(x\xi)^{-\mu-k} J_{\mu+k}(x\xi)| \end{aligned}$$

$$\times \int_0^\infty \left\| x^{2\mu+2k+m+1} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A dx.$$

. و بالتالي: $N > \mu + k + 1/2$ ، افرض أن

$$\begin{aligned} & \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda\omega(\xi)} \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k \xi^{-\mu-(1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right\|_A \\ & \leq e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^\infty \frac{(\lambda\varepsilon)^m}{m!} A_{\mu+k} \int_0^\infty \left\| (1+x^2)^{N+1} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \frac{dx}{(1+x^2)} \\ & \leq \frac{\pi}{2} e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^\infty \frac{(\lambda\varepsilon)^m}{m!} A_{\mu+k} \sup_{x \in I} \left\| (1+x^2)^{N+1} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \\ & \leq \frac{\pi}{2} e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^\infty \frac{(\lambda\varepsilon)^m}{m!} A_{\mu+k} \sum_{l=0}^{N+1} \binom{N+1}{l} \sup_{x \in I} \left\| x^{2l} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \end{aligned}$$

نحصل على : $e^{(2l/b)\omega(x)} \geq e^{2al/b} x^{2l}$ و (iii) ومن الخاصية

$$\begin{aligned} & \sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k \left[\xi^{-\mu-(1/2)} (h_\mu \phi)(\xi) \right] \right\|_A \\ & \leq \frac{\pi}{2} e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^\infty \sum_{l=0}^{N+1} \frac{(\lambda\varepsilon)^m}{m!} \binom{N+1}{l} e^{-2al/b} \times \sup_{x \in I} \left\| e^{\frac{2l}{b}\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \\ & \leq \frac{\pi}{2} e^{\lambda C(\varepsilon)} \sum_{m=0}^\infty \frac{(\lambda\varepsilon)^m}{m!} \binom{N+1}{l} e^{-2a(N+1)/b} \times \sup_{x \in I} \left\| e^{\frac{2(N+1)}{b}\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m (x^{-\mu-(1/2)} \phi(x)) \right\|_A \\ & \leq B_{\mu+k, N+1} \sum_{m=0}^\infty \left[\frac{(\lambda\varepsilon)^m}{m!} \gamma_{(2N+1)/b, m}^\mu(\phi) \right] \end{aligned}$$

نجد إن : $\varepsilon < (\lambda^m B_{\mu+k, N+1} \gamma_{(2n+1)/b, m}^\mu(\phi))^{-1/m}$ إذا اخترنا

$$\sup_{\xi \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \right)^k [\xi^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(\xi)] \right\|_A < \infty$$

. وباستخدام الصيغة العكسية لتحويل هانكل $(h_\mu \phi) \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ ومما سبق نجد إن

أوتومورفيزم h_μ . تقابل. ومنه فإن h_μ ، وبالتالي يكون $h_\mu^{-1} = h_\mu$ نجد إن

من أجل $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ كثيف في الفضاء ${}_\mu D_I \odot A$: الفضاء [11] مبرهنة ١،٤

$$\mu \geq -\frac{1}{2} .$$

وعلينا $\phi \in {}_\mu D_I(A)$ كما عرفناها في المبرهنة ١،٢ ، ولتأخذ $\theta(x)$ الإثبات : لتكن

: $\mu \in \mathbb{R}$ أن نبين أنه من أجل

تنتمي للفضاء $\eta \rightarrow \infty$ عندما $h_\mu(\phi) \rightarrow h_\mu(\phi)$ $\theta\left(\frac{x}{\eta}\right) \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$.

لذلك:

$$\begin{aligned} & \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(x) \left[\theta\left(\frac{x}{\eta}\right) - 1 \right] \right\|_A \\ & \leq \left(\sum_{\beta=0}^k \binom{k}{\beta} \sup_{x \geq \eta} \left| \frac{(x^{-1}(d/dx))^\beta [\theta(x/\eta) - 1]}{x} \right| \right) \\ & \times \sup_{x \in I} \left\| x e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-\beta} x^{-\mu - (1/2)} (h_\mu \phi)(x) \right\|_A \end{aligned}$$

عندئذ:

$$\sup_{x \geq \eta} \left| \frac{(x^{-1}(d/dx))^\beta [\theta(x/\eta) - 1]}{x} \right| \rightarrow 0 , \eta \rightarrow \infty , k = \text{const} , 0 \leq \beta \leq k .$$

ومن ثم باستخدام المبرهنة ١،٢ ، نحصل على:

$$\sup_{x \in I} \left\| x e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-\beta} x^{-\mu-(1/2)} (h_\mu \phi)(x) \right\|_A$$

$$\leq \frac{\pi}{2} e^{\lambda C(\varepsilon)} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda \varepsilon)^m}{m!} A_{\mu+k} \sum_{l=1}^{N+1} \binom{N+1}{l} \sup_{x \in I} \left\| x^{2l+1} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \right)$$

حيث $\phi \in {}_\mu D_I(A)$ ، وبالتالي يوجد $b \in I$ يحقق $\phi(x) = 0$ من أجل $x \in [b, \infty)$ وبالتالي:

$$\sup_{x \in I} \left\| x e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-\beta} x^{-\mu-(1/2)} (h_\mu \phi)(x) \right\|_A \leq b \frac{\pi}{2} e^{\lambda C(\varepsilon)}$$

$$\times \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda \varepsilon)^m}{m!} A_{\mu+k} \sum_{l=1}^{N+1} \binom{N+1}{l} \sup_{x \in I} \left\| x^{2l+1} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^m x^{-\mu-(1/2)} \phi(x) \right\|_A \right) \leq \infty$$

وهذا يعني أن:

$$\left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-(1/2)} h_\mu \phi(x) \left[\theta \left(\frac{x}{\eta} \right) - 1 \right] \right\|_A \rightarrow 0 \text{ as } \eta \rightarrow \infty$$

. عندما $\eta \rightarrow \infty$ من الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ $h_\mu(\phi) \rightarrow h_\mu(\phi)$ وبالتالي:

كثيف في الفضاء ${}_\mu D_I \odot A$ نجد أن [4] باستخدام نفس الطريقة الواردة في $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ ومنه يكون $h_\mu({}_\mu D_I(A))$ أوتومورفيزم في الفضاء h_μ و $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$.
كثيف في ${}_\mu D_I \odot A$ وبالتالي $h_\mu({}_\mu D_I(A))$ كثيف في الفضاء

تمهيدية ١، [13]:

ليكن W, V فضاءان محدبان محلياً ، وليكن Γ, P تولدان أسرة من أنصاف النظم

للطبولوجيا في W, V على الترتيب . وليكن f تطبيق خطي من V إلى W

عندئذٍ القضايا الأربع الاتية متكافئة :

i. f مستمر .

ii. f مستمر في نقطة الأصل.

iii. من أجل كل نصف نظيم ρ مستمر على W يوجد نصف نظيم γ في V

يحقق :

$$\rho(f(\theta)) \leq \gamma(\theta) \text{ من أجل كل } \theta$$

iv. من أجل كل $\rho \in P$ ، يوجد ثابت $M \geq 0$ ، وتوجد أسرة منتهية

$$\rho(f(\theta)) \leq M \max_{0 \leq k \leq m} \gamma_k(\theta) \text{ تحقق } \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m\}$$

كل $\theta \in V$.

تمهيدية 1.2 :

كل $f \in [\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ يعرف بشكل وحيد دالة $g \in [\mathcal{H}_\omega^\mu; [A; B]]$ من

خلال المعادلة :

$$\langle g, \theta \rangle_a \triangleq \langle f, \theta a \rangle , \quad \theta \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A) , \quad a \in A, \quad \mu \in R$$

الإثبات: ليكن $\theta \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ نعرف التطبيق j_θ من A إلى B بالشكل :

$$j_\theta a = \langle f, \theta a \rangle . \text{ ومن السهل التحقق من كون } j_\theta \text{ خطي .}$$

حسب التمهيدية 1.1 (iv) يوجد عدنان صحيحان موجبان k_0, λ_0 ، و ثابت $M > 0$

يحقق :

$$\|j_{\theta}a\|_B = \|\langle f, \theta a \rangle\|_B \leq M \max_{\substack{0 \leq k \leq k_0 \\ 0 \leq \lambda \leq \lambda_0}} \gamma_{\lambda, k}^{\mu}(\theta a)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda, k}^{\mu}(\theta a) &= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-1/2} \theta a \right\|_A \\ &= \|a\|_A \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-1/2} \theta \right\|_A \end{aligned}$$

وبالتالي:

$$\|j_{\theta}a\|_B \leq M \|a\|_A \max_{\substack{0 \leq k \leq k_0 \\ 0 \leq \lambda \leq \lambda_0}} \gamma_{\lambda, k}^{\mu}(\theta)$$

ويكون:

$$\|j_{\theta}\|_{[A; B]} \leq M \max_{\substack{0 \leq k \leq k_0 \\ 0 \leq \lambda \leq \lambda_0}} \gamma_{\lambda, k}^{\mu}(\theta)$$

وهذه العلاقة تبين أن g مستمر .

ثم نضع : $j_{\theta} \triangleq \langle g, \theta \rangle$. وهذا يعرف بشكل وحيد g كتطبيق من $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}$ إلى $[A; B]$.

g خطي لأنه من أجل أي $a \in A$ ، $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ ، و $\theta, \psi \in \mathcal{H}_{\omega}^{\mu}$ يكون :

$$\begin{aligned} \langle g, \alpha\theta + \beta\psi \rangle &= \langle f, \alpha\theta a + \beta\psi a \rangle \\ &= \alpha \langle f, \theta a \rangle + \beta \langle f, \psi a \rangle \\ &= (\alpha \langle g, \theta \rangle + \beta \langle g, \psi \rangle) a \end{aligned}$$

مبرهنة ١,٥:

يوجد تقابل من $[\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A); B]$ إلى $[\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}; [A; B]]$ ، ويعرف بالشكل :

$$\langle g, \theta \rangle a \stackrel{\Delta}{=} \langle f, \theta a \rangle$$

حيث :

$$a \in A , g \in [\mathcal{H}_\omega^\mu; [A; B]] , f \in [\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B] , \theta \in \mathcal{H}_\omega^\mu , \mu \geq -\frac{1}{2}$$

الإثبات: من التمهيدية 1.2 ، كل $f \in [\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ يعرف بشكل وحيد دالة $g \in [\mathcal{H}_\omega^\mu; [A; B]]$ من خلال المعادلة :

$$\langle g, \theta \rangle a = \langle f, \theta a \rangle$$

من أجل كل $\mu \in R$. من أجل كل $\varphi \in {}_\mu D_I(A)$ نعرف :

$$\langle f, \varphi \rangle = \sum \langle g, \theta_k \rangle a_k$$

من أجل $\varphi = \sum \theta_k a_k$. ينتج من التعريف أن f خطي على $A \odot {}_\mu D_I$ ونسعى

لنبين أن f مستمر . بالفعل من أجل $\varepsilon > 0$ اختياري ، وحيث إن :

θa ($\theta \in {}_\mu D_I , a \in A$) تنتمي إلى المجموعة :

$\{ \varphi : \gamma_{\lambda, k}^\mu(\varphi) < \varepsilon/M , \lambda = 0, 1, \dots, \lambda_0 , k = 0, 1, \dots, k_0 \}$ و .

M, λ_0, k_0 معرفة كما سنرى . نستنتج أن :

$$\| \langle f, \theta a \rangle \|_B = \| \langle g, \theta \rangle a \|_B \leq \| a \|_A \cdot \| \langle g, \theta \rangle \|_{[A; B]}$$

من التمهيدية 11 (iv) ، يوجد $M > 0$ وعددان صحيحان موجبان λ_0, k_0 يحققان :

$$\| \langle f, \theta a \rangle \|_B \leq \| a \|_A \cdot M \max_{\substack{0 \leq k \leq k_0 \\ 0 \leq \lambda \leq \lambda_0}} \gamma_{\lambda, k}^\mu(\theta) < M \cdot \varepsilon/M = \varepsilon$$

وبالتالي f مستمر في نقطة الأصل . من التمهيدية ، (١١) ، f مستمر على ${}_{\mu}D_I \odot A$

من المبرهنة ٤،١ ، ${}_{\mu}D_I \odot A$ كثيف في $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ من أجل كل $\mu \geq \frac{-1}{2}$. وبذلك يتم المطلوب.

٢. تحويل هانكل h_{μ} من مرتبة اختيارية μ :

مبرهنة ٢،١

N_{μ} تطبيق خطي مستمر من $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ إلى $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu+1}(A)$.

الإثبات: من أجل كل $\varphi \in \mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ وكل λ ، k يكون :

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda,k}^{\mu+1}(N_{\mu}\varphi) &= \sup \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-\frac{3}{2}} N_{\mu}\varphi \right\|_A \\ &= \sup \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-\frac{3}{2}} x^{\mu+\frac{1}{2}} \frac{d}{dx} x^{-\mu-\frac{1}{2}} \varphi \right\|_A \\ &= \sup \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right) x^{-\mu-\frac{1}{2}} \varphi \right\|_A \\ &= \sup \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k+1} x^{-\mu-\frac{1}{2}} \varphi \right\|_A = \gamma_{\lambda,k+1}^{\mu}(\varphi) \end{aligned}$$

مبرهنة ٢،٢

N_{μ}^{-1} تطبيق خطي مستمر من $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu+1}(A)$ إلى $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$.

الإثبات : بفرض أن $\varphi(x) \in \mathcal{H}_{\omega}^{\mu+1}(A)$ و k ثابت صحيح موجب ، عندئذ:

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda,k}^{\mu}(N_{\mu}^{-1}\varphi) &= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-1/2} N_{\mu}^{-1}\varphi \right\|_A \\ &= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-1/2} . x^{\mu+1/2} \int_{\infty}^x t^{-\mu-1/2} \varphi(t) dt \right\|_A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-1} x^{-1} \left(\frac{d}{dx} \int_{\infty}^x t^{-\mu-1/2} \varphi(t) dt \right) \right\|_A \\
 &= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-1} x^{-1} x^{-\mu-1/2} \varphi(x) \right\|_A \\
 &= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^{k-1} x^{-(\mu+1)-1/2} \varphi(x) \right\|_A = \gamma_{\lambda, k-1}^{\mu+1}(\varphi)
 \end{aligned}$$

وذلك من أجل : $\lambda = 0, 1, 2, \dots$, $k = 1, 2, \dots$

ونحصل على نتيجة مشابهة من أجل $k = 0$ بالشكل :

$$\begin{aligned}
 \| e^{\lambda\omega(x)} x^{-\mu-1/2} N_{\mu}^{-1} \varphi(x) \|_A &\leq e^{\lambda\omega(x)} \int_x^{\infty} \| t^{-\mu-1/2} \varphi(t) \|_A dt \\
 &\leq \int_0^{\infty} \| e^{\lambda\omega(t)} \cdot t^{-\mu-1/2} \varphi(t) \|_A dt \\
 &\leq \int_0^{\infty} \| e^{\lambda\omega(t)} \frac{1}{1+t^2} (t+t^3) t^{-(\mu+1)-1/2} \varphi(t) \|_A dt
 \end{aligned}$$

بالتالي:

$$\begin{aligned}
 &\sup_{x \in I} \| e^{\lambda\omega(x)} x^{-\mu-1/2} N_{\mu}^{-1} \varphi(x) \|_A \\
 &\leq \int_0^{\infty} \frac{dt}{1+t^2} \sup_{x \in I} \| e^{\lambda\omega(x)} (x+x^3) x^{-(\mu+1)-1/2} \varphi(x) \|_A \\
 \gamma_{\lambda, 0}^{\mu}(N_{\mu}^{-1} \varphi) &\leq \frac{\pi}{2} \left[\begin{array}{l} \sup_{x \in I} \| e^{\lambda\omega(x)} \cdot x \cdot x^{-(\mu+1)-1/2} \varphi(x) \|_A \\ + \sup_{x \in I} \| e^{\lambda\omega(x)} \cdot x^3 \cdot x^{-(\mu+1)-1/2} \varphi(x) \|_A \end{array} \right] : \text{أي}
 \end{aligned}$$

لدينا:

$$x \leq e^{\lambda\omega(x)} \Rightarrow x.e^{\lambda\omega(x)} \leq e^{2\lambda\omega(x)}$$

$$x^3 \leq e^{\lambda\omega(x)} \Rightarrow x^3.e^{\lambda\omega(x)} \leq e^{2\lambda\omega(x)}$$

$$\gamma_{\lambda,0}^{\mu}(N_{\mu}^{-1}\varphi) \leq \frac{\pi}{2} \left[\sup_{x \in I} \|e^{2\lambda\omega(x)}.x^{-(\mu+1)-1/2}\varphi(x)\|_A + \sup_{x \in I} \|e^{2\lambda\omega(x)}.x^{-(\mu+1)-1/2}\varphi(x)\|_A \right] : \text{ومنه نجد:}$$

$$\gamma_{\lambda,0}^{\mu}(N_{\mu}^{-1}\varphi) \leq \frac{\pi}{2} \left[2 \sup_{x \in I} \|e^{2\lambda\omega(x)}.x^{-(\mu+1)-1/2}\varphi(x)\|_A \right] : \text{أي}$$

$$\gamma_{\lambda,0}^{\mu}(N_{\mu}^{-1}\varphi) \leq \frac{\pi}{2} [2 \gamma_{2\lambda,0}^{\mu+1}(\varphi)] = \pi \gamma_{2\lambda,0}^{\mu+1}(\varphi)$$

وهو المطلوب.

مبرهنة ٢,٣

تحويل هانكل $h_{\mu,k}$ الوارد في التعريف ١,٩ هو أوتومورفيزم (automorphism) على الفضاء $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$. ومعكوسه أيضا أوتومورفيزم (automorphism) على الفضاء $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$.

الإثبات:

من المبرهنات ٢,١ و ٢,٢ ، نجد إن $\varphi \rightarrow N_{\mu}N_{\mu+1}\dots N_{\mu+k-1}\varphi$ هو أيزومورفيزم من $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ إلى $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu+k}(A)$. ومن المبرهنة ١,٣ نجد إن $h_{\mu+k}$ هو أوتومورفيزم

على $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu+k}(A)$ من أجل $\mu+k \geq -\frac{1}{2}$. وأيضا لدينا $\varphi \rightarrow x^{-k}\varphi$

إيزومورفيزم من الفضاء $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu+k}(A)$ إلى $\mathcal{H}_{\omega}^{\mu}(A)$ وذلك لأن :

$$\gamma_{\lambda,k}^{\mu}(x^{-k}\varphi) = \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda\omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-\mu-1/2} x^{-k} \varphi \right\|_A$$

$$= \sup_{x \in I} \left\| e^{\lambda \omega(x)} \left(x^{-1} \frac{d}{dx} \right)^k x^{-(\mu+k)-1/2} \varphi \right\|_A = \gamma_{\lambda, k}^{\mu+k}(\varphi)$$

وبالتالي تركيب التطبيقات السابقة هو أيضاً إيزومورفيزم أي أن $h_{\mu, k}$ أوتومورفيزم على الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$. وبشكل مشابه نجد إن معكوس كل من التطبيقات السابقة هو إيزومورفيزم و $h_{\mu+k}^{-1} = h_{\mu, k}$ أي أن $h_{\mu+k}^{-1}$ أوتومورفيزم على $\mathcal{H}_\omega^{\mu+k}(A)$ وبالتالي تركيب التطبيقات العكسية أيضاً إيزومورفيزم ، أي أن $h_{\mu, k}^{-1}$ أوتومورفيزم على الفضاء $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ وهو المطلوب .

مبرهنة ٢,٤

ليكن $\mu \in \mathbb{R}$ ، عندئذ تحويل هانكل المعمم h'_μ الوارد في التعريف ١,١٠ هو أوتومورفيزم (automorphism) على الفضاء $[\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$.

الإثبات : ينتج من المبرهنة ٢,٣ ومن كون h'_μ هو المؤثر المرافق لـ $h_{\mu, k}$ على $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ مبرهنة ٢,٥ [11] :

ليكن A, B فضاءي باناخ ، عندئذ يمكن أن نعرف تقابل من الفضاء $[\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ إلى الفضاء $[\mathcal{H}_\omega^\mu; [A, B]]$ بالشكل :

$$\langle g, h \rangle_a = \langle f, ha \rangle$$

حيث $f \in [\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ ، $g \in [\mathcal{H}_\omega^\mu; [A, B]]$ ، $h \in \mathcal{H}_\omega^\mu$ ، $a \in A$ ، $\mu \in \mathbb{R}$.

الإثبات: ليكن k عدد صحيح موجب بحيث يحقق $\mu + k \geq -1/2$ من أجل $\mu \in \mathbb{R}$ ، ليكن المؤثر T إيزومورفيزم من الفضاء ${}_\mu D_I \odot A$ إلى الفضاء ${}_{\mu+k} D_I \odot A$ الكثيف في الفضاء $\mathcal{H}_\omega^{\mu+k}(A)$ أيضاً ، T إيزومورفيزم من $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ إلى $\mathcal{H}_\omega^{\mu+k}(A)$. ولهذا السبب يكون الفضاء ${}_\mu D_I \odot A$ كثيف في $\mathcal{H}_\omega^\mu(A)$. من المبرهنة ١,٤ والمبرهنة ١,٥ يمكننا إيجاد تقابل من الفضاء $[\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ إلى الفضاء $[\mathcal{H}_\omega^\mu; [A, B]]$ ويحقق المعادلة المذكورة أعلاه .

ليكن $\mu \in \mathbb{R}$ و k عدد صحيح موجب بحيث يحقق $\mu + k \geq -1/2$. عندئذٍ:

$$h_{\mu+1,k}(N_\mu \phi) = -x h_{\mu,k}(\phi) \quad \forall \phi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$$

الإثبات: من تعريف تحويل هانكل (التعريف ١,٩) نجد إن:

$$\begin{aligned} h_{\mu+1,k}(N_\mu \varphi) &= (-1)^k x^{-k} h_{\mu+1+k} N_{\mu+k} N_{\mu+k-1} \dots N_{\mu+1} (N_\mu \varphi) \\ &= (-x) (-1)^{k+1} (x)^{-(k+1)} h_{\mu+k+1} N_{\mu+k} \dots N_{\mu+1} N_\mu \varphi \\ &= -x h_{\mu,k+1}(\varphi) = -x h_{\mu,k}(\varphi) \end{aligned}$$

والخطوة الأخيرة ناتجة عن كون تحويل هانكل مستقل عن اختيار k عندما يكون $\mu + k \geq -1/2$

ملاحظة ٢,١ : لدينا

$$N_{\mu+k-1} \dots N_{\mu+1} N_\mu \varphi(y) = y^{\mu+k+1/2} \left(y^{-1} \frac{d}{dy} \right)^k y^{-\mu-1/2} \varphi(y)$$

ملاحظة ٢,٢ : لدينا صيغ اشتقاق بالشكل:

$$D_x x^{-\mu} J_\mu(xy) = -y x^{-\mu} J_{\mu+1}(xy)$$

$$D_x x^\mu J_\mu(xy) = y x^\mu J_{\mu-1}(xy)$$

مبرهنة ٢,٧ : لتكن $\phi \in \mathcal{H}_\omega^{\mu+1}(A)$ ، عندئذٍ :

$$h_{\mu,k}(M_\mu \phi) = y h_{\mu+1,k}(\phi), \quad \mu + k \geq -\frac{1}{2}, \quad \mu \in \mathbb{R}$$

مبرهنة ٢,٨ : لتكن $\varphi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ ، عندئذٍ :

$$N_\mu h_{\mu,k} \varphi = h_{\mu+1,k}(-x\varphi)$$

الإثبات: لدينا:

$$h_{\mu,k}(\varphi) = (-1)^k x^{-k} h_{\mu+k} N_{\mu+k-1} \dots N_{\mu+1} N_\mu \varphi$$

$$= (-1)^k x^{-k} \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+k} y^{\mu+k+1/2} (y^{-1} D)^k y^{-\mu-1/2} \varphi dy$$

بالتالي يكون:

$$N_\mu h_{\mu,k}(\varphi) = (-1)^k \int_0^\infty N_\mu x^{-k} \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) \cdot y^{\mu+k+1/2} (y^{-1} D)^k y^{-\mu-1/2} \varphi(y) dy$$

بالاستفادة من الملاحظة ٢,٢ نجد إن:

$$\begin{aligned} N_\mu x^{-k} \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) &= x^{\mu+1/2} D x^{-\mu-1/2} x^{-k} (xy)^{1/2} J_{\mu+k}(xy) \\ &= x^{\mu+1/2} D x^{-\mu-k} J_{\mu+k}(xy) y^{1/2} \\ &= x^{\mu+1/2} (-y) x^{-\mu-k} J_{\mu+k+1}(xy) y^{1/2} \\ &= x^{-k} \sqrt{xy} J_{\mu+k+1}(xy) (-y) \end{aligned}$$

ومنه نجد:

$$\begin{aligned} N_\mu h_{\mu,k}(\varphi) &= (-1)^k x^{-k} \\ &\times \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+k+1}(xy) y^{\mu+1+k+1/2} (y^{-1} D)^k y^{-(\mu+1)-1/2} (-y\varphi(y)) dy \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_\mu h_{\mu,k}(\varphi) = h_{\mu+1,k}(-y\varphi)$$

نبدل كل x بـ y وكل y بـ x نحصل على المطلوب .

مبرهنة ٢,٩ : لتكن $\varphi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ و $\mu + k \geq -1/2$ ، عندئذٍ :

$$M_\mu N_\mu h_{\mu,k} \varphi = h_{\mu,k}(-x^2 \varphi)$$

الإثبات:

لقد أثبتنا أن $N_\mu h_{\mu,k}(\varphi) = h_{\mu+1,k}(-y\varphi)$ ولنبرهن أن :

$$M_\mu N_\mu h_{\mu,k}(\varphi) = M_\mu h_{\mu+1,k}(-y\varphi) = h_{\mu,k}(-y^2 \varphi)$$

$$: h_{\mu+1,k}(-y\varphi) =$$

$$(-1)^k x^{-k} \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+k+1}(xy) y^{\mu+1+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-\mu-1-1/2} (-y\varphi) dy$$

وبالتالي يكون:

$$M_\mu h_{\mu+1,k}(-y\varphi) = (-1)^k x^{-k} \cdot x^{-k} \int_0^\infty M_\mu x^k \sqrt{xy} J_{\mu+1+k}(xy) y^{\mu+1+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-(\mu+1)-1/2} (-y\varphi) dy$$

لدينا :

$$\begin{aligned} M_\mu x^k \sqrt{xy} J_{\mu+k+1}(xy) &= x^{-\mu-1/2} D x^{\mu+1/2} x^k (xy)^{1/2} J_{\mu+k+1}(xy) \\ &= x^{-\mu-1/2} D x^{\mu+1+k} J_{\mu+1+k}(xy) (y)^{1/2} \end{aligned}$$

حسب الملاحظة ٢,٢ يكون:

$$D x^{\mu+1+k} J_{\mu+1+k}(xy) = y x^{\mu+1+k} J_{\mu+k}(xy)$$

$$\begin{aligned} M_\mu x^k \sqrt{xy} J_{\mu+1+k}(xy) &= x^{-\mu-1/2} (y) (y)^{1/2} x^{\mu+k+1} J_{\mu+k}(xy) \\ &= x^k \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) (y) \end{aligned} \quad \text{أي:}$$

ومنه يكون:

$$\begin{aligned} M_\mu h_{\mu+1,k}(\varphi) &= \\ (-1)^k x^{-k} \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) y^{\mu+2+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-(\mu+2)-1/2} (-y^2\varphi) dy \\ &= h_{\mu,k}(-y^2\varphi) \end{aligned}$$

حيث نجد من الملاحظة ٢,١ إن:

$$\begin{aligned} &y^{\mu+2+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-(\mu+2)-1/2} \varphi \\ &= N_{\mu+2+k-1} \dots \dots \dots N_{\mu+2} \varphi \\ &= N_{\mu+1+k-1} \dots \dots \dots N_{\mu+2} N_{\mu+1} \varphi \\ &= N_{\mu+k-1} \dots \dots \dots N_{\mu+1} N_\mu \varphi \end{aligned}$$

نبدل كل x بـ y وكل y بـ x نحصل على المطلوب .

مبرهنة ٢,١٠: لتكن $\phi \in \mathcal{H}_\omega^{\mu+1}(A)$ و $\mu + k \geq -1/2$ عندئذٍ :

$$h_{\mu,k}(x\phi) = M_\mu h_{\mu+1,k}(\phi)$$

الإثبات: لدينا:

$$\begin{aligned} h_{\mu+1,k}(\phi) &= (-1)^k x^{-k} h_{\mu+1+k} N_{\mu+k} \dots N_{\mu+1} \phi \\ &= (-1)^k x^{-k} \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+1+k}(xy) y^{\mu+1+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-\mu-1-1/2} \phi(y) dy \end{aligned}$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned} M_\mu h_{\mu+1,k}(\phi) &= (-1)^k x^{-k} x^{-k} \int_0^\infty M_\mu x^k \sqrt{xy} J_{\mu+1+k}(xy) \\ &\quad \cdot y^{\mu+1+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-(\mu+1)-1/2} \phi(y) dy \end{aligned}$$

من الملاحظة ٢,٢ نجد إن:

$$\begin{aligned} M_\mu x^k \sqrt{xy} J_{\mu+1+k}(xy) &= x^{-\mu-1/2} D x^{\mu+1/2} x^k (xy)^{1/2} J_{\mu+1+k}(xy) \\ &= x^{-\mu-1/2} D x^{\mu+k+1} J_{\mu+k+1}(xy) (y)^{1/2} \\ &= x^{-\mu-1/2} (y) x^{\mu+k+1} J_{\mu+k}(xy) (y)^{1/2} \\ &= x^k \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) (y) \end{aligned}$$

بتعويض العلاقة الأخيرة والاستفادة من الملاحظة ٢,١ نجد:

$$\begin{aligned} &M_\mu h_{\mu+1,k}(\phi) \\ &= (-1)^k x^{-k} \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) y^{\mu+2+k+1/2} (y^{-1}D)^k y^{-(\mu+2)-1/2} (y\phi(y)) dy \\ &= (-1)^k x^{-k} \int_0^\infty \sqrt{xy} J_{\mu+k}(xy) N_{\mu+2+k-1} \dots N_{\mu+2} (y\phi(y)) dy \\ &= (-1)^k x^{-k} h_{\mu+k} N_{\mu+k-1} \dots N_\mu (y\phi) = h_{\mu,k}(y\phi) \end{aligned}$$

نبدل كل x بـ y وكل y بـ x نجد إن $h_{\mu,k}(x\phi) = M_\mu h_{\mu+1,k}(\phi)$

مبرهنة ٢,١١ لتكن $\varphi \in \mathcal{H}_\omega^\mu(A)$ و $\mu + k \geq -1/2$ عندئذٍ :

$$h_{\mu,k}(M_\mu N_\mu \varphi) = -x^2 h_{\mu,k}(\varphi)$$

الإثبات: لدينا:

$$\begin{aligned} h_{\mu,k}(M_\mu \varphi) &= x h_{\mu+1,k}(\varphi) \\ \Rightarrow h_{\mu,k}(M_\mu N_\mu \varphi) &= x h_{\mu+1,k}(N_\mu \varphi) \\ &= x(-x h_{\mu,k}(\varphi)) = -x^2 h_{\mu,k}(\varphi) \end{aligned}$$

وهو المطلوب.

مبرهنة ٢,١٢ : لتكن $\mu \in \mathbb{R}$ ، و $f \in [\mathcal{H}_\omega^\mu(A); B]$ عندئذٍ :

$$M_\mu N_\mu h'_\mu f = h'_\mu [-x^2 f]$$

الإثبات: من المبرهنة ٢,١١ نحصل على:

$$\begin{aligned} \langle h'_\mu [-x^2 f, \varphi] \rangle &= \langle -x^2 f, h_{\mu,k} \varphi \rangle \\ &= \langle f, (-x^2) h_{\mu,k} \varphi \rangle \\ &= \langle f, h_{\mu,k}(M_\mu N_\mu \varphi) \rangle \\ &= \langle h'_\mu f, M_\mu N_\mu \varphi \rangle \\ &= \langle M_\mu N_\mu h'_\mu f, \varphi \rangle \end{aligned}$$

المراجع

[1] BANAKH, T and GABRIYELIAN, S 2022-On Free Locally Convex Spaces, Filomat ,36:18 ,6393-6394.

[٢] BEURLING, A 1961- Quasi-analyticity and General Distributions, Lectures 4 and 5. A.M.S. Summer Institute, Stanford.

- [3] BJORCK, G 1966-Linear partial differential operators and generalized distributions. Ark Math, 6, 351–407.
- [4] KOH, E. L. and LIE, C. K. 1993- The Hankel transformation of Banach-space-valued generalized functions. Proc. Amer. Math. Soc., 119 (1), 153–163.
- [5] KOMTISO, H 1973- Ultradistributions, I-structure theorem and a characterization. J. Fac. Sci., Univ. Tokyo, 20, 25–105.
- [6] OSBORNE, M.S 2014-Locally Convex Spaces, Spring ,213p.
- [٧] PATHAK, R. S. and PANDEY, A. B 1985- On Hankel transforms of Ultradistributions. Applicable Analysis, 20, 245–262.
- [٨] PATHAK, R. S. and SHRESTHA, K. K 2001- The Hankel transformation of Geurey ultradistributions, Integral Transform and Special Functions, 11, 61–72.
- [٩] ROUMIEU, C (1962–1963). Ultradistributions Defines Sur R_n et sur Certaines Classes de Varieties Differentiables. J. d' Analyse Math., 10, 153–192.
- [١٠] TIWARI, A. K 1989- Banach-space-valued distributional Mellin transform and form invariant linear filtering. Indian J. Pure Appl. Math., 20, 403–504.
- [١١] UPADHYAY,S.K 2003-The Hankel Transformation of the Banach-Space-Valued Ultradistributions, Integral Transforms and special Functions ,Vol 14,459-467 .
- [12] ZEMANIAN, A. H 1968 - Generalized Integral Transformations. Interscience Publishers, New York, 297p.
- [١3] ZEMANIAN, A. H 1972. Realizability Theory for Continuous Linear Systems. Academic Press, New York, 227p.

"دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لبنارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

إعداد :

طالبة الماجستير: مها صلاح مشعل

إشراف:

أ.د حمزة الرحية

الملخص

تم حساب المتغيرات الحرارية σ و ϵ للفيرون R134a ضمن المجال الحراري 245-355K والفيرون R152a (245-285K) أما الأروغون ضمن المجال 84-145K وحصلنا على قيم للمتغيرات الحرارية عند كل درجة حرارة مفروضة وقد لاحظنا تزايداً في قيم σ للفيرونات المدروسة تدريجياً مع زيادة درجة الحرارة، بينما لاحظنا تناقصاً في قيم ϵ/k أيضاً مع زيادة درجة الحرارة. تم إجراء تلك الحسابات بالاعتماد على الثوابت التجريبية المستنتجة من المعامل المتغير الثاني كما تم حسابها أيضاً باستخدام علاقات تجريبية تقريبية تعتمد على المعاملات الحرجة للضغط والحجم ودرجة الحرارة لكل فيرون كما تم حساب كل من المعامل المتغير الثاني والمعامل المتغير الثاني المحول $B(T)$, $B^*(T)$ باستخدام علاقات رياضية تعتمد على قيم المتغيرات المحسوبة وقد لاحظنا تزايداً تدريجياً في القيم الناتجة مع زيادة درجة الحرارة وتبين أنها أيضاً تتقارب جداً بالاقتراب من الدرجة الحرجة.

كلمات مفتاحية: مواد تبريد بديلة (فريونات بديلة)، جهد لينارد جونز ١٢-٦، معامل متغير ثاني، معادلة فيريالية.

" Study and Calculation of thermal variables of the Lennard johnes potential for alternative Refrigerants. "

Abstract:

The thermal parameters σ and ϵ were calculated for Freon R134a in the temperature range 245-355 K and Freon R152a (245-282 K) and Argon in the range 84-145 K. The values of the thermal variables were obtained at each specified temperature, and an increase in the values of σ with increasing temperature was observed, while a decrease in the values of ϵ/k was noticed with increasing temperature. These calculations were based on empirical constants derived from the second virial coefficients. They were also calculated using empirical equations depending on the critical parameters of pressure, temperature, and volume for each Freon. $B(T)$, $B^*(T^*)$ were calculated using mathematical equations based on the calculated variables, and a gradual increase in the resulting values was observed, which converged closely as the critical temperature was approached.

Keywords: alternative refrigerants, Lennard johnes potential 12-6, second virial coefficient, virial equation.

مقدمة

تسبب استنزاف الأوزون في الغلاف الجوي بسبب الانبعاثات الناتجة عن مركبات الكلوروفلوروكربون CFCs إلى تغييرات جذرية في تكنولوجيا التبريد والتكييف. حتى تسعينيات القرن العشرين كانت مركبات الكربون الكلورية فلورية CFCs ومركبات الكربون الهيدروكلورية فلورية HCFCs تستخدم في معظم أجهزة التبريد، ولكن بسبب المخاوف البيئية تم التخلص التدريجي منها مما استدعى البحث عن مبردات جديدة. لقد مر تطوير المبردات بأربعة أجيال، بحيث يبدأ الجيل الأول بـ HCFCs. من ثم، تم تطوير مركبات الكربون الكلورية فلورية CFCs وبهذا بدأ الجيل الثاني، حوالي عام 1950م كانت مركبات CFCs معروفة على نطاق واسع بتأثيرها على تدهور طبقة الأوزون لذلك تم الإعلان عن مركبات الكربون الهيدروفلورية ومن هنا ظهر الجيل الثالث مع التركيز على حماية طبقة الأوزون، بعدها ظهرت الهيدروكربونات HCs الجيل الرابع والأخير. تعد دراسة خصائص المبردات (الفريونات) الجزء الأساسي بعملية التطوير سواء لأجهزة التبريد أو المبردات بحد ذاتها بهدف التصميم والتصنيع الأمثل، و يتم ذلك من خلال حساب المتغيرات الحرارية لها [1].

أهمية البحث وأهدافه:

إن دراسة المتغيرات الحرارية للفريونات البديلة تُتيح لنا حساب خصائصها الترموديناميكية، مثل الأنترودية والإنثالبية وغيرها، والتي تُعد ضرورية لمهندسي تصميم العمليات الكيميائية وأنظمة التبريد. إن حساب خصائص مواد التبريد النقية

يُعتبر أمراً أساسياً لتحقيق التصميم الأمثل لمواد تبريد مختلفة في مصانع العمليات الكيميائية، كما يُساعد في تحديد توابع الطاقة الكامنة بين الجزيئات وتطوير نظريات دقيقة حولها. لذا، فإنها تلعب دوراً حيوياً في مجموعة واسعة من التطبيقات الهندسية ولاسيما الكيميائية.

يهدف هذا البحث إلى:

- (١) حساب عمق الحفرة الكمونية ϵ بين جزيئات مواد التبريد البديلة عند درجات حرارة مختلفة قبل الدرجة الحرجة لكل منها.
- (٢) حساب المسافة الفاصلة بين الجزيئات σ عند درجات حرارة مختلفة قبل الدرجة الحرجة لكل منها.
- (٣) حساب المعامل المتغير الثاني $B(T)$ لعدد من المبردات البديلة.
- (٤) حساب المعامل المتغير الثاني المحول $B^*(T^*)$ لعدد من المبردات البديلة.

طريقة البحث:

- (١) تم صياغة واستخراج المعادلات الرياضية المستخدمة لحساب هذه المعاملات الحرارية المتغيرة لجهد لينارد جونز (6-12) للفرينات البديلة Argon، R152a C2H4F2، R134a(CF3CH2F).
- (٢) استخراج الثوابت الفيرالية المستخدمة في المعادلات الخاصة بحساب المتغيرات الحرارية ϵ ، σ .
- (٣) حساب كل من المعاملات الحرارية ϵ ، σ اعتماداً على العلاقات السابقة المذكورة.
- (٤) أيضاً حساب كلاً من المعامل المتغير الثاني وكذلك المعامل المتغير الثاني بالصيغة التحويلية $B(T)$ ، $B^*(T^*)$.

٥) وأخيراً تم رسم الخطوط البيانية للمتغيرات الحرارية للفيونات البديلة بدلالة درجة الحرارة.

تم إجراء الحسابات السابقة باستخدام برنامج Excel أما الخطوط البيانية تم رسمها باستخدام برنامج Origin .

1- مواد التبريد (الفيونات)

تنقسم المبردات (الفيونات) إلى:

١) الكلوروفلوروكربونات (Chlorofluorocarbons CFCs) وهي تتكون من الكربون والفلور والكلور (بدون هيدروجين) مثل: R11، R12.

الفيون R11 (Trichloromonofluoromethane CCl_3F):

١. درجة غليانه $C 23,7$ عند الضغط الجوي.
٢. غير سام وغير قابل للاشتعال.
٣. لا يحدث تآكلاً لكنه يذيب المطاط.
٤. يمكن الكشف عنه بواسطة مشعل (هاليد) Halide torch .
٥. يحفظ في اسطوانات برتقالية اللون.

الفيون R12 (Dichlorodifluoromethane CCl_2F_2):

١. كان من أكثر الفيونات استعمالاً .
٢. درجة غليانه $C -29,4$.
٣. غير سام، وغير قابل للاشتعال أو الانفجار.
٤. مستقر كيميائياً.

٥. يمكن الكشف عنه بواسطة مشعل (هاليد) Halide torch .
٦. يحفظ في اسطوانات بيضاء اللون.

(٢) الهيدروكلوروفلوروكربونات (Hydrochlorofluorocarbons or HCFCs) وهي تتكون من الكربون والفلور والكلور و الهيدروجين مثل R22 or R123.

R22: رمزه الكيميائي CH_2ClF درجة غليانه $-40C$ تم تصنيجه عام 1936م وينتشر استعماله في أجهزة التكييف ويضر بطبقة الأوزون بنسبة بسيطة.

(٣) الهيدروفلوروكربونات (Hydrofluorocarbons or HFCs) وهي التي تكون خالية من الكلور، مثل: R134a الفريون (R134a) Tetrafluroethane(CF_3CH_2F):

١. من مكونات HFC وهو بديل للفريون R12.
 ٢. غير سام وغير قابل للاشتعال والانفجار ولا يسبب تآكل المعادن.
 ٣. درجة غليانه $-26,1 C$
 ٤. لا يتفاعل مع الأوزون ($ODP = 0$).
 ٥. يعبأ في اسطوانات لونها أزرق خفيف light blue
- ٤)مبردات مركبة (مختلطة): عبارة عن مزيج مكون من مبردين وتقسم إلى:

(a)المخاليط الأيزوبترية: خليط من مركبين تبريد أو أكثر ولكن خواص الخليط الناتج تكون مختلفة عن خواص المركبات الأصلية المكونة له ويتم تمييزها برقم 500 منها R507،R508،R502 .

(b)المخاليط الغير أيزوبترية: خليط من مركبين تبريد أو أكثر ولكن خواص الخليط الناتج تكون مشابهة لخواص المركبات الأصلية المكونة له ويتم تمييزها برقم 400 ومنها R407،R410،R404 [1،2].

تعتبر الفريونات R11،R12 من أكثر المبردات تخریباً للأوزون (ODP=1.08) وبلغ إنتاجها حوالي 85% من الإنتاج العالمي وكانت حصتها في تخریب الأوزون 86% بحيث تحتوي في تركيبها الكيميائي على ذرات الكلور العدو الأول لطبقة الأوزون [12]. مما استدعى وجود بدائل عنها والمبرد البديل: هو مبرد يملك خصائص مشابهة للمبرد الذي يحل محله ولكن يتمتع بكفاءة تبريدية تضاهيه أو تتفوق عليه مع ضرر بيئي أقل، تم استبدال معظم مركبات الكربون الكلورية فلورية بمركبات الكربون الهيدروفلورية التي لها بنية جزيئية مماثلة ولكنها لا تحتوي على ذرات الكلور. على سبيل المثال تم استبدال R12 بالفريون R134a ومن أشهر المبردات البديلة الفريون R152a [3].

الفريون (R152a) C₂H₄F₂ :

١. من مكونات HFCs وهو بديل للفريون R134a.
٢. قابل للاشتعال والانفجار.
٣. درجة غليانه C 1،-24.
٤. لا يتفاعل مع الأوزون (ODP = 0).
٥. مساهمته في الاحتباس الحراري ضئيلة (GWP=140)

تم استخدام R152a لسنوات عديدة في خلائط المبردات و ليس كمبرد نقي حتى الآن ولكنه ويتميز بإنتاجية عالية من البرودة [3].

2- جهد لينارد جونز ١٢-٦

إن دراسة خصائص الجزيئات وسلوكها توفر معلومات قيمة حول كيفية تفاعلها و حدوث التصادمات فيما بينها، فالفهم العميق لقوى التجاذب والتنافر بين الجزيئات يلعب دوراً هاماً في معرفة كيفية تأثيرها على الخصائص الفيزيائية للمواد وعند إجراء مثل هذه الدراسة على غازات التبريد (الفريونات) يتم عادةً استخدام دوال معينة لوصف التفاعلات بين الجزيئات ومن أكثر النماذج شيوعاً واستخداماً جهد لينارد جونز ١٢-٦ يتميز هذا النموذج بقدرته على تمثيل قوى التنافر والتجاذب بين الذرات والجزيئات [4]. يعطى جهد لينارد جونز التجريبي جونز والذي يتوقف بشكل أساسي على المسافة الفاصلة بين الجزيئات بالعلاقة [5]:

$$U(r) = 4\varepsilon(T) \left[\left(\frac{\sigma(T)}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma(T)}{r} \right)^6 \right] \quad (1)$$

حيث يعبر الحد ذو القوة 12 عن طاقة التنافر المتبادلة بين الجزيئات، أما طاقة التجاذب يعبر عنها الحد ذو القوة 6 [3].

T : درجة الحرارة المطلقة وتقدر بالكلفن.

$\sigma(T)$: المسافة الفاصلة بين الجزيئات و تقدر بوحدة الأنجستروم $^{\circ}A$ التي يصبح عندها الجهد بين الجسيمات (الجزيئات) صفراً ($V=0$).

لما كانت r_0 أو (r_{min}) أصغر مسافة بين الجزيئات (الحد الأدنى للبعد بين الجزيئات) و r المسافة الفاصلة بين الجزيئات.

في الحالة التي تكون فيها $r < r_0$: يحصل تدافع بين الجزيئات وهذا التدافع يعبر عنه الحد الأول في دالة الجهد (الحد ذو القوة 12).

في الحالة التي تكون فيها $r > r_0$: يحصل تجاذب بين الجزيئات وهذا التجاذب أيضا يعبر عنه الحد الثاني في دالة الجهد (الحد ذو القوة 6).

أما في الحالة التي يكون فيها $r = \sigma$: تكون قيمة الجهد (الكمون) معدومة.

$\varepsilon(T)$: هو عمق الحفرة الكمونية بين الجزيئات.

$U(r)$: هي جهد لينارد جونز.

إذاً σ و ε هما متحولات تابعة لدرجة الحرارة أي أنهما يتغيران بتغير درجة الحرارة وبالتالي نطلق عليها تسمية متحولات حرارية [6,7].

يعطى الرسم البياني لجهد لينارد جونز كما يلي [8]:

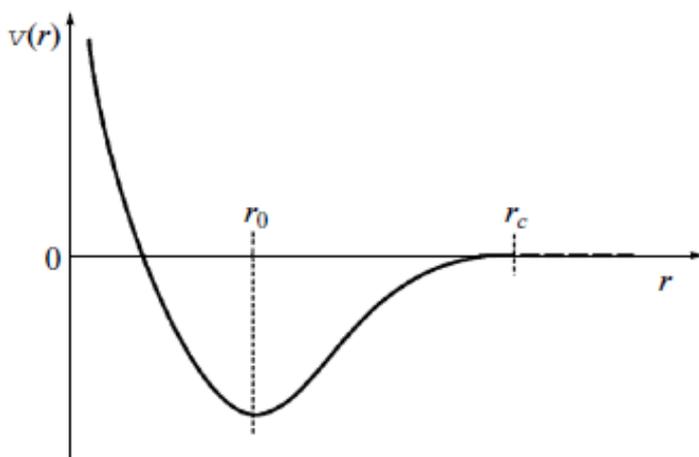


Fig. 1. The Lennard-Jones interatomic pair interaction potential.

الشكل 1: يعبر عن التمثيل البياني لجهد لينارد جونز التجريبي.

3- المعادلة الفيربالية والمعامل الفيربالي الثاني لجهد لينارد جونز

يتم وصف معادلة الحالة المتغيرة للغازات (فريونات في الطور الغازي) بواسطة المنشور الفيربالي (المعادلة الفيربالية) وهو نموذج رياضي متقدم يعبر عن معامل الانضغاط كتابع للكثافة ولمعاملات حرارية تدعى بالمعاملات الفيربالية، يتم حساب تلك المعاملات تجريبياً أو نظرياً باستخدام نماذج الجهود بين الجزيئات يعطى المنشور الفيربالي بالعلاقة [9,10]:

$$\frac{PV}{RT} = 1 + B_P(T)\rho + C_P(T)\rho^2 + D_P(T)\rho^3 + \dots (2)$$

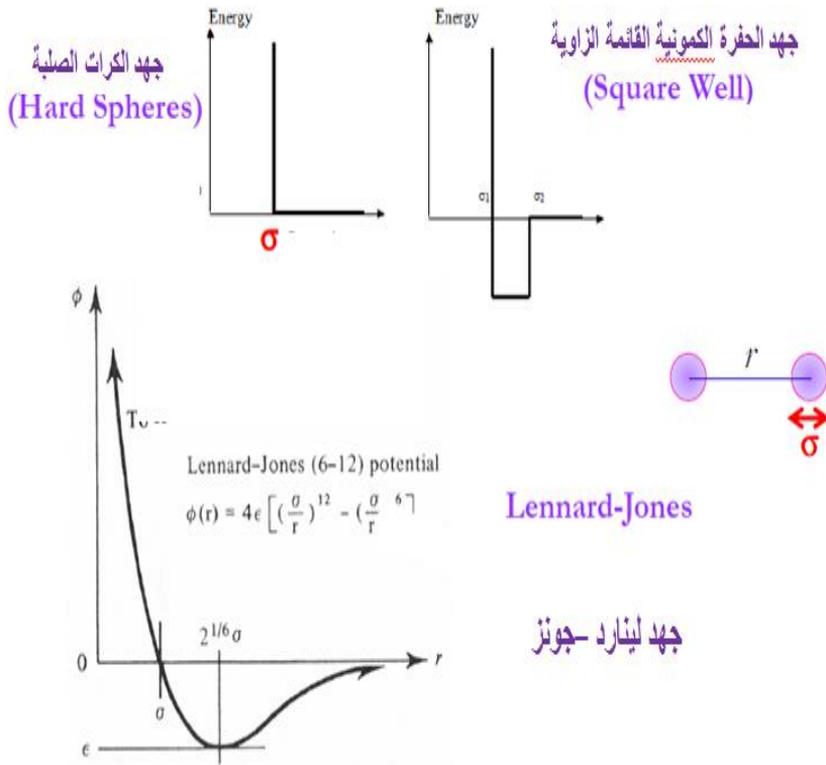
أو

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{\beta_{v(T)}}{V} + \frac{C_{v(T)}}{V^2} + \frac{D_{v(T)}}{V^3} \dots (3)$$

معامل الانضغاط ($Z = \frac{PV}{RT}$)

$B_P(T), C_P(T), D_P(T)$ تعرف بالعوامل الفيربالية، وهذه المعاملات تعبر عن مقدار انحراف سلوك الغاز المدروس عن الغاز المثالي وهي توابع لدرجة الحرارة فقط. إن المعامل المتغير الثاني يعبر عن التأثير المتبادل بين جزيئين أما المعامل المتغير الثالث فيعبر عن التأثير المتبادل بين ثلاثة جزيئات إلخ،....، إن معادلة الحالة للطور الغازي معادلة حالة متغيرة السبب هو أن لكل جزيء مدروس نصف قطر يختلف عن الآخر وكذلك عمق حفرة الكمونية .

إن المعادلة الفيربالية تتجاوز محدودية نماذج الغاز المثالي مما يجعلها أداة قيمة في دراسة سلوك الغازات في شروط مختلفة من الضغط والحرارة [9,10].



الشكل 2: بعض أشكال الجهود الناتجة بين الجزيئات.

4- المعاملات المتغيرة من أجل جهد لينارد جونز

عندما يتم حساب المعاملات المتغيرة نظرياً يتم استخدام تحويلات غير بعدية لتسهيل الحسابات ويتم ذلك بتعريف المتغيرات الجديدة (القيم المحولة) وهي بدون واحدة [12]:

$$r^* = \frac{r}{\sigma} \quad (4)$$

$$T^* = \frac{K_B T}{\varepsilon} \quad (5)$$

$$B^* = \frac{B}{\frac{1}{2\pi N_A \sigma^3}} = \frac{B}{b_0} \quad (6)$$

$$C^* = \frac{c}{b_0^2} \quad (7)$$

يعطى الثابت b_0 بالعلاقة التالية [12]:

$$b_0 = \frac{2}{3} \pi N_A \sigma^3 (T) \quad (8)$$

نلاحظ في العلاقة (4) و (5):

r^* : هي المسافة بين الجزيئات بالصيغة التحويلية (مسافة محولة).

و T^* : هي درجة الحرارة المحولة بدون واحدة.

K : هو ثابت بولتزمان $1.38064 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$.

أما في العلاقة (6):

B^* : هي المعامل المتغير الثاني بالصيغة التحويلية .

N_A : عدد أفوغادرو $6.022 \times 10^{23} g/mol$.

C^* : هي المعامل المتغير الثالث بالصيغة التحويلية.

المعامل المتغير الثاني يمكن كتابته بالشكل التالي [12]:

$$B(T) = b_0 B^* (T^*) \quad (9)$$

المعامل المتغير الثاني بالصيغة التحويلية يمكن كتابته بالشكل التالي [12]:

$$B^*(T^*) = \sum_{J=0}^{\infty} b(J) T^{*-(2J+1)/4} \quad (10)$$

وقيمة الثابت $b(J)$ [12]:

$$b(J) = -\frac{2J+\frac{1}{2}}{4J!} \left[\left(\frac{2J-1}{4} \right) \right] \quad (11)$$

لحساب المعامل المتغير الثالث [12]:

$$C(T) = b_0^2 C^*(T^*) \quad (12)$$

المعامل المتغير الثالث بالصيغة التحويلية يمكن كتابته بالشكل التالي [12]:

$$C^*(T^*) = \sum_{j=0}^{\infty} C(j) T^{*-(j+1)/2} \quad (13)$$

5- الحسابات والنتائج

تنقسم المبردات الحالية البديلة إلى فئتين مبردات نقية ومختلطة. تختلف طريقة حساب σ و ε لمواد التبريد بحسب نوعها إذا ما كانت مواد نقية أو مختلطة (مركبة من مزيج من مبردين)

في حالة مركبات التبريد المختلطة تحسب قيمة كل من σ و ε لكل مبرد على حدة ثم يتم تعويض قيمة كل منهما في العلاقتين [5]:

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{12} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^{1/2} \quad (15)$$

أما في حالة مواد التبريد النقية نستطيع حسابها مباشرة إما من العلاقات التالية :

لدينا العلاقة التجريبية [11,12]:

$$b_0 = \frac{2}{3} \pi N_A \sigma^3 \quad (16)$$

$$\sigma^3 = \frac{b_0}{\frac{2}{3} \pi N_A} \quad ; \quad b_0 = V_C \times 0,75$$

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b_0}{\frac{2}{3} \pi N_A}} \quad (17)$$

بحيث أن N_A : عدد أفوغادرو $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ g/mol}$

V_C : الحجم الحرج.

حساب $\frac{\varepsilon}{k}$ لمواد التبريد البديلة النقية باستخدام العلاقة :

$$\frac{\varepsilon}{k} = 0,77 \times T_C \quad (18)$$

k : ثابت بولتزمان $k_B = 1.3806488 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

1-5 حساب σ و $\frac{\varepsilon}{k}$ للفرينون R134a باستخدام علاقات تجريبية تقريبية

إن الكتلة المولية له $M_{R134a} = 102,03 \text{ Kg/Kmol}$ ، والآن نحسب الحجم

الحرج له من العلاقة التالية [12]:

$$V_C = \frac{M}{\rho_C} = \frac{102,03 \times 10^{+3}}{515} = 198,1165049 (cm^3/mol) (19)$$

نحسب بالاستفادة من العلاقات (18,17,16) نحصل على:

$$b_0 = V_C \times 0,75 = 148,5873786 (cm^3/mol)$$

$$b_0 = \frac{2}{3} \pi N_A \sigma^3 ; N_A = 6,022 \times 10^{-23} (g/mol)$$

$$\sigma^3 = \frac{b_0}{\frac{2}{3} \pi N_A} = 1,178698635 \times 10^{-22} (cm^3)$$

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b_0}{\frac{2}{3} \pi N_A}} = 4,903064355 \times 10^{-8} cm = 4,9 \text{ \AA}$$

حساب $\frac{\varepsilon}{k}$ للفيون R134a:

$$T_C = 374,25 k$$

$$\frac{\varepsilon}{k} = 0,77 \times 374,25 = 288,1725 k$$

2-5 حساب σ و $\frac{\varepsilon}{k}$ للفيون R142b باستخدام علاقات تجريبية تقريبية

إن الكتلة المولية له $M_{R142b} = 118,49 \text{ Kg/Kmol}$ ، والآن نحسب

الحجم الحرج له [12]:

$$V_C = \frac{M}{\rho_C} = \frac{118,49 \times 10^{+3}}{435} = 272,3908046 (cm^3/mol)$$

نحسب b_0 بالاستفادة من العلاقة التالية [12]:

$$b_0 = V_C \times 0,75 = 204,2931034 (cm^3/mol)$$

$$b_0 = \frac{2}{3} \pi N_A \sigma^3 ; N_A = 6,022 \times 10^{-23} (g/mol)$$

$$\sigma^3 = \frac{b_0}{\frac{2}{3}\pi N_A} = 1,62059265 \times 10^{-22} (cm^3)$$

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b_0}{\frac{2}{3}\pi N_A}} = 5,452029393 \times 10^{-8} cm = 5,45 \text{ \AA}$$

حساب $\frac{\varepsilon}{k}$ للفرينون R142b :

$$T_C = 410,3k$$

$$\frac{\varepsilon}{k} = 0,77 \times 410,3 = 315,931k$$

3-5 حساب σ و $\frac{\varepsilon}{k}$ للفرينون R152a باستخدام علاقات تجريبية تقريبية

إن الكتلة المولية له $M_{R152} = 66,05 \text{ Kg/Kmol}$ ، وآلان نحسب الحجم

الرج له من العلاقة التالية [12]:

$$V_C = \frac{M}{\rho_C} = \frac{66,05 \times 10^3}{386} = 171,1139896 (cm^3/mol)$$

نحسب b_0 بالاستفادة من العلاقة [12]:

$$b_0 = V_C \times 0,75 = 128,3354922 (cm^3/mol)$$

$$b_0 = \frac{2}{3}\pi N_A \sigma^3 ; N_A = 6,022 \times 10^{23} (g/mol)$$

$$\sigma^3 = \frac{b_0}{\frac{2}{3}\pi N_A} = 1,018046559 \times 10^{-22} (cm^3)$$

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b_0}{2\pi N_A}} = 4,669344104 \times 10^{-8} \text{ cm} = 4,74 \text{ \AA}$$

حساب $\frac{\varepsilon}{k}$ للفريون R152a :

$$T_c = 386,57 \text{ k}$$

$$\frac{\varepsilon}{k} = 0,77 \times 386,57 = 297,6589 \text{ k}$$

5-4 حساب المتحولات الحرارية σ و $\frac{\varepsilon}{k}$ للفريونات البديلة باستخدام الثوابت الفيريالية

نقوم بتعويض قيم الثوابت الفيريالية الخاصة بكل فريون ضمن المجال الحراري المحدد الثوابت المحسوبة في العلاقات التالية [11]:

$$\sigma = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 + \dots \quad (20)$$

كما ذكرنا a_0 و a_1 و a_2 و a_3 و a_4 ثوابت فيريالية تختلف قيمتها بحسب الفريون المدروس و T درجة الحرارة تقدر بالكلفن من خلال هذه العلاقة نستطيع حساب σ عند أي درجة حرارة.

الجدول 1: يمثل قيم الثوابت المحسوبة اعتماداً على المعامل الفيريالي الثاني والمستخدم لحساب σ للفريونات البديلة ضمن المجال الحراري المذكور [11].

	Argon	R134a	R152a
a_0	8.43634	62.8142	3.41060 $\times 10^{-3}$
a_1	-0.190340	-0.812735	5.65650 $\times 10^{-2}$
a_2	2.74193 $\times 10^{-3}$	4.25662 $\times 10^{-3}$	-2.36232×10^{-4}
a_3	-1.74373×10^{-5}	-9.87026×10^{-6}	3.69445 $\times 10^{-7}$
a_4	4.18056×10^{-8}	8.56891×10^{-9}	-1.15884 $\times 10^{-10}$
$\Delta T(K)$	84-145	245-355	245-285

أيضاً نستطيع حساب $\frac{\varepsilon}{k}$ عند درجات حرارة مختلفة باستخدام العلاقة التالية [11]:

$$\frac{\varepsilon}{k} = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 T + \mathbf{b}_2 T^2 + \mathbf{b}_3 T^3 + \mathbf{b}_4 T^4 + \dots \quad (21)$$

\mathbf{b}_0 و \mathbf{b}_1 و \mathbf{b}_2 و \mathbf{b}_3 ثوابت فيزيائية خاصة بحساب $\frac{\varepsilon}{k}$ تم حسابها بالاعتماد

على المعامل الفيزيائي الثاني تختلف باختلاف الفريون ودرجات الحرارة.

T: درجة الحرارة تقدر بوحدة الكلفن.

الجدول 2: يمثل قيم الثوابت المحسوبة اعتماداً على المعامل الفيزيائي الثاني

والمستخدمة لحساب $\frac{\varepsilon}{k}$ للفريونات البديلة ضمن المجال الحراري المذكور [11].

	Argon	R134a	R152a
b_0	-0.340718	1019.02	0.150507
b_1	5.675544	-2.32919	0.741636
b_2	-9.33452 $\times 10^{-2}$	1.36448 \times -10^{-2}	1.89271 $\times 10^{-2}$
b_3	6.44539 $\times 10$	7.56312 $\times 10^{-5}$	-9.13872 \times 10⁻⁵
b_4	1.6327 \times -10^{-6}	9.94241 \times -10^{-8}	1.09207 $\times 10^{-7}$
$\Delta T(K)$	84-145	245-355	245-285

الجدول 3: يوضح قيم $\sigma(T)$ المحسوبة للفرينون R134a باستخدام الثوابت الفيريالية ضمن المجال الحراري (245-355)

$\sigma(T)$ A	T (K)	a4	a3	a2	a1	a0
4.91825 1243	24 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.91802 1428	24 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.91795 9039	24 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

4.91805 555	24 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.91830 2639	24 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.91869 2187	25 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.91921 6286	25 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.91986 7229	25 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92063 7516	25 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92151 9855	25 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92250 7156	25 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92359 2536	25 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92476 932	25 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92603 1035	25 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

4.92737 1415	25 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.92878 4402	26 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.93026 4139	26 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.93180 498	26 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.93340 1479	26 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.93504 8401	26 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.93674 0714	26 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.93847 359	26 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.94024 241	26 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.94204 2759	26 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.94387 0428	26 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

4.94572 1413	27 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.94759 1917	27 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.94947 8346	27 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.95137 7316	27 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.95328 5644	27 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.95520 0355	27 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.95711 8681	27 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.95903 8057	27 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.96095 6124	27 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.96287 0731	27 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.96477 993	28 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

4.96668 1979	28 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.96857 5344	28 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.97045 8694	28 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.97233 0905	28 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.97419 1058	28 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.97603 844	28 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.97787 2544	28 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.97969 3068	28 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.98149 9916	28 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.98329 3197	29 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.98507 3227	29 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

4.98684 0527	29 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.98859 5822	29 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.99034 0046	29 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.99207 4337	29 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.99380 0036	29 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.99551 8695	29 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.99723 2067	29 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
4.99894 2114	29 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.00065 1	30 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.00236 1098	30 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.00407 4986	30 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

5.00579 5446	30 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.00752 5468	30 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.00926 8245	30 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.01102 7177	30 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.01280 5871	30 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.01460 8137	30 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.01643 7993	30 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.01829 9661	31 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.02019 757	31 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.02213 6353	31 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.02412 085	31 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

5.02615 6107	31 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.02824 7374	31 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.03040 0108	31 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.03261 9971	31 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.03491 2831	31 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.03728 4761	31 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.03974 2042	32 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.04229 1156	32 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.04493 8796	32 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.04769 1857	32 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.05055 7441	32 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

5.05354 2855	32 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.05665 5613	32 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.05990 3434	32 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.06329 4241	32 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.06683 6165	32 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.07053 7541	33 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.07440 6911	33 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.07845 3023	33 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.08268 4828	33 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.08711 1485	33 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.09174 2358	33 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

5.09658 7016	33 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.10165 5236	33 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.10695 6997	33 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.11250 2487	33 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.11830 2098	34 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.12436 6427	34 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.13070 6279	34 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.13733 2662	34 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.14425 6791	34 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.15149 0088	34 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.15904 4177	34 6	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

5.16693 0891	34 7	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.17516 2268	34 8	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.18375 0551	34 9	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.19270 8188	35 0	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.20204 7833	35 1	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.21178 2348	35 2	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.22192 4797	35 3	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.23248 8452	35 4	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2
5.24348 6791	35 5	8.56891 E-09	- 9.87026E -06	0.004 257	- 0.812 74	62.814 2

الجدول 4: يوضح قيم $\sigma(T)$ المحسوبة للفرينون R152a باستخدام الثوابت الفيريالية ضمن المجال الحراري (245-285 K).

$\sigma(T)$ A	T K	a4	a3	a2	a1	a0
4.697584 026	24 5	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.698100 166	24 6	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.698604 989	24 7	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.699100 026	24 8	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.699586 804	24 9	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.700066 85	25 0	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.700541 686	25 1	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.701012 833	25 2	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11

4.701481 807	25 3	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.701950 122	25 4	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.702419 291	25 5	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.702890 823	25 6	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.703366 223	25 7	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.703846 995	25 8	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.704334 638	25 9	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.704830 652	26 0	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.705336 531	26 1	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.705853 766	26 2	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.706383 849	26 3	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

4.706928 264	26 4	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.707488 495	26 5	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.708066 025	26 6	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.708662 331	26 7	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.709278 889	26 8	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.709917 171	26 9	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.710578 647	27 0	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.711264 784	27 1	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.711977 047	27 2	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.712716 897	27 3	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.713485 794	27 4	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11

4.714285 192	27 5	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.715116 546	27 6	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.715981 305	27 7	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.716880 918	27 8	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.717816 829	27 9	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.718790 481	28 0	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.719803 312	28 1	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.720856 76	28 2	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.721952 257	28 3	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.723091 236	28 4	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11
4.724275 123	28 5	- 1.15884 E-10	3.69445 E-07	- 0.000 24	0.056 565	0.0034 11

الجدول 5: قيم σ المحسوبة للأرغون باستخدام الثوابت الفيزيائية ضمن المجال

الحراري

.(84-145)K

$\sigma(T)$ A	T (K)	a4	a3	a2	a1	a0
3.541061 714	84	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.541480 836	85	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.542115 425	86	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.542946 641	87	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.543956 649	88	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.545128 617	89	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.546446 716	90	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4

3.547896 121	91	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.549463 01	92	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.551134 565	93	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.552898 969	94	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.554745 411	95	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.556664 082	96	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.558646 177	97	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.560683 893	98	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.562770 433	99	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.5649 0	10	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.567067 803	10 1	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

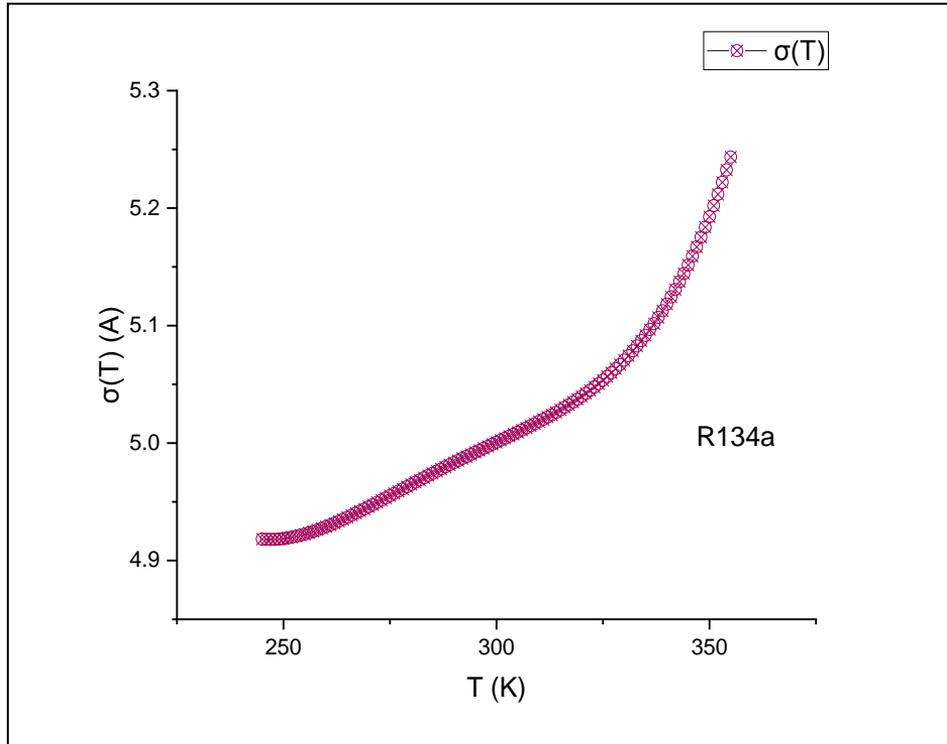
3.569270 052	10 2	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.571503 964	10 3	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.573767 754	10 4	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.576060 646	10 5	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.578382 863	10 6	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.580735 634	10 7	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.583121 189	10 8	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.585542 764	10 9	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.588004 596	11 0	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.590511 927	11 1	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.593071 001	11 2	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4

3.595689 067	11 3	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.598374 375	11 4	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.601136 181	11 5	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.603984 742	11 6	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.606931 32	11 7	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.609988 179	11 8	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.613168 587	11 9	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.616486 816	12 0	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.619958 14	12 1	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.623598 838	12 2	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.627426 19	12 3	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4

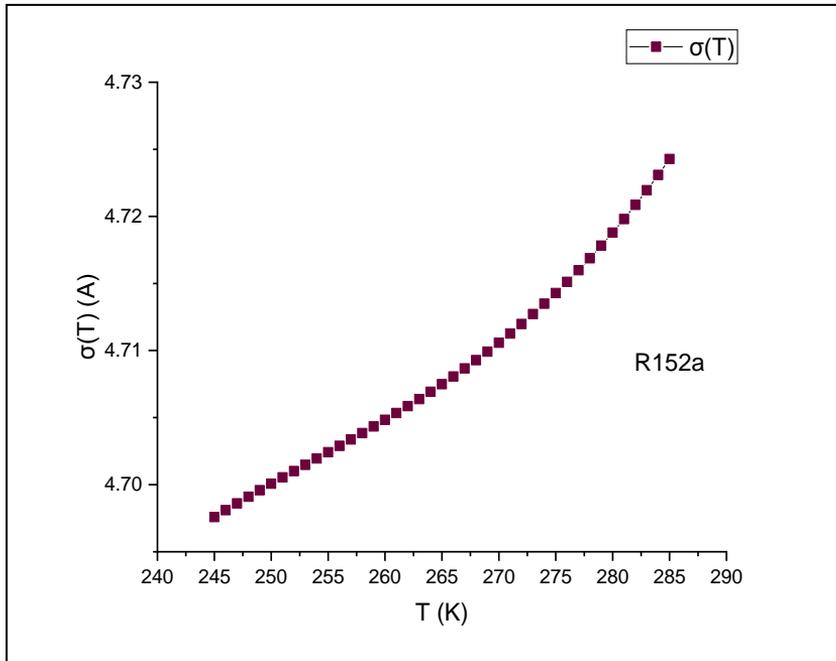
" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

3.631458 481	12 4	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.635715	12 5	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.640216 037	12 6	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.644982 888	12 7	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.650037 85	12 8	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.655404 224	12 9	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.661106 316	13 0	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.667169 433	13 1	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.673619 887	13 2	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.680484 992	13 3	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.687793 066	13 4	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4

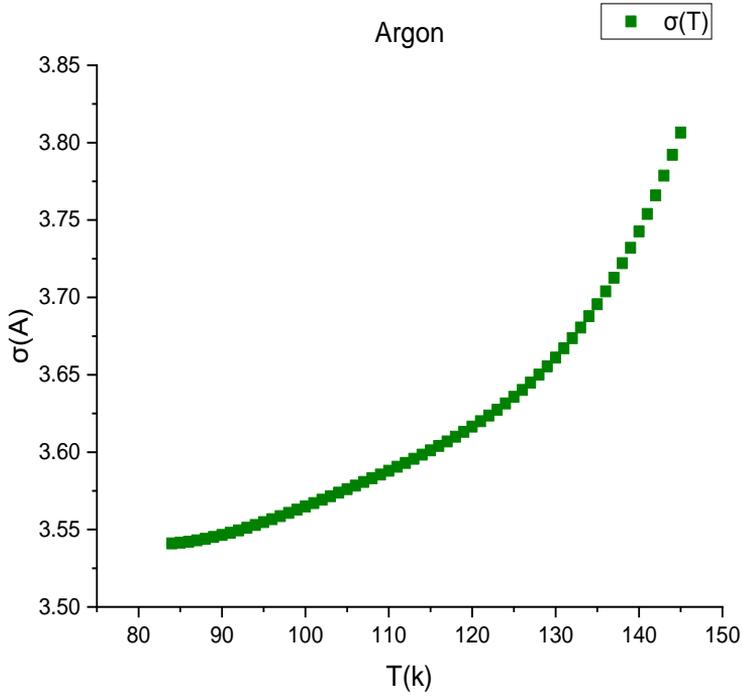
3.695573 431	13 5	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.703856 411	13 6	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.712673 335	13 7	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.722056 533	13 8	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.732039 341	13 9	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.742656 096	14 0	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.753942 14	14 1	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.765933 817	14 2	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.778668 476	14 3	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.792184 467	14 4	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4
3.806521 146	14 5	4.18056 E-08	- 1.74373E -05	0.002 742	- 0.190 34	8.4363 4



الشكل 3: يوضح تغيرات $\sigma(T)$ بدلالة درجة الحرارة T للفريون البديل R134a



الشكل 4: يوضح تغيرات $\sigma(T)$ بدلالة درجة الحرارة T للفريون البديل R152a.



الشكل 5: يوضح تغيرات σ للأرغون بدلالة درجة الحرارة.

الجدول 6: حساب ϵ/k للفرينون R134a باستخدام الثوابت الفيريالية

ضمن المجال الحراري (245-355)K

ϵ/k (K)	T (K)	b4	b3	b2	b1	b0
383.3561 167	24	-	7.56312	-	-	1019.
	5	9.94241 E-08	E-05	0.0136 4	2.329 19	02
382.1178 047	24	-	7.56312	-	-	1019.
	6	9.94241 E-08	E-05	0.0136 4	2.329 19	02

380.8916 335	24 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
379.6774 689	24 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
378.4751 739	24 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
377.2846 094	25 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
376.1056 338	25 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
374.9381 032	25 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
373.7818 712	25 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
372.6367 892	25 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
371.5027 059	25 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
370.3794 68	25 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
369.2669 195	25 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

368.1649 022	25 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
367.0732 553	25 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
365.9918 16	26 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
364.9204 187	26 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
363.8588 956	26 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
362.8070 765	26 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
361.7647 889	26 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
360.7318 578	26 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
359.7081 058	26 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
358.6933 532	26 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
357.6874 178	26 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

356.6901 151	26 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
355.7012 583	27 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
354.7206 58	27 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
353.7481 226	27 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
352.7834 58	27 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
351.8264 678	27 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
350.8769 531	27 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
349.9347 127	27 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
348.9995 43	27 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
348.0712 38	27 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
347.1495 894	27 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

346.2343 863	28 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
345.3254 157	28 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
344.4224 619	28 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
343.5253 071	28 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
342.6337 31	28 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
341.7475 108	28 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
340.8664 215	28 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
339.9902 357	28 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
339.1187 233	28 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
338.2516 524	28 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
337.3887 881	29 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

336.5298 935	29 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
335.6747 292	29 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
334.8230 534	29 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
333.9746 219	29 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
333.1291 882	29 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
332.2865 034	29 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
331.4463 16	29 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
330.6083 725	29 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
329.7724 166	29 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
328.9381 9	30 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
328.1054 317	30 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

327.2738 785	30 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
326.4432 646	30 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
325.6133 222	30 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
324.7837 808	30 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
323.9543 675	30 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
323.1248 073	30 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
322.2948 224	30 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
321.4641 33	30 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
320.6324 566	31 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
319.7995 087	31 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
318.9650 019	31 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

318.1286 47	31 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
317.2901 518	31 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
316.4492 222	31 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
315.6055 615	31 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
314.7588 706	31 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
313.9088 482	31 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
313.0551 903	31 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
312.1975 908	32 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
311.3357 41	32 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
310.4693 301	32 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
309.5980 446	32 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

308.7215 687	32 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
307.8395 843	32 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
306.9517 71	32 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
306.0578 057	32 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
305.1573 632	32 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
304.2501 158	32 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
303.3357 334	33 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
302.4138 836	33 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
301.4842 315	33 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
300.5464 399	33 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
299.6001 692	33 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

298.6450 773	33 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
297.6808 199	33 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
296.7070 502	33 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
295.7234 191	33 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
294.7295 749	33 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
293.7251 638	34 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
292.7098 295	34 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
291.6832 131	34 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
290.6449 537	34 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
289.5946 878	34 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
288.5320 495	34 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

287.4566 705	34 6	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
286.3681 802	34 7	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
285.2662 056	34 8	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
284.1503 712	34 9	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
283.0202 994	35 0	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
281.8756 098	35 1	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
280.7159 2	35 2	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
279.5408 449	35 3	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
278.3499 973	35 4	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02
277.1429 873	35 5	- 9.94241 E-08	7.56312 E-05	- 0.0136 4	- 2.329 19	1019. 02

الجدول 7: حساب ε/K للفريون R152a باستخدام الثوابت الفيزيائية

ضمن المجال الحراري 245-285K

ε/K (K)	T (K)	b4	b3	b2	b1	b0
367.471 8072	245	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
367.446 3234	246	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
367.403 1119	247	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
367.342 2702	248	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
367.263 8989	249	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
367.168 1008	250	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
367.054 9815	251	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
366.924 6494	252	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
366.777 2152	253	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

366.612 7924	254	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
366.431 4971	255	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
366.233 4481	256	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
366.018 7666	257	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
365.787 5766	258	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
365.540 0047	259	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
365.276 1801	260	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
364.996 2346	261	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
364.700 3027	262	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
364.388 5213	263	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
364.061 0303	264	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507

363.717 9718	265	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
363.359 4908	266	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
362.985 7349	267	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
362.596 8542	268	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
362.193 0015	269	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
361.774 3323	270	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
361.341 0044	271	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
360.893 1787	272	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
360.431 0183	273	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
359.954 6891	274	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
359.464 3597	275	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

358.960 2012	276	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
358.442 3874	277	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
357.911 0945	278	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
357.366 5017	279	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
356.808 7905	280	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
356.238 1452	281	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
355.654 7526	282	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
355.058 8022	283	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
354.450 4861	284	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507
353.829 9991	285	1.09207 E-07	- 9.13872E -05	0.018 927	0.741 636	0.150 507

الجدول 8: قيم ε/K المحسوبة للأرغون باستخدام الثوابت الفيربالية ضمن

المجال الحراري $K(84-145)$

ε/K (K)	T (K)	b4	b3	b2	b1	b0
118.267 106	84	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
118.022 448	85	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
117.777 86	86	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
117.533 849	87	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
117.290 884	88	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
117.049 394	89	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
116.809 768	90	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
116.572 357	91	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
116.337 472	92	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

116.105 384	93	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
115.876 327	94	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
115.650 492	95	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
115.428 035	96	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
115.209 07	97	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
114.993 672	98	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
114.781 877	99	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
114.573 682	10 0	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
114.369 044	10 1	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
114.167 882	10 2	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
113.970 074	10 3	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2

113.775 46	10 4	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
113.583 84	10 5	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
113.394 975	10 6	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
113.208 587	10 7	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
113.024 358	10 8	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
112.841 931	10 9	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
112.660 91	11 0	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
112.480 86	11 1	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
112.301 305	11 2	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
112.121 732	11 3	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
111.941 587	11 4	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2

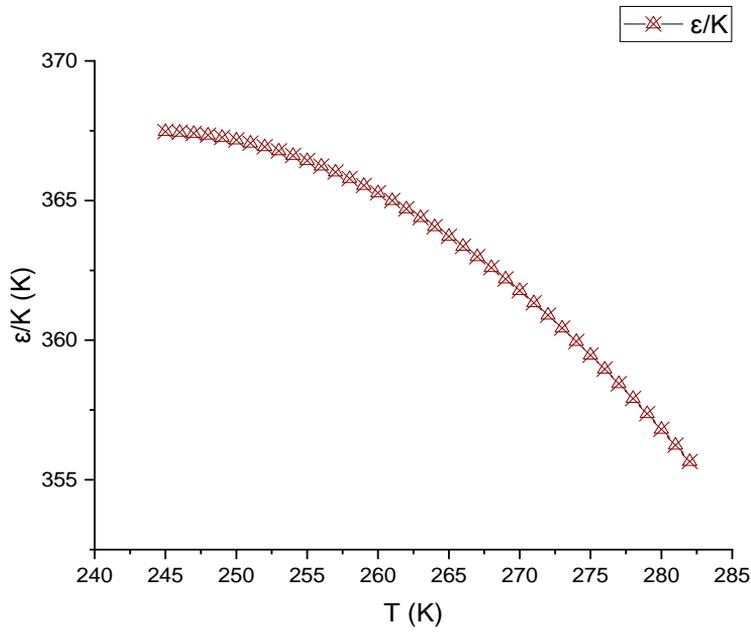
" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

111.760 277	11 5	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
111.577 171	11 6	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
111.391 597	11 7	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
111.202 845	11 8	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
111.010 165	11 9	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
110.812 767	12 0	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
110.609 823	12 1	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
110.400 466	12 2	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
110.183 788	12 3	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
109.958 843	12 4	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
109.724 645	12 5	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2

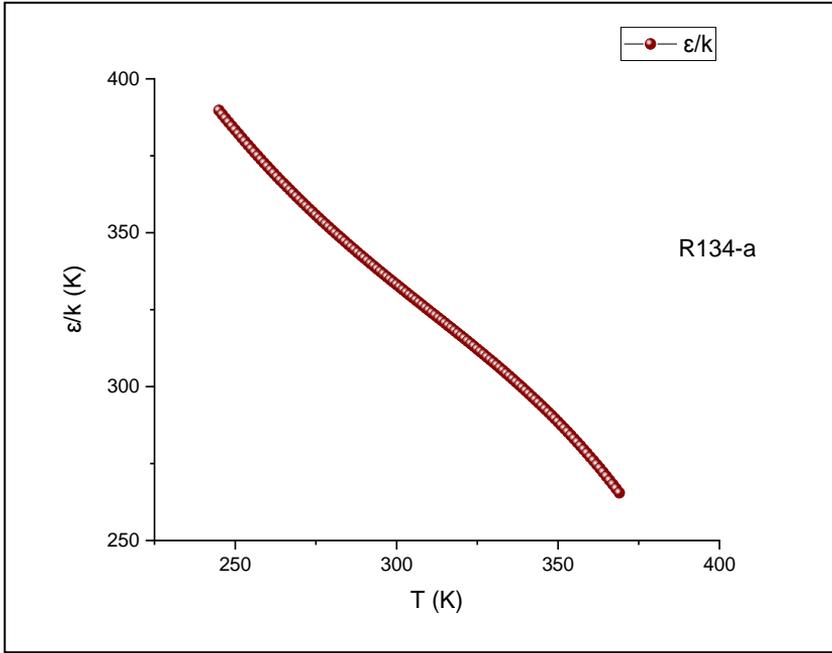
109.480 17	12 6	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
109.224 353	12 7	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
108.956 091	12 8	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
108.674 241	12 9	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
108.377 62	13 0	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
108.065 008	13 1	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
107.735 144	13 2	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
107.386 727	13 3	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
107.018 419	13 4	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
106.628 84	13 5	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
106.216 574	13 6	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

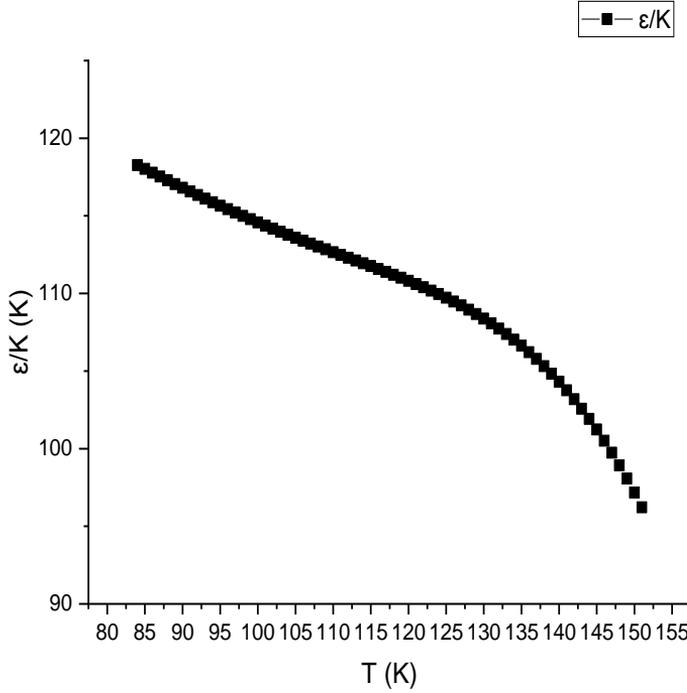
105.780 162	13 7	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
105.318 109	13 8	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
104.828 878	13 9	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
104.310 895	14 0	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
103.762 545	14 1	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
103.182 174	14 2	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
102.568 09	14 3	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
101.918 561	14 4	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2
101.231 814	14 5	- 1.63727E -06	0.000 645	- 0.093 35	5.6755 44	- 0.3407 2



الشكل 6: يوضح تغيرات ϵ/K للفيون R152a بدلالة درجة الحرارة



الشكل 7: يوضح تغيرات ϵ/k للفريون R134a بدلالة درجة الحرارة



الشكل 8: يوضح تغيرات ϵ/K للأرغون بدلالة درجة الحرارة.

4-5: حساب المعامل المتغير الثاني والمعامل المتغير الثاني بالصيغة

التحويلية للفريونات البديلة

باستخدام العلاقات (8)، (9) وكذلك (10,11) نستطيع حساب كل من المعامل المتغير الثاني والمعامل المتغير الثاني بالصيغة التحويلية وذلك بعد

تعويض قيم الثوابت والقيم المحسوبة لكل من ϵ/K و σ و b_0 في العلاقات المذكورة [11,12].

الجدول 9: يوضح قيم المعامل المتغير الثاني والمعامل المتغير الثاني بالصيغة

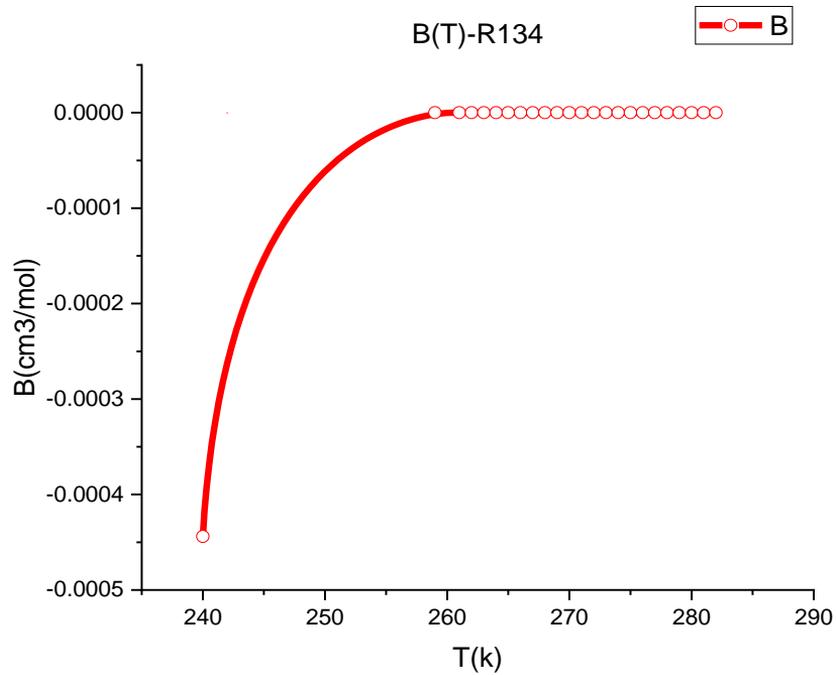
التحويلية للفرينون R134a ضمن المجال الحراري 245-282K

T K	B(T) cm ³ /m ol	B*(T*)	Tc/Pc K/pa	Pc Pa	Tc K	b0(cm ³ / mol)
24 5	-2.2E- 20	-1.3E- 17	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
24 6	-1.4E- 25	-8.2E- 23	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
24 7	-4.2E- 31	-2.5E- 28	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
24 8	-6.9E- 37	-4E-34	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
24 9	-6.6E- 43	-3.9E- 40	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 0	-4E-49	-2.3E- 46	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 1	-1.6E- 55	-9.2E- 53	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 2	-4.2E- 62	-2.5E- 59	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 3	-7.9E- 69	-4.7E- 66	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 4	-1.1E- 75	-6.4E- 73	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 5	-1.1E- 82	-6.5E- 80	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.800016 97

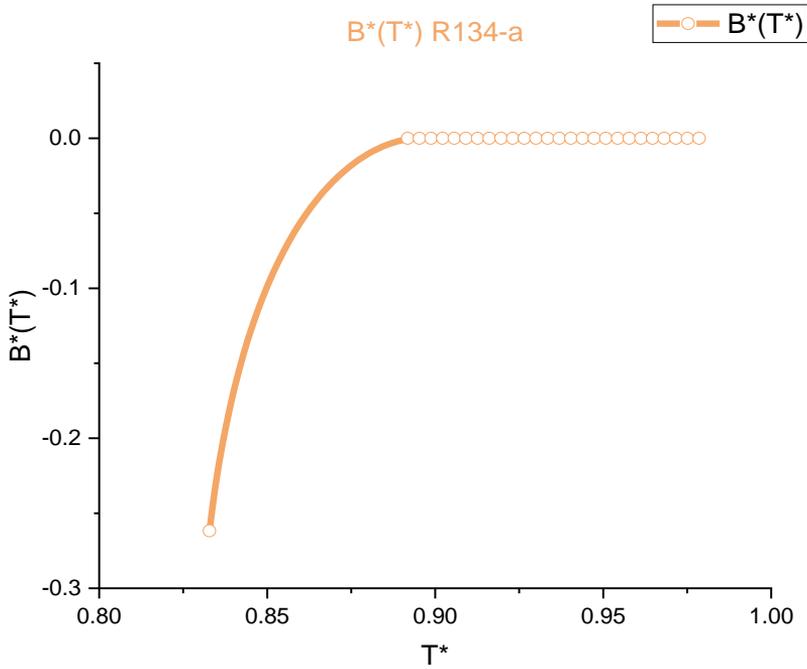
25 6	-8.5E- 90	-5E-87	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 7	-5.1E- 97	-3E-94	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 8	-2E- 104	-1E- 101	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
25 9	-9E- 112	-5E- 109	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 0	-3E- 119	-2E- 116	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 1	-6E- 127	-4E- 124	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 2	-1E- 134	-7E- 132	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 3	-2E- 142	-1E- 139	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 4	-3E- 150	-2E- 147	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 5	-3E- 158	-2E- 155	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 6	-3E- 166	-2E- 163	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 7	-3E- 174	-2E- 171	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 8	-2E- 182	-1E- 179	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
26 9	-1E- 190	-7E- 188	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 0	-6E- 199	-4E- 196	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 1	-3E- 207	-2E- 204	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

27 2	-1E- 215	-7E- 213	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 3	-4E- 224	-2E- 221	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 4	-1E- 232	-7E- 230	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 5	-3E- 241	-2E- 238	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 6	-8E- 250	-5E- 247	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 7	-2E- 258	-1E- 255	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 8	-4E- 267	-2E- 264	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
27 9	-6E- 276	-4E- 273	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
28 0	-1E- 284	-6E- 282	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
28 1	-1E- 293	-8E- 291	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697
28 2	-2E- 302	-1E- 299	9.2203E- 05	40590 00	374.2 5	0.001697



الشكل 9: تغيرات B(T) للفرينون R134a بدلالة درجة الحرارة



الشكل 10: يوضح تغيرات $B^*(T^*)$ بدلالة T^* للفرينون R134a

الجدول 10: يوضح قيم المعامل المتغير الثاني والمعامل المتغير الثاني بالصيغة التحويلية للفرينون R152a ضمن المجال الحراري 246-287K

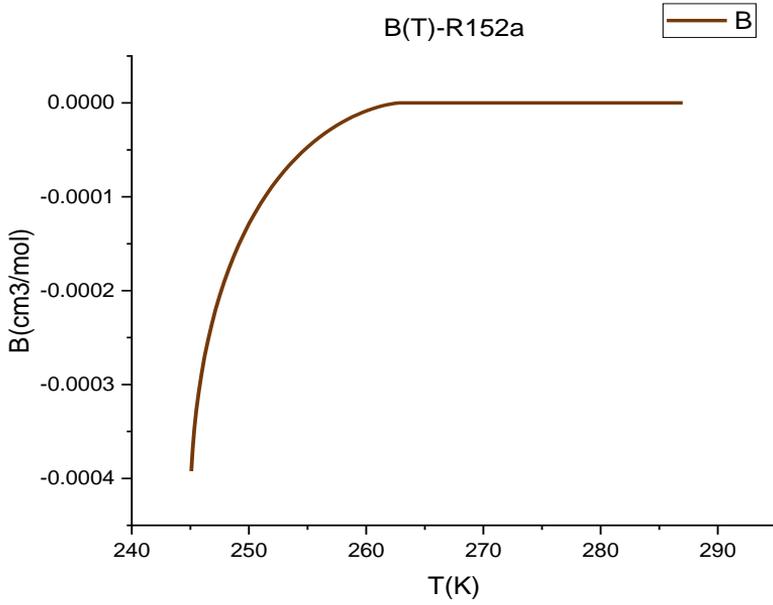
$B(T)$	$B^*(T^*)$	ϵ/K	b_0	T_c/P_c	T	$b(J)$
cm^3/mol)	(K)	cm^3/mol	K/pa	(K)	
l			mol			

-0.00042	-	297.7	0.0015	8.60864E	245	-0.25
	0.2624	59	84		-05	
	9					
-1.9E-05	-	297.7	0.0015	8.60864E	246	-
	0.0120	59	84		-05	0.0104
	2					2
-1.1E-07	-7E-	297.7	0.0015	8.60864E	247	-5.6E-
	05	59	84		-05	05
-2.8E-11	-1.8E-	297.7	0.0015	8.60864E	248	-1.3E-
	08	59	84		-05	08
-1.4E-15	-8.8E-	297.7	0.0015	8.60864E	249	-5.9E-
	13	59	84		-05	13
-2.1E-20	-1.3E-	297.7	0.0015	8.60864E	250	-8.3E-
	17	59	84		-05	18
-1.3E-25	-8.5E-	297.7	0.0015	8.60864E	251	-4.9E-
	23	59	84		-05	23
-4.1E-31	-2.6E-	297.7	0.0015	8.60864E	252	-1.4E-
	28	59	84		-05	28
-6.8E-37	-4.3E-	297.7	0.0015	8.60864E	253	-2.1E-
	34	59	84		-05	34
-6.5E-43	-4.1E-	297.7	0.0015	8.60864E	254	-1.9E-
	40	59	84		-05	40
-4E-49	-2.5E-	297.7	0.0015	8.60864E	255	-1.1E-
	46	59	84		-05	46
-1.6E-55	-9.9E-	297.7	0.0015	8.60864E	256	-4.1E-
	53	59	84		-05	53
-4.2E-62	-2.7E-	297.7	0.0015	8.60864E	257	-1.1E-
	59	59	84		-05	59
-8.1E-69	-5.1E-	297.7	0.0015	8.60864E	258	-1.9E-
	66	59	84		-05	66
-1.1E-75	-7E-	297.7	0.0015	8.60864E	259	-2.6E-
	73	59	84		-05	73

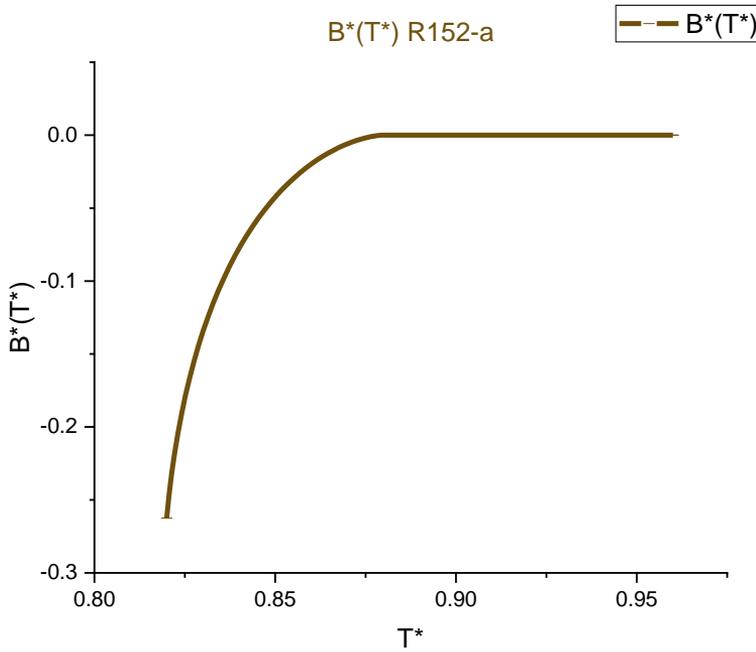
" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة "

-1.1E-82	-7.2E-80	297.759	0.001584	8.60864E-05	260	-2.5E-80
-8.9E-90	-5.6E-87	297.759	0.001584	8.60864E-05	261	-1.9E-87
-5.3E-97	-3.4E-94	297.759	0.001584	8.60864E-05	262	-1.1E-94
-2E-104	-2E-101	297.759	0.001584	8.60864E-05	263	-5E-102
-9E-112	-6E-109	297.759	0.001584	8.60864E-05	264	-2E-109
-3E-119	-2E-116	297.759	0.001584	8.60864E-05	265	-5E-117
-7E-127	-4E-124	297.759	0.001584	8.60864E-05	266	-1E-124
-1E-134	-8E-132	297.759	0.001584	8.60864E-05	267	-2E-132
-2E-142	-1E-139	297.759	0.001584	8.60864E-05	268	-4E-140
-3E-150	-2E-147	297.759	0.001584	8.60864E-05	269	-6E-148
-4E-158	-2E-155	297.759	0.001584	8.60864E-05	270	-6E-156
-3E-166	-2E-163	297.759	0.001584	8.60864E-05	271	-6E-164
-3E-174	-2E-171	297.759	0.001584	8.60864E-05	272	-5E-172
-2E-182	-1E-179	297.759	0.001584	8.60864E-05	273	-4E-180
-1E-190	-8E-188	297.759	0.001584	8.60864E-05	274	-2E-188
-7E-199	-4E-196	297.759	0.001584	8.60864E-05	275	-1E-196
-3E-207	-2E-204	297.759	0.001584	8.60864E-05	276	-6E-205

-1E-215	-8E-213	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	277	-3E-213
-5E-224	-3E-221	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	278	-9E-222
-1E-232	-9E-230	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	279	-3E-230
-4E-241	-3E-238	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	280	-9E-239
-1E-249	-7E-247	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	281	-2E-247
-2E-258	-1E-255	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	282	-5E-256
-5E-267	-3E-264	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	283	-1E-264
-8E-276	-5E-273	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	284	-2E-273
-1E-284	-8E-282	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	285	-3E-282
-2E-293	-1E-290	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	286	-5E-291
-2E-302	-1E-299	297.7 59	0.0015 84	8.60864E-05	287	-7E-300



الشكل 11: تغيرات $B(T)$ للفيون R152a بدلالة درجة الحرارة



الشكل 12: يوضح تغيرات $B^*(T^*)$ بدلالة T^* للفرينون R152a

الجدول 11: يوضح قيم المعامل المتغير الثاني والمعامل المتغير الثاني بالصيغة التحويلية للأرغون ضمن المجال الحراري 84-126K

B(T)(cm 3/mol)	Tc/Pc(k/pa)	b0(cm 3/mol)	ϵ/K (k)	T*	B*(T *)	b(J)	T(K)
-0.00015	3.1047	0.0005	116	0.72	-	-0.25	84
	E-05	7126	.27	2456	0.271 17		

" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

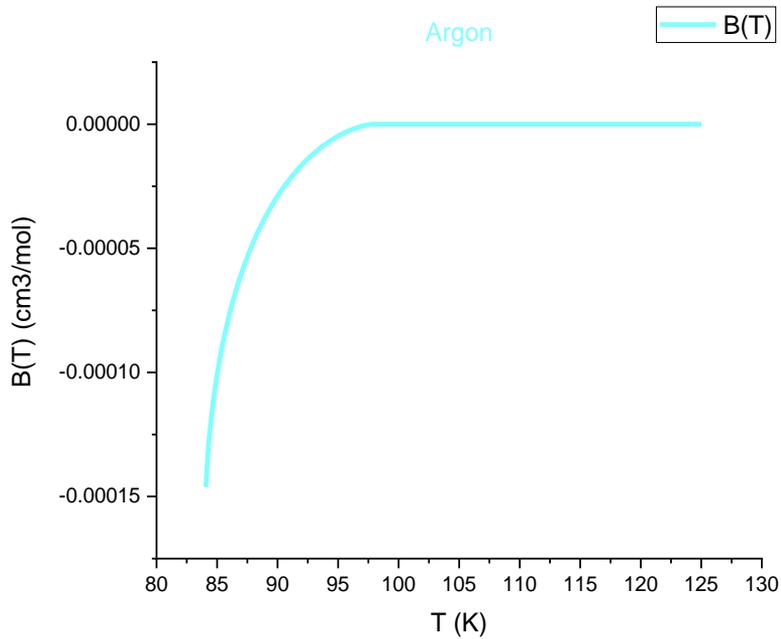
-7.5E-06	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.73 1057	- 0.013 18	- 0.01 042	85
-4.6E-08	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.73 9658	- 8.1E- 05	- 5.6E- 05	86
-1.2E-11	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.74 8258	- 2.2E- 08	- 1.3E- 08	87
-6.3E-16	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.75 6859	- 1.1E- 12	- 5.9E- 13	88
-9.9E-21	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.76 546	- 1.7E- 17	- 8.3E- 18	89
-6.4E-26	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.77 406	- 1.1E- 22	- 4.9E- 23	90
-2E-31	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.78 2661	- 3.5E- 28	- 1.4E- 28	91
-3.3E-37	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.79 1262	- 5.8E- 34	- 2.1E- 34	92
-3.2E-43	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.79 9862	- 5.6E- 40	- 1.9E- 40	93

-1.9E-49	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.80 8463	- 3.4E- 46	- 1.1E- 46	94
-7.6E-56	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.81 7064	- 1.3E- 52	- 4.1E- 53	95
-2E-62	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.82 5664	- 3.5E- 59	- 1.1E- 59	96
-3.8E-69	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.83 4265	- 6.6E- 66	- 1.9E- 66	97
-5.1E-76	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.84 2866	- 8.9E- 73	- 2.6E- 73	98
-5E-83	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.85 1466	- 8.8E- 80	- 2.5E- 80	99
-3.8E-90	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.86 0067	- 6.6E- 87	- 1.9E- 87	100
-2.1E-97	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.86 8668	- 3.8E- 94	- 1.1E- 94	101
-1E-104	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.87 7268	-2E- 101	-5E- 102	102
-3E-112	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.88 5869	-6E- 109	-2E- 109	103

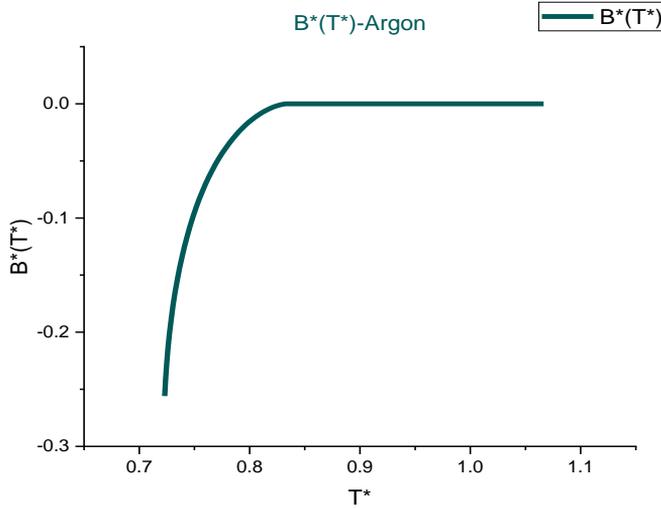
" دراسة المتغيرات الحرارية لكمون لينارد جونز وحسابها لمواد التبريد البديلة"

-1E-119	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.89 447	-2E- 116	-5E- 117	10 4
-2E-127	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.90 307	-4E- 124	-1E- 124	10 5
-4E-135	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.91 1671	-7E- 132	-2E- 132	10 6
-6E-143	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.92 0272	-1E- 139	-4E- 140	10 7
-8E-151	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.92 8872	-1E- 147	-6E- 148	10 8
-8E-159	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.93 7473	-1E- 155	-6E- 156	10 9
-8E-167	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.94 6074	-1E- 163	-6E- 164	11 0
-6E-175	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.95 4674	-1E- 171	-5E- 172	11 1
-4E-183	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.96 3275	-7E- 180	-4E- 180	11 2
-2E-191	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.97 1876	-4E- 188	-2E- 188	11 3
-1E-199	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.98 0476	-2E- 196	-1E- 196	11 4
-4E-208	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.98 9077	-7E- 205	-6E- 205	11 5
-2E-216	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	0.99 7678	-3E- 213	-3E- 213	11 6
-5E-225	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.00 6278	-9E- 222	-9E- 222	11 7

-1E-233	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.01 4879	-2E- 230	-3E- 230	11 8
-3E-242	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.02 348	-6E- 239	-9E- 239	11 9
-7E-251	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.03 2081	-1E- 247	-2E- 247	12 0
-1E-259	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.04 0681	-2E- 256	-5E- 256	12 1
-2E-268	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.04 9282	-4E- 265	-1E- 264	12 2
-4E-277	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.05 7883	-7E- 274	-2E- 273	12 3
-5E-286	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.06 6483	-9E- 283	-3E- 282	12 4
-6E-295	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.07 5084	-1E- 291	-5E- 291	12 5
-7E-304	3.1047 E-05	0.0005 7126	116 .27	1.08 3685	-1E- 300	-7E- 300	12 6



الشكل 4-15: الشكل 4-12: تغيرات $B(T)$ للأرغون بدلالة درجة الحرارة



الشكل 4-16: يوضح تغيرات $B^*(T^*)$ بدلالة T^* للأرغون

6-مناقشة النتائج:

نلاحظ من الرسوم البيانية لتغيرات σ بدلالة T الأشكال 3,4,5 للفريونات البديلة $R152a:245-285K$, $R134a:245-355K$ والأرغون من الدرجة 84 إلى الدرجة 145K تزايد قيمة σ مع زيادة درجة الحرارة للفريونات المدروسة والسبب في ذلك أن المدارات الالكترونية للجزيئات تصبح أكثر انتظاماً من الحالة العادية بالتالي تزداد المسافة نتيجة الانتظام بين الجزيئات كما نستطيع تفسير ذلك بالاعتماد على نظرية الطاقة الحركية كما هو معلوم بأنه عند زيادة درجة الحرارة

تزداد الطاقة الحركية لجزيئات الغاز بالتالي ستزداد الحركة العشوائية لها وهذا يؤدي بدوره لزيادة المسافة الفاصلة بين الجزيئات أي زيادة σ [13,14].

أما الخطوط البيانية لتغيرات ε/K بدلالة T للفريونات البديلة R134a من الدرجة K 245 إلى الدرجة 355، (R152a(245-380)، الأرغون من الدرجة 84 إلى الدرجة 145K الأشكال 4-10، 4-8، 6-4 فلاحظ من خلالها تناقص في قيمة ε/K للفريونات مع تزايد درجة الحرارة (يتناقص عمق الحفرة الكمونية بشكل مضطرب مع زيادة الحرارة كنتيجة طبيعية نتيجة لتزايد المسافة بين الجزيئات) ونستطيع تفسيره من خلال مفهوم الطاقة الحرارية وتأثيرها على توزيع الجزيئات فعند زيادة درجة الحرارة، تزداد الطاقة الحركية للجزيئات، مما يؤدي إلى زيادة احتمال امتلاك الجزيئات طاقة كافية للانتقال من السويات الطاقية المنخفضة (احتمال وجودها في السويات الأعلى يزداد بزيادة درجة الحرارة). أي أنها تمتلك طاقة كافية لتجاوز الحواجز الكمومية، مما يؤدي بدوره لتقليل عمق الحفرة الكمونية [13,14].

بالنسبة للخطوط البيانية الممثلة للمعامل الفيربالي الثاني للفريونات البديلة الأشكال (13,15,17)

نلاحظ تزايد قيمته مع زيادة درجة الحرارة ونفسر ذلك بأن $B(T)$ يعبر عن التأثير المتبادل بين زوج من الجزيئات وكما هو معلوم بأن $B(T)$ يتبع إلى σ أي أنه يتغير بتغير σ ومع تزايد درجة الحرارة سيزداد التأثير المتبادل بين الجزيئات لأنه بزيادة درجة الحرارة تزداد الطاقة الحركية لجزيئات الغاز بالتالي ستزداد الحركة العشوائية لها بالتالي $B(T)$ ستزداد ولكن بالاقتراب من الدرجة الحرجة تصبح كثافة الغاز مساوية لكثافة السائل بالتدرج بالتالي لا يمكن تمييز حالة المادة فيما إذا كانت سائلة أو غازية (يحصل تداخل بين الحالة السائلة والغازية) أي يحصل توازن بين قوى التمداد والتجاذب فتصبح المسافة بين الجزيئات ثابتة نوعاً ما، وقد

لاحظنا أن قيم $B(T)$ للفيون R134a بدأت تزداد تدريجياً مع زيادة درجة الحرارة إلا أنها تميل إلى أن تأخذ قيمةً متقاربة جداً (ثابتة نوعاً ما) وذلك ابتداءً من الدرجة 258K وكذلك الأمر بالنسبة للفيون R152a بحيث بدأت بالتقارب بدءاً من الدرجة 263K أما الفيون R142b من الدرجة 238K وأخيراً الأرغون عند الدرجة 102K [11,13].

وبما أن المعامل الفيريالي الثاني المحول مشتق من المعامل الفيريالي الثاني فيفسر الرسم البياني له بنفس الطريقة والسبب بذلك هو أن $B(T)$ و $B^*(T^*)$ مرتبطان بعلاقة (9) تبين تابعة المعامل الفيريالي الثاني المحول للمعامل الفيريالي الثاني أي أن $B^*(T^*)$ يزداد بزيادة $B(T)$ بالتوازي مع تزايد درجة الحرارة [11,12].

في الدراسات السابقة تم حساب قيم ε/K و σ للفيونات المذكورة بشكل عام أو حتى عند درجات حرارة محددة دون التطرق لتغير قيمتها بتغير درجة الحرارة ونشير هنا إلى أن معرفة المجال الحراري الذي تتغير ضمنه ε/K و σ للفيونات البديلة أو حتى التغيرات التي تطرأ على هذه الفيونات ضمن المجال الحراري له دور مهم في تصميم أجهزة التبريد وهندسة العمليات الكيميائية وذلك لأنها تستخدم بشكل مباشر في حساب خصائصها الترموديناميكية (خصائص الفيونات البديلة) [2]. كما توجب علينا الإشارة إلى أن الدراسة السابقة مبنية على استخدام جهد لينارد جونز الزوجي (ثنائي المعاملات) الذي لقي انتشاراً واسعاً كونه بسيطاً أما عن ثنائيات القوى للجهد كما هو معلوم هناك العديد من ثنائيات القوى (6-9) و (12-10) وغيرها الكثير لكن اخترنا الجهد (6-12) على وجه التحديد لأن الحسابات النظرية كانت أكثر تطابقاً مع النتائج التجريبية عند استخدامه بينما ثنائيات القوى السابقة لم تحقق هذا التطابق [11,12].

المراجع

- [1]Bolaji, B. O, & Huan, Z. (2012, August). "Energy performance of eco-friendly RE170 and R510A refrigerants as alternatives to R134a in vapour compression refrigeration system". In 2012 Proceedings of the 9th Industrial and Commercial Use of Energy Conference (pp. 1-8). IEEE.
- [2]Halim, N. F. C, & Sidik, N. A. C. (2020). "Nanorefrigerants: A review on thermophysical properties and their heat transfer performance". Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology, 20(1), 42-50p.
- [3]Vaghela, J. K. (2017). "Comparative evaluation of an automobile air-conditioning system using R134a and its alternative refrigerants". Energy Procedia, 109, 153-160p.
- [4]Oh, S. K. (2013). "Modified Lennard-Jones Potentials with a Reduced Temperature-Correction Parameter for Calculating Thermodynamic and Transport Properties: Noble Gases and Their Mixtures (He, Ne, Ar, Kr, and Xe)". Journal of thermodynamics, 2013(1), 828620.
- [5]Wang, X, Ramírez-Hinestrosa, S, Dobnikar, J, & Frenkel, D. (2020). "The Lennard-Jones potential: when (not) to use it". Physical Chemistry Chemical Physics, 22(19), 10624-10633p.
- [6]Ushcats, M. V. (2014). "Virial coefficients of modified Lennard-Jones potential". Ukrainian journal of physics, (59, № 2), 172-178p.
- [7]Mourits, F. M, & Rummens, F. H. (1977). "A critical evaluation of Lennard–Jones and Stockmayer potential

parameters and of some correlation methods". Canadian Journal of Chemistry, 55(16), 3007-3020p.

[8]Filippova, V. P, Kunavin, S. A, & Pugachev, M. S. (2015). "Calculation of the parameters of the Lennard-Jones potential for pairs of identical atoms based on the properties of solid substances". Inorganic Materials: Applied Research, 6, 1-4p.

[9]Oh, S. K. (2013). "Modified Lennard-Jones Potentials with a Reduced Temperature-Correction Parameter for Calculating Thermodynamic and Transport Properties: Noble Gases and Their Mixtures (He, Ne, Ar, Kr, and Xe)". Journal of thermodynamics, 2013(1), 828620.

[10]Tan, F. L., & Chua, P. S. (2003). "Java applet on computation of thermodynamic properties of steam and R134a refrigerant". Computer Applications in Engineering Education, 11(4), 211-225P.

[11]Ondstcnhenko ,Hamza,(1994)."Thermodynamic properties of the Alternative Refrigerants in the Gas Region ",USA,(1st ed),vol(1), 220-300P .

[12]Supurling,Mason,(1993),"The Virial Equation Of State " ,The international Encyclopedia Of Physical Chemistry and Chemical Physics, New york ,Volume 2,400-450p.

[13] Atkins, P.w, De Paula, J, & Friedman, R. (2014).
"Physical chemistry: quanta, matter, and change". Oxford
University Press, USA.

[14] McQuarrie, D. A. (2000). "Statistical Mechanics"
,University Science. Sausalito, CA, 222-223P.