

مجلة جامعة حمص

سلسلة العلوم الأساسية



مجلة علمية محكمة دورية

المجلد 47 . العدد 8

1447 هـ - 2025 م

الأستاذ الدكتور طارق حسام الدين رئيس جامعة حمص

المدير المسؤول عن المجلة

أ. د. وليد حمادة	رئيس تحرير مجلة جامعة حمص للعلوم الإنسانية
أ. د. درغام سلوم	رئيس تحرير مجلة جامعة حمص للعلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية

عضو هيئة التحرير	د. محمد فراس رمضان
عضو هيئة التحرير	د. مضر سعود
عضو هيئة التحرير	د. ممدوح عبارة
عضو هيئة التحرير	د. موفق تلاوي
عضو هيئة التحرير	د. طلال رزوق
عضو هيئة التحرير	د. أحمد الجاعور
عضو هيئة التحرير	د. الياس خلف
عضو هيئة التحرير	د. روعة الفقس
عضو هيئة التحرير	د. محمد الجاسم
عضو هيئة التحرير	د. خليل الحسن
عضو هيئة التحرير	د. هيثم حسن
عضو هيئة التحرير	د. أحمد حاج موسى

تهدف المجلة إلى نشر البحوث العلمية الأصيلة، ويمكن للراغبين في طلبها

الاتصال بالعنوان التالي:

رئيس تحرير مجلة جامعة حمص

سورية . حمص . جامعة حمص . الإدارة المركزية . ص . ب (77)

. هاتف / فاكس : ++ 963 31 2138071

. موقع الإنترنت : www.homs-univ.edu.sy

. البريد الإلكتروني : journal.homs-univ.edu.sy

ISSN: 1022-467X

شروط النشر في مجلة جامعة حمص

الأوراق المطلوبة:

- 2 نسخة ورقية من البحث بدون اسم الباحث / الكلية / الجامعة) + CD / word من البحث منسق حسب شروط المجلة.
 - طابع بحث علمي + طابع نقابة معلمين.
 - إذا كان الباحث طالب دراسات عليا:
يجب إرفاق قرار تسجيل الدكتوراه / ماجستير + كتاب من الدكتور المشرف بموافقة على النشر في المجلة.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية:
يجب إرفاق قرار المجلس المختص بإنجاز البحث أو قرار قسم بالموافقة على اعتماده حسب الحال.
 - إذا كان الباحث عضو هيئة تدريسية من خارج جامعة البعث :
يجب إحضار كتاب من عمادة كليته تثبت أنه عضو بالهيئة التدريسية و على رأس عمله حتى تاريخه.
 - إذا كان الباحث عضواً في الهيئة الفنية :
يجب إرفاق كتاب يحدد فيه مكان و زمان إجراء البحث ، وما يثبت صفته وأنه على رأس عمله.
 - يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (العلوم الطبية والهندسية والأساسية والتطبيقية):
عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1- مقدمة
 - 2- هدف البحث
 - 3- مواد وطرق البحث
 - 4- النتائج ومناقشتها .
 - 5- الاستنتاجات والتوصيات .
 - 6- المراجع.

- يتم ترتيب البحث على النحو الآتي بالنسبة لكليات (الآداب - الاقتصاد - التربية - الحقوق - السياحة - التربية الموسيقية وجميع العلوم الإنسانية):
- عنوان البحث .. ملخص عربي و إنكليزي (كلمات مفتاحية في نهاية الملخصين).
- 1. مقدمة.
- 2. مشكلة البحث وأهميته والجديد فيه.
- 3. أهداف البحث و أسئلته.
- 4. فرضيات البحث و حدوده.
- 5. مصطلحات البحث و تعريفاته الإجرائية.
- 6. الإطار النظري و الدراسات السابقة.
- 7. منهج البحث و إجراءاته.
- 8. عرض البحث و المناقشة والتحليل
- 9. نتائج البحث.
- 10. مقترحات البحث إن وجدت.
- 11. قائمة المصادر والمراجع.
- 7- يجب اعتماد الإعدادات الآتية أثناء طباعة البحث على الكمبيوتر:
 - أ- قياس الورق 25×17.5 B5.
 - ب- هوامش الصفحة: أعلى 2.54- أسفل 2.54 - يمين 2.5- يسار 2.5 سم
 - ت- رأس الصفحة 1.6 / تذييل الصفحة 1.8
 - ث- نوع الخط وقياسه: العنوان . Monotype Koufi قياس 20
- كتابة النص Simplified Arabic قياس 13 عادي - العناوين الفرعية Simplified Arabic قياس 13 عريض.
- ج. يجب مراعاة أن يكون قياس الصور والجداول المدرجة في البحث لا يتعدى 12سم.
- 8- في حال عدم إجراء البحث وفقاً لما ورد أعلاه من إشارات فإن البحث سيهمل ولا يرد البحث إلى صاحبه.
- 9- تقديم أي بحث للنشر في المجلة يدل ضمناً على عدم نشره في أي مكان آخر، وفي حال قبول البحث للنشر في مجلة جامعة البعث يجب عدم نشره في أي مجلة أخرى.

10- الناشر غير مسؤول عن محتوى ما ينشر من مادة الموضوعات التي تنشر في المجلة
11- تكتب المراجع ضمن النص على الشكل التالي: [1] ثم رقم الصفحة ويفضل استخدام التهميش الإلكتروني المعمول به في نظام ورد WORD حيث يشير الرقم إلى رقم المرجع الوارد في قائمة المراجع.

تكتب جميع المراجع باللغة الانكليزية (الأحرف الرومانية) وفق التالي:

آ . إذا كان المرجع أجنبياً:

الكنية بالأحرف الكبيرة - الحرف الأول من الاسم تتبعه فاصلة - سنة النشر - وتتبعها معترضة (-) عنوان الكتاب ويوضع تحته خط وتتبعه نقطة - دار النشر وتتبعها فاصلة - الطبعة (ثانية . ثالثة) . بلد النشر وتتبعها فاصلة . عدد صفحات الكتاب وتتبعها نقطة .
وفيما يلي مثال على ذلك:

-MAVRODEANUS, R1986- **Flame Spectroscopy**. Willy, New York, 373p.

ب . إذا كان المرجع بحثاً منشوراً في مجلة باللغة الأجنبية:

— بعد الكنية والاسم وسنة النشر يضاف عنوان البحث وتتبعه فاصلة، اسم المجلد ويوضع تحته خط وتتبعه فاصلة — المجلد والعدد (كتابة مختزلة) وبعدها فاصلة — أرقام الصفحات الخاصة بالبحث ضمن المجلة.
مثال على ذلك:

BUSSE,E 1980 Organic Brain Diseases **Clinical Psychiatry News** , Vol. 4. 20 – 60

ج . إذا كان المرجع أو البحث منشوراً باللغة العربية فيجب تحويله إلى اللغة الإنكليزية و التقيد بالبنود (أ و ب) ويكتب في نهاية المراجع العربية: (المراجع In Arabic)

رسوم النشر في مجلة جامعة حمص

1. دفع رسم نشر (50000) ل.س أربعون ألف ليرة سورية عن كل بحث لكل باحث يريد نشره في مجلة جامعة البعث.
2. دفع رسم نشر (200000) ل.س مئة ألف ليرة سورية عن كل بحث للباحثين من الجامعة الخاصة والافتراضية .
3. دفع رسم نشر (200) مننًا دولار أمريكي فقط للباحثين من خارج القطر العربي السوري .
4. دفع مبلغ (15000) ل.س ستة آلاف ليرة سورية رسم موافقة على النشر من كافة الباحثين.

المحتوى

الصفحة	اسم الباحث	اسم البحث
30-11	صالح الدرويش د. أحمد العبدو د. ناصر سعد الدين	دراسة نموذجية للنسيج الهرمي على سطح الخلية الشمسية السيليكونية وتأثيره على السلوك الكهربائي لها
52-31	فاطمة المصطفى د. جورج غندور د. محمود الحمدان	أثر استخدام مستخلص أوراق الألويفيرا في الصفات المورفولوجية والإنتاجية لنبات الفليفلة
64-53	ماهر قيلان د. سامح العرجة	الإستقرار الأسي لجملة معادلات فرقية لا توفيقية من خلال استخدام مصفوفة مساعدة لحل معادلة ليايونوف
86-65	مريم حاكمي د. إيمان الخوجة د. حمزة حاكمي	الحاقيات شبه المحلية
112-87	عزيزة محمد الحسين د. جورج غندور د. فادي عباس	تأثير المعاملة بخل الخشب والسماط المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

134-113	وفاء خضر شحادة د.سامح العرجة	دراسة استقرار المعادلة التفاضلية اللاخطية ذات تأخير زمني
---------	---------------------------------	---

دراسة نموذجية للنسيج الهرمي على سطح الخلية

الشمسية السيليكونية وتأثيره على السلوك

الكهربائي لها

صالح الدرويش¹ د.أحمد العبدو² أ.د.ناصر سعد الدين³

ملخص:

تم في هذا البحث نمذجة الخلية الشمسية السيليكونية أحادية التبلور (monocrystalline) وفق بارامترات العمل القياسية وعند درجة حرارة 25°C باستخدام برنامج PC1D، ثم قمنا بدراسة الميزة (I-V) والميزة (P-V) للخلية الشمسية السيليكونية البدائية، تم حساب قيمة الكفاءة وعامل الملاءم والتي كانت 16.3% و 0.778 على الترتيب. ثم قمنا بنمذجة الطبقة السطحية الخارجية على شكل نسيج هرمي لتقليل الانعكاس الضوئي على السطح الخارجي و قمنا بدراسة تأثير تغيير زاوية ميل مخروط الهرم بين (30-70) درجة بمعدل 5 درجات لكل خطوة وذلك من اجل عدة قيم لارتفاع الهرم (7 - 5 - 3 - 1) μm على الكفاءة وعامل الملاءم ووجدنا تحسن الكفاءة بشكل عام بمعدل 3.6% حسبت بعد ترسيب النسيج الهرمي للسطح. ووجدنا أفضل قيمة للكفاءة 16.9% عند ارتفاع 5 μm وعند زاوية 70 درجة وقيمة عامل الملاءم 0.7789.

كلمات مفتاحية: الخلية الشمسية السيليكونية، PC1D ، النسيج الهرمي، الكفاءة، عامل الملاءم.

1- طالب دكتوراه في قسم الفيزياء-كلية العلوم-جامعة حمص 2- أستاذ مساعد في قسم الفيزياء-كلية

العلوم قسم الفيزياء 3- أستاذ في قسم الفيزياء-كلية العلوم-قسم الفيزياء

A typical study of the hierarchical texture on the surface of a silicon solar cell and its effect on its electrical behavior

Saleh Aldarwish
University of Al-Baath Faculty of science
Dept. of Physics –Homs-Syria

Abstract

In this research, the monocrystalline silicon solar cell was modeled according to the standard operating parameters and at a temperature of 25°C using the PC1D program, then we studied the (I-V) and (P-V) features of the primitive silicon solar cell, the efficiency and fill factor values were calculated, which were 16.3% and 0.778 respectively. Then we modeled the outer surface layer in the form of a pyramidal texture to reduce the light reflection on the outer surface and we studied the effect of changing the angle of the pyramid cone between (30-70) degrees at a rate of 5 degrees for each step for several values of the pyramid height (1-3-5-7) μm on the efficiency and fill factor and we found an overall improvement in efficiency by 3.6% calculated after depositing the pyramidal texture on the surface. We found the best efficiency value of 16.9% at a height of 5 μm and at an angle of 70 degrees and the fill factor value of 0.7789.

Keywords: silicon solar cell, PC1D, hierarchical texture, efficiency, fill factor.

1 - مقدمة

تتزايد الحاجة العالمية للطاقة بشكل مستمر وبالتالي، فإن مصادر الطاقة التقليدية لا تتناسب مع الطلب المتزايد على الطاقة. لذلك يسعى الباحثون لاستكشاف تقنيات مختلفة لتعزيز كفاءة أنظمة الطاقة المتجددة [2.1].

تعد الطاقة الشمسية من أهم مصادر الطاقة المتجددة، حيث تتميز بوفرةها واستدامتها، مما يجعلها بديلاً واعداً للطاقة التقليدية. تعتمد كفاءة الخلايا الشمسية بشكل كبير على تصميمها البنيوي والتركيب، مما يتطلب البحث المستمر لتحسين أدائها وتطوير تقنيات جديدة لزيادة كفاءتها [3].

في هذا السياق، يعد انعكاس الضوء على السطح الخارجي للخلية الشمسية السيليكونية، من أكثر العوامل التي تؤثر سلباً في كفاءة الخلية الشمسية والتي تقلل من عدد الفوتونات الساقطة على طبقة الامتصاص وبالتالي تقلل من عدد الأزواج المتولدة ضوئياً (الكترن-ثقب) [4]. تم استكشاف العديد من الطرق لتعديل مورفولوجيا الطبقة السطحية لتحقيق أقصى قدر من الامتصاص وتقليل الانعكاس. يعد النسيج السطحي طريقة فعالة لتقليل انعكاس الضوء وتعديل التحولات البصرية [5].

وفقاً لتقنية النسيج السطحي أو ما يعرف بالأهرامات، فإن الضوء الوارد يتبع مساراً غير عمودي، وبالتالي فقد تحدث انعكاسات متعددة في طبقة الامتصاص [6].

يؤدي السقوط المائل لأشعة الضوء على السطح الأمامي ذو النسيج الهرمي لحدوث تأثير حبس الضوء. لا يساعد هذا الانتشار المائل لأشعة الضوء على زيادة طول المسار فحسب، بل يعزز أيضاً فرص إعادة الانعكاس بسبب ظاهرة الانعكاس الداخلي الكلي [7].

يمكن تنظيم الميل الزاوي للهرم عن الأفق وارتفاعه للحصول على الأداء الأمثل من الخلية الشمسية.

ومع ذلك، فإن الصعوبة التي تواجهنا مع تقنيات التحسين هذه هو أنها إما تستغرق وقتاً طويلاً أو مكلفة. وكبديل للتجارب العملية، ظهرت طرق نمذجة ومحاكاة أداء الخلية الشمسية باستخدام برامج مختلفة كأدوات محاكاة كحل جيد. خلال العقد الماضي، قام العديد من العلماء بالتحقيق في نمذجة تقنية الخلايا الكهروضوئية (PV) باستخدام مجموعة متنوعة من برامج المحاكاة والنمذجة [9,8].

يعد إضفاء نسيج هرمي على السطح العلوي للخلية الشمسية عملية مهمة لتعزيز طول المسار الضوئي لأشعة الشمس داخل الخلية الشمسية. فهو لا يزيد فقط من مساحة السطح لسقوط الضوء ولكنه يقلل أيضاً من انعكاس السطح الأمامي بسبب حبس الضوء. ومن ثم، فمن الضروري تصميم سمك وميل مثاليين لهذا النسيج. يركز هذا العمل على تأثير التغيرات في عمق النسيج السطحي وميله باستخدام محاكاة برنامج PC1D. تم اختبار البارامترات الكهربائية مثل قيم كفاءة الطاقة الكهروضوئية (η)، وقيم عامل الملء (FF)، وقيم جهد الدائرة المفتوحة (Voc)، وقيم تيار الدائرة القصيرة (Isc) من خلال المحاكاة.

2 - أهداف البحث:

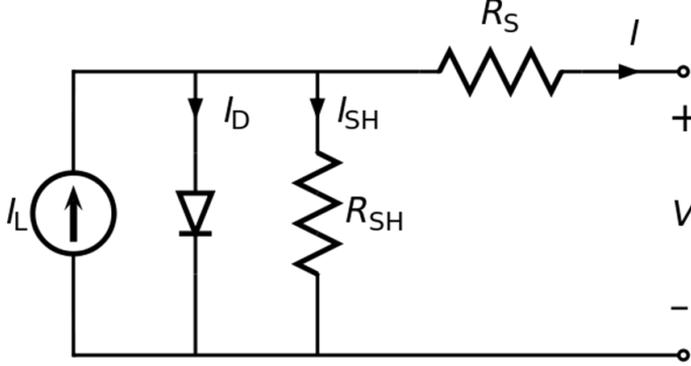
يهدف البحث إلى:

- 1 - نمذجة الخلية الشمسية السيليكونية أحادية التبلور monocrystalline باستخدام برنامج PC1D وفق بارامترات محددة تتناسب مع تقنيات التصنيع.
- 2 - دراسة الميزة I-V والميزة P-V وحساب الكفاءة وعامل الملء للخلية الشمسية بدون نسيج هرمي سطحي.
- 3 - تطبيق نسيج سطحي هرمي على سطح الخلية الشمسية السيليكونية.
- 4 - دراسة تأثير ارتفاع وزاوية ميل الهرم عن الأفق على كفاءة الخلية الشمسية وتحديد الارتفاع والزاوية الأمثل لتحقيق أفضل كفاءة.

3 - مواد وطرق البحث:

يمكن الحصول على الدارة المكافئة للخلية الشمسية عن طريق نموذج الدايدود المفرد.

حيث يبين الشكل (1) الدارة المكافئة للخلية الشمسية والتي سوف يتم إجراء المحاكاة عليها [10].



الشكل (1) الدارة المكافئة للخلية الشمسية والتي سوف يتم إجراء المحاكاة عليها.

تستخدم عادة أربع متغيرات لدراسة ما يخرج من الخلية الشمسية:

1- تيار القصر I_{SC} : ويساوي التيار الناتج بواسطة الضوء عند فرق كمون معدوم أي عند

$$I_{SC} = I_{PH} \cdot \text{قصر الدارة.}$$

2- جهد الدارة المفتوحة V_{OC} : نحصل عليه عندما لا يمر تيار في الخلية أي عندما نجعل

التيار في المعادلة يساوي الصفر ويعطى بالعلاقة: [11]

$$V_{OC} = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{I_{PH}}{I_0} + 1 \right) \quad (1)$$

حيث K : ثابت بولتزمان، T : درجة الحرارة المطلقة، q : عامل المثالية، I_{PH} : التيار الناتج بالضوء، I_0 : التيار الضوئي الساقط.

3- عامل الملء FF : هو مقياس لمدى مربعة خصائص الخرج ويمثل نسبة السطح المحصور

عند نقطة العمل المثلى الى السطح المحصور في الممييزة $I-V$. بالنسبة للخلايا الشمسية التجارية

النموذجية لها عامل ملء $0.70 < [12]$.

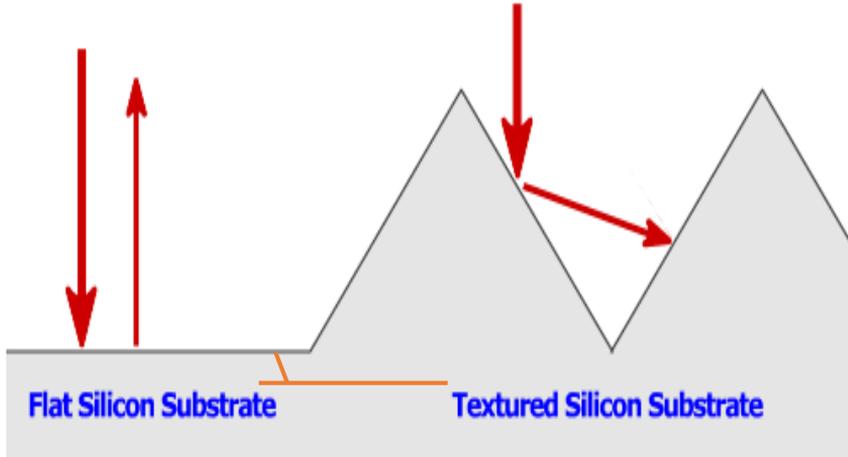
$$FF = \frac{I_{MP}V_{MP}}{I_{SC}V_{OC}} \quad (2)$$

I_{MP}, V_{MP} قيمة التيار والجهد الأعظمي.

4- كفاءة تحويل الطاقة الشمسية (المردود):

$$\eta = \frac{I_{MP}V_{MP}}{P_{IN}} = \frac{I_{SC}V_{OC}FF}{P_{IN}} \quad (3)$$

يمكن استخدام نسيج السطح، إما بالاشتراك مع طلاء مضاد للانعكاس أو بمفرده، لتقليل الانعكاس. يقلل نسيج السطح من الانعكاس عن طريق زيادة فرص ارتداد الضوء المنعكس إلى السطح، بدلاً من خروجه إلى الهواء المحيط. يبين الشكل (2): زيادة فرص ارتداد الضوء المنعكس إلى السطح عن طريق تطبيق تقنية النسيج [13].



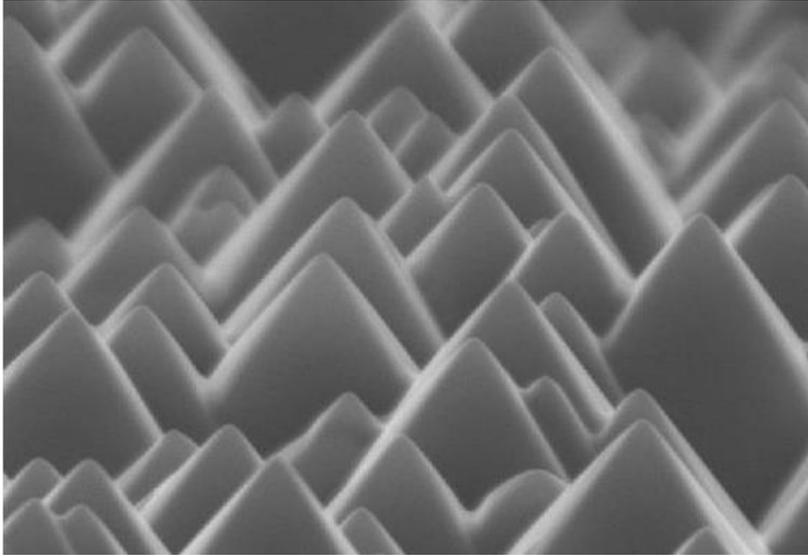
الشكل (2) زيادة فرص ارتداد الضوء المنعكس إلى السطح عن طريق تطبيق تقنية النسيج.

يمكن إنجاز نسيج السطح بعدد من الطرق:

- الحفر الكيميائي: حيث يمكن تنسيج ركييزة بلورية واحدة عن طريق الحفر على طول وجوه المستويات البلورية. حيث ينتج عن البنية البلورية للسيليكون سطح مكون من أهرامات إذا تم حفر السطح بشكل مناسب. يظهر الشكل (3) صورة مجهر إلكتروني

لسطح سيليكون ذو نسيج هرمي مأخوذة من دراسة أجريت في جامعة ويلز في استراليا. يسمى هذا النوع من النسيج نسيج "الهرم العشوائي"، ويُستخدم عادةً في الصناعة للرقائق البلورية الأحادية [14,15].

- التآكل الأيوني: يتم بقصف سطح الخلية بأيونات مشحونة وإزالة المادة من السطح وتكوين أشكال هرمية في هذه الطريقة يمكن التحكم بشكل وحجم الاهرامات المتشكلة.
- الطباعة الحجرية.



الشكل (3) صورة مجهر إلكتروني لسطح سيليكون ذو نسيج هرمي.

4 - النتائج والمناقشة

4 - 1 - نمذجة الخلية الشمسية السيليكونية البدائية:

تم استخدام برنامج 2021 PC1D (Personal Computer One Dimensional)، الذي تم تطويره من قبل جامعة نيو ساوث ويلز، لمحاكاة خصائص الخلايا الكهروضوئية لأجهزة أشباه الموصلات البلورية، يتم إجراء محاكاة الخلية الشمسية السيليكونية عن طريق إعداد

دراسة نموذجية للنسيج الهرمي على سطح الخلية الشمسية السيليكونية وتأثيره على السلوك الكهربائي لها

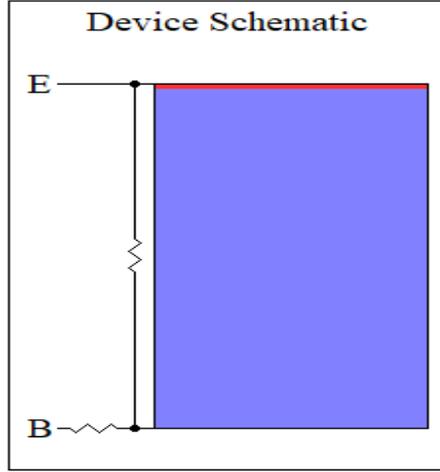
بارامترات رئيسية، والتي تشمل مساحة سطح الخلية، والسماكة، وعرض المجال المحظور، وتركيز الشوائب ونوعها وسرعة الحاملات. حيث يتم الحصول على العديد من الخصائص المهمة للخلايا الشمسية السيليكونية عن طريق المحاكاة.

حيث يوضح الجدول (1) بارامترات النمذجة المستخدمة والمطبقة على الخلية الشمسية السيليكونية أحادية التبلور mono crystalline.

الجدول (1)

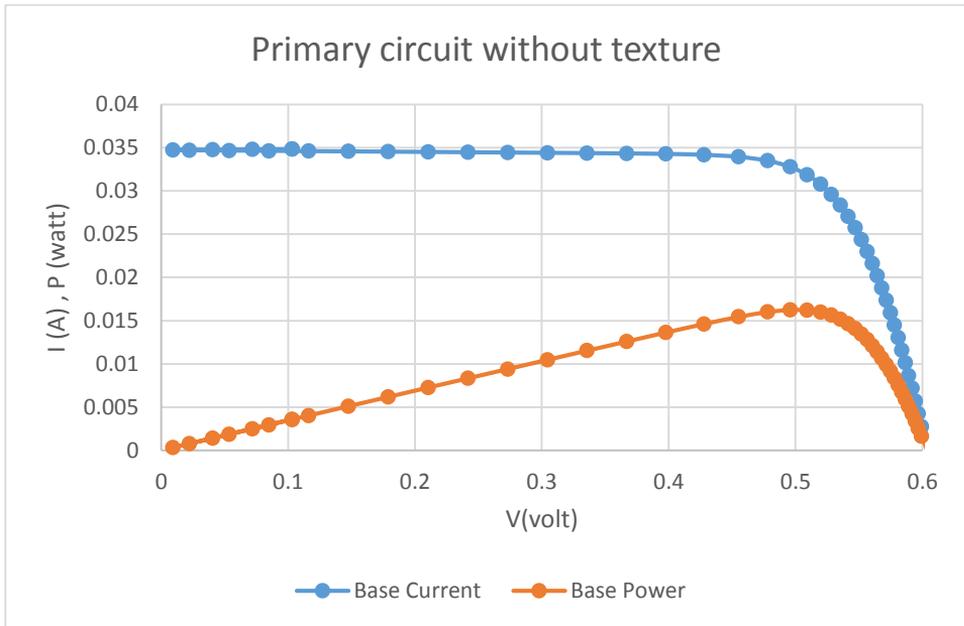
1 cm ²	مساحة الخلية Device area
3.33 Ω	المقاومة التفرعية R _{shunt}
0.8 Ω	المقاومة التسلسلية R _{series}
%5	الانعكاس عن السطح الأمامي
180 μm	سماكة الطبقة p
0.1 μm	سماكة الطبقة n
1 × 10 ¹⁶ cm ⁻³	تركيز إثابة المنطقة p
2 × 10 ²⁰ cm ⁻³	تركيز إثابة المنطقة n
1.124 eV	المجال المحظور
25 °C	درجة الحرارة
1.5 gr/space	الكتلة الهوائية
0.1 w/cm ²	شدة الإشعاع الشمسي

يبين الشكل (4) مخطط الدارة المكافئة للخلية الشمسية السيليكونية المنفذة وفق برنامج المحاكاة.



الشكل (4) مخطط الخلية الشمسية السيليكونية وفق برنامج المحاكاة

تم الحصول على نتائج المحاكاة ورسم الميزة I-V والميزة P-V حيث يبين الشكل (5) الميزتين I-V, P-V للخلية الشمسية السيليكونية بدون نسيج.



الشكل (5) الميزتين I-V, P-V للخلية الشمسية السيليكونية بدون نسيج.

دراسة نموذجية للنسيج الهرمي على سطح الخلية الشمسية السيليكونية وتأثيره على السلوك الكهربائي لها

تم الحصول على قيم I_{SC} , V_{OC} , P_{MAX} من خلال المحاكاة وباستخدام العلاقتين 2 و 3 تم حساب الكفاءة وعامل الملء وتم الحصول على النتائج المبينة بالجدول (2)

بالجدول (2)

	Isc	Voc	P max	FF	μ	$\mu\%$
البحث الحالي	0.0347	0.6036	0.0163	0.778	0.163	16.30%
المرجع [16]	1.735	0.6567	0.9529	0.83	0.09529	9.53

يعود الاختلاف بين قيم البحث الحالي والمرجع لاختلاف شروط البدء وخاصة مساحة سطح الخلية.

4 - 2 - دراسة مميزات الخلية الشمسية عند ارتفاع $1\mu m$ وعند زوايا رأس الهرم (30-35-40-45-50-55-60-65-70):

يبين الجدول (3) نتائج المحاكاة وحسابات الكفاءة وعامل الملء لهذه الحالة:

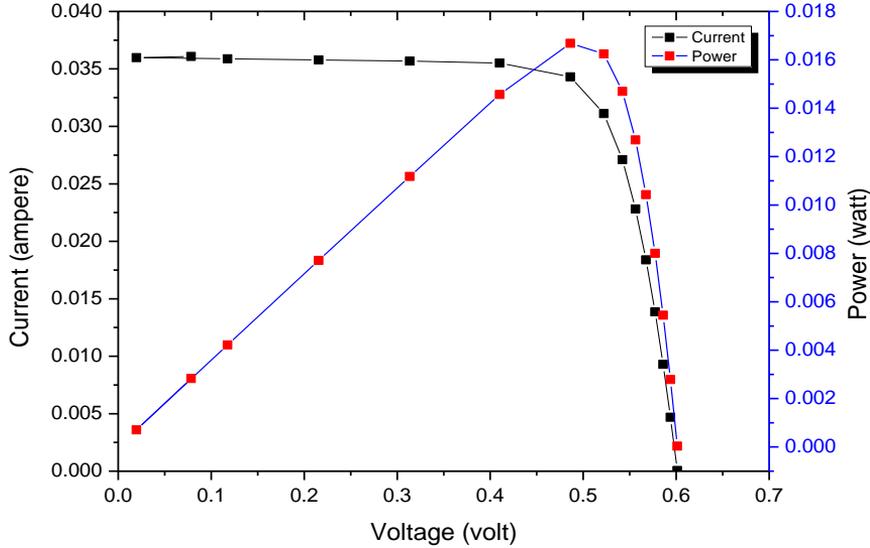
الجدول (3)

angle	depth 1						
	Isc (A)	Voc (V)	Pmax(W)	Pin(W)	FF	μ	$\mu\%$
30	0.0349	0.6035	0.0164	0.1	0.77865	0.164	16.4
35	0.035	0.6034	0.0163	0.1	0.77182	0.163	16.3
40	0.0351	0.6033	0.0165	0.1	0.77919	0.165	16.5
45	0.0352	0.6032	0.0165	0.1	0.77711	0.165	16.5
50	0.0353	0.603	0.0166	0.1	0.77986	0.166	16.6
55	0.0354	0.6028	0.0166	0.1	0.77791	0.166	16.6
60	0.0356	0.6025	0.0167	0.1	0.77859	0.167	16.7

65	0.0358	0.602	0.0167	0.1	0.77488	0.167	16.7
70	0.036	0.6012	0.0168	0.1	0.77623	0.168	16.8

نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.8% عند زاوية 70° وأعلى قيمة لعامل الملاءمة 0.77986 عند زاوية 50° حيث نلاحظ اندياد الكفاءة وتيار الدارة المفتوحة مع زيادة رأس هرم النسيج السطحي ويعزى ذلك إلى احتجاز المزيد من الضوء الساقط في الخلية الكهروضوئية مما يؤدي إلى المزيد من توليد الأزواج الضوئية. ونتيجة لنفس الظاهرة، تتناقص فولتية الدارة المفتوحة مع زيادة المنحدر [17].

حيث يبين الشكل (6) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 1 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70° درجة.



الشكل (6) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 1 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70° درجة

4 - 3 - دراسة مميزات الخلية الشمسية عند ارتفاع $3\mu m$ وعند زوايا رأس الهرم (30-35-40-45-50-55-60-65-70):

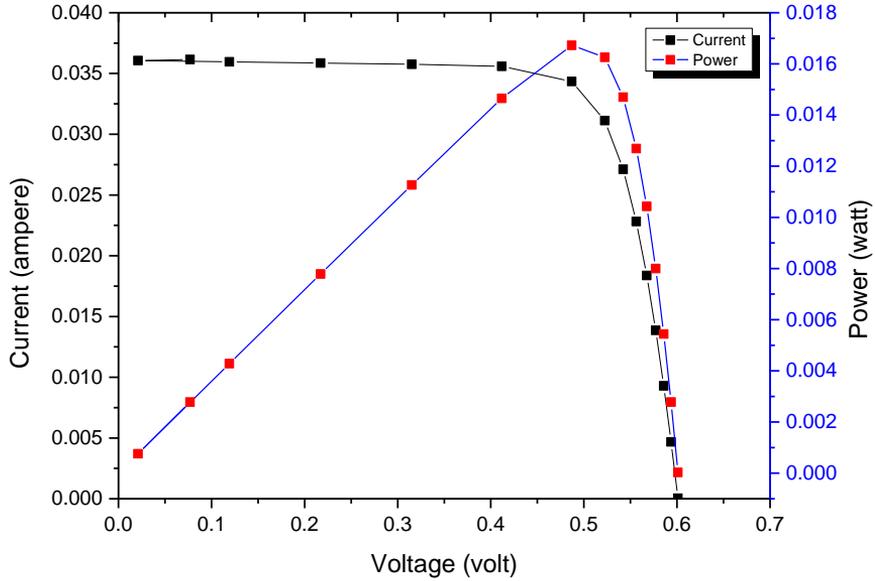
يبين الجدول (4) نتائج المحاكاة وحسابات الكفاءة وعامل الملء لهذه الحالة:

الجدول (4)

angle	depth 3						
	Isc (A)	Voc(V)	Pmax (w)	Pin(w)	FF	μ	μ %
30	0.0349	0.6035	0.0162	0.1	0.769152	0.162	16.2
35	0.035	0.6034	0.0163	0.1	0.771817	0.163	16.3
40	0.0351	0.6033	0.0165	0.1	0.77919	0.165	16.5
45	0.0352	0.6032	0.0165	0.1	0.777105	0.165	16.5
50	0.0353	0.603	0.0166	0.1	0.779859	0.166	16.6
55	0.0355	0.6027	0.0166	0.1	0.775851	0.166	16.6
60	0.0356	0.6024	0.0167	0.1	0.77872	0.167	16.7
65	0.0358	0.6019	0.0168	0.1	0.779654	0.168	16.8
70	0.0361	0.6011	0.0169	0.1	0.778812	0.169	16.9

نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.9% عند زاوية 70° وأعلى قيمة لعامل الملء 0.779859 عند زاوية عند زاوية 50° حيث نلاحظ اذدياد الكفاءة وتيار الدارة المفتوحة مع زيادة رأس هرم النسيج السطحي.

حيث يبين الشكل (7) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 3 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70° درجة.



يبين الشكل (7) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 3 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70 درجة.

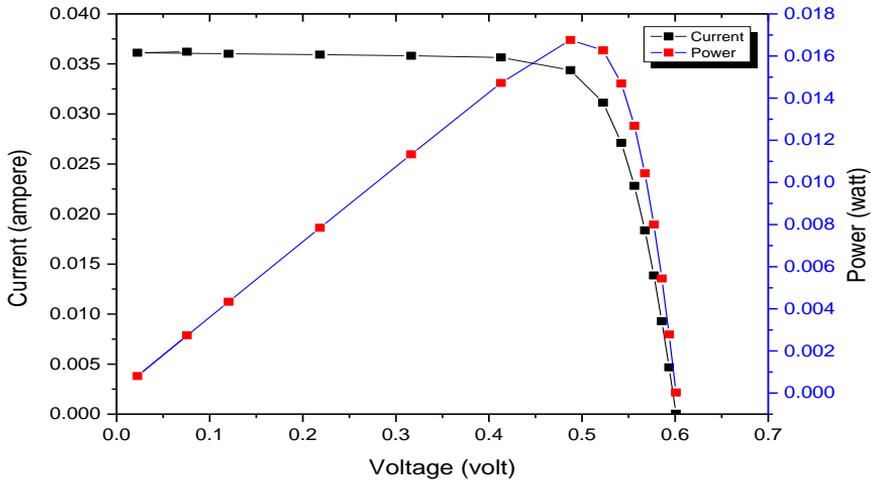
4 - 4 - دراسة مميزات الخلية الشمسية عند ارتفاع $5\mu m$ وعند زوايا رأس الهرم (30-35-40-45-50-55-60-65-70):

يبين الجدول (5) نتائج المحاكاة وحسابات الكفاءة وعامل الملء لهذه الحالة:

الجدول (5)

angle	depth 5						
	Isc (A)	Voc (V)	Pmax(w)	Pin (w)	FF	μ	μ %
30	0.0349	0.6035	0.0162	0.1	0.769152	0.162	16.2
35	0.035	0.6034	0.0164	0.1	0.776552	0.164	16.4
40	0.0351	0.6033	0.0165	0.1	0.77919	0.165	16.5
45	0.0352	0.6031	0.0165	0.1	0.777234	0.165	16.5
50	0.0354	0.6029	0.0166	0.1	0.777785	0.166	16.6
55	0.0355	0.6027	0.0166	0.1	0.775851	0.166	16.6
60	0.0357	0.6023	0.0167	0.1	0.776668	0.167	16.7
65	0.0359	0.6018	0.0168	0.1	0.777611	0.168	16.8
70	0.0361	0.601	0.0169	0.1	0.778942	0.169	16.9

نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.9% عند زاوية 70° وأعلى قيمة لعامل الملء 0.77919 عند زاوية 40° حيث نلاحظ اذدياد الكفاءة وتيار الدارة المفتوحة مع زيادة رأس هرم النسيج السطحي. حيث يبين الشكل (8) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 5 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70 درجة.



الشكل (8) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 1 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70 درجة.

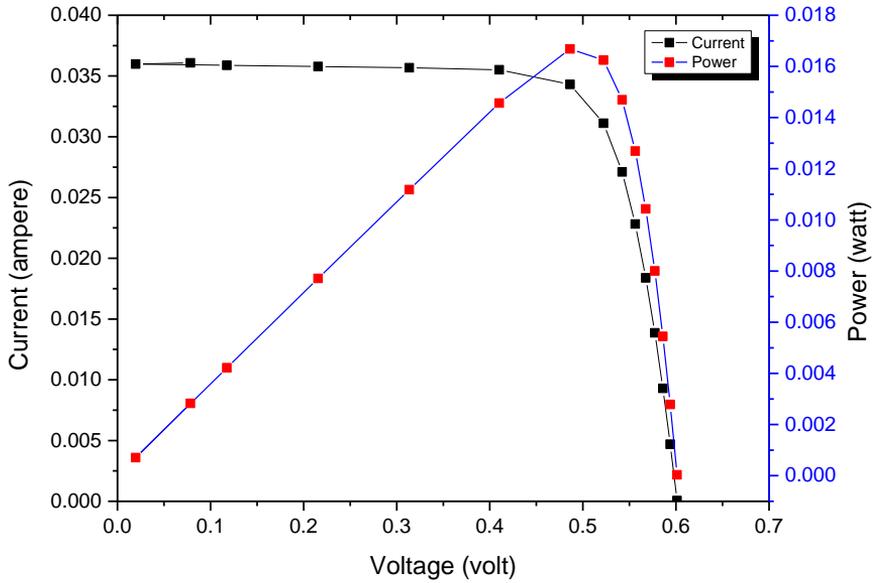
4 - 5 - دراسة مميزات الخلية الشمسية عند ارتفاع $7\mu m$ وعند زوايا رأس الهرم (30-35-40-45-50-55-60-65-70):

يبين الجدول (6) نتائج المحاكاة وحسابات الكفاءة وعامل الملء لهذه الحالة:

الجدول (6)

angle	depth 7						
	Isc (A)	Voc (V)	Pmax(w)	Pin(w)	FF	μ	μ %
30	0.0349	0.6035	0.0162	0.1	0.769152	0.162	16.2
35	0.035	0.6034	0.0164	0.1	0.776552	0.164	16.4
40	0.0351	0.6033	0.0165	0.1	0.77919	0.165	16.5
45	0.0352	0.6031	0.0165	0.1	0.777234	0.165	16.5
50	0.0354	0.6029	0.0166	0.1	0.777785	0.166	16.6
55	0.0355	0.6027	0.0167	0.1	0.780525	0.167	16.7
60	0.0357	0.6023	0.0167	0.1	0.776668	0.167	16.7
65	0.0359	0.6018	0.0168	0.1	0.777611	0.168	16.8
70	0.0362	0.6009	0.0169	0.1	0.776919	0.169	16.9

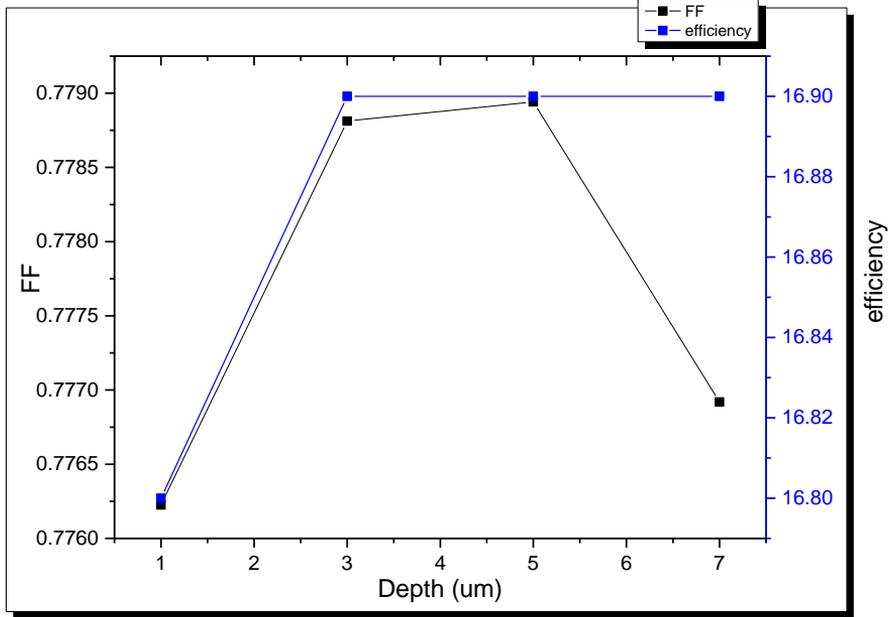
نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.9% عند زاوية 70° وأعلى قيمة لعامل الملاءم 0.780525 عند زاوية 55° حيث نلاحظ ازدياد الكفاءة وتيار الدارة المفتوحة مع زيادة رأس هرم النسيج السطحي. حيث يبين الشكل (9) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 1 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70° درجة.



الشكل (9) منحنيات I-V و P-V لنموذج الخلية الشمسية المصمم بعمق نسيج سطحي يبلغ 1 ميكرومتر عند أفضل كفاءة وذلك عند زاوية 70° درجة.

يمكن رسم العلاقة بين قيم الكفاءة وعامل الملاءم بدلالة ارتفاع الهرم عند أفضل زاوية ميل والتي بلغت 70° من أجل استنتاج العمق والميل المناسبين:

يبين الشكل (10) قيم الكفاءة وعامل الملاءم بدلالة ارتفاع هرم النسيج السطحي المتشكل على سطح الخلية الشمسية السيليكونية عند أفضل زاوية ميل والتي بلغت 70° :



يبين الشكل (10) قيم الكفاءة وعامل الملء بدلالة ارتفاع هرم النسيج السطحي المتشكل على سطح الخلية الشمسية السيليكونية عند أفضل زاوية ميل والتي بلغت 70° . وبالتالي الارتفاع الأنسب الذي يحقق أفضل كفاءة وقيمة لعامل الملء هو $5\mu m$ والذي يؤدي الى ظاهرة حبس الضوء وزيادة مسار الانتشار للضوء الشمسي الساقط على الخلية الشمسية مما يقلل الانعكاس ويزيد فرصة الامتصاص داخل الخلية الشمسية [18].

5 - الاستنتاجات والتوصيات

- 1 - تم بداية نمذجة الخلية الشمسية السيليكونية وفق بارامترات بدائية مناسبة مع الأخذ بعين الاعتبار تقريب النموذج الى الواقع بإضافة المقاومة التسلسلية والتفرعية وحصلنا على كفاءة 16.3% وعامل ملء 0.778.
- 2 - تم تطبيق نسيج هرمي على سطح الخلية الشمسية ومن ثم تم دراسة تأثير ارتفاع الهرم وزاوية الميل على الكفاءة وعامل الملء.
- 3- من أجل ارتفاع $1\mu m$ نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.8% عند زاوية 70° وأعلى قيمة

لعامل الملء 0.77986 عند زاوية 50° .

4 - من أجل ارتفاع $3\mu m$ نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.9% عند زاوية 70° وأعلى قيمة

لعامل الملء 0.779859 عند زاوية 50° .

5 - من أجل ارتفاع $5\mu m$ نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.9% عند زاوية 70° وأعلى قيمة

لعامل الملء 0.77919 عند زاوية 40° .

6 - من أجل ارتفاع $7\mu m$ نلاحظ أعلى قيمة للكفاءة 16.9% عند زاوية 70° وأعلى قيمة

لعامل الملء 0.780525 عند زاوية 55° .

7- الارتفاع الأنسب الذي يحقق أفضل كفاءة وقيمة لعامل الملء هو $5\mu m$ والذي يؤدي الى

ظاهرة حبس الضوء وزيادة مسار الانتشار للضوء الشمسي الساقط على الخلية الشمسية مما

يقلل الانعكاس ويزيد فرصة الامتصاص داخل الخلية الشمسية.

6 - المراجع

1. Cariou, R., Labrune, M., & i Cabarrocas, P. R. (2011). Thin crystalline silicon solar cells based on epitaxial films grown at 165 C by RF-PECVD. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 95(8), 2260-2263.
2. Kumar, S.; Yadav, A. Comparative experimental investigation of preheated thumba oil for its performance testing on a CI engine. *Energy Environ.* 2018, 29, 533–542.
3. Green, M. A. (1982). Solar cells: operating principles, technology, and system applications. *Englewood Cliffs*.
4. Abdullah, M. F., Alghoul, M. A., Naser, H., Asim, N., Ahmadi, S., Yatim, B., & Sopian, K. (2016). Research and development efforts on texturization to reduce the optical losses at front surface of silicon solar cell. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 66, 380-398.
5. Ackermann, J.; Videlot, C.; El Kassmi, A. Growth of organic semiconductors for hybrid solar cell application. *Thin Solid Film*. 2002, 403, 157–161.

6. Carson, J.A. (Ed.) *Solar Cell Research Progress*; Nova Publishers: New York, NY, USA, 2008.
7. Luque, A.; Mellor, A.V. *Photon Absorption Models in Nanostructured Semiconductor Solar Cells and Devices*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2015.
8. Waseem, N.; George, A.S.; Hameed, S.; Yadav, A.; Pillai, .R.; Shukla, V.K. Simulation of a Dubai Based 100 KW Solar Plant on PVsyst. In Proceedings of the 9th International Conference on Reliability, Infocom Technologies and Optimization (Trends and Future Directions) (ICRITO), Noida, India, 3–4 September 2021; IEEE: Toulouse, France, 2021; pp. 1–5.
9. S. C. Baker-Finch, McIntosh, K. R., and Terry, M. L., “Isotextured Silicon Solar Cell Analysis and Modeling 1: Optics”, *IEEE Journal of Photovoltaics*, vol. 2, no. 4, pp. 457 - 464, 2012.
10. Panchal, R., & Jolly, L. (2013). Optimization of Silicon solar cell in MATLAB/SIMULINK for improved efficiency. *International Journal of Management & Information Technology*, 3, 576-85.
11. Ankaiah, B., & Nageswararao, J. (2013). Enhancement of solar photovoltaic cell by using short-circuit current MPPT method. *International Journal of Engineering Science Invention*, 2(2), 45-50.
12. Emery, K. A., & Osterwald, C. R. (1986). Solar cell efficiency measurements. *Solar Cells*, 17(2-3), 253-274.
13. B. Dale and Rudenberg, H. G., “High efficiency silicon solar cells”, in *Proceedings of the 14th Annual Power Sources Conference*, 1960, p. 22.
14. P. Campbell and Green, M. A., “Light trapping properties of pyramidally textured surfaces”, *Journal of Applied Physics*, vol. 62, no. 1, p. 243, 1987.
15. 4.P. Campbell and Green, M. A., “High performance light trapping textures for monocrystalline silicon solar cells”, *Solar Energy Materials and Solar Cells*, vol. 65, no. 1-4, pp. 369 - 375, 2001.

16. Belarbi, M., Benyoucef, A., & Benyoucef, B. (2014). Simulation of the solar cells with PC1D, application to cells based on silicon. *Advanced Energy: An International Journal (AEIJ)*, 1(3).
17. Yadav, A., & Pillai, S. R. (2024). Effect of Texture Thickness and Angles on Performance Output of a Solar Cell. *Engineering Proceedings*, 61(1), 43.
18. Spinelli, P., & Polman, A. (2014). Light trapping in thin crystalline Si solar cells using surface Mie scatterers. *IEEE Journal of Photovoltaics*, 4(2), 554-559.

أثر استخدام مستخلص أوراق الألوفيرا في الصفات المورفولوجية والإنتاجية لنبات الفليفلة

إعداد الطالبة: فاطمة المصطفى

بإشراف: أ.م.د. جورج غندور، د. محمود الحمدان

الملخص

نفذ البحث خلال الموسم الزراعي 2023 في مركز البحوث العلمية الزراعية في محافظة حمص، بهدف دراسة تأثير استخدام مستخلص أوراق الألوفيرا *Aloevera* بتركيز (0-25-50-100%) في بعض الصفات الشكلية والإنتاجية لصنفين من الفليفلة الحريفة *Capsicum Annuum* (الصنف البلدي- الصنف الهجين)، صممت التجربة وفق تصميم القطاعات العشوائية، وتمت الزراعة في أكياس زراعية وبثلاثة تكرارات لكل صنف. أظهرت النتائج تفوق الصنف الهجين في معاملة مستخلص أوراق الألوفيرا في كل من ارتفاع النبات في مرحلة الإزهار ومرحلة العقد، عدد الأيام اللازمة للإزهار، عدد الأزهار، عدد القرون، وزن الثمرة وازدادت قيم المؤشرات المدروسة طردياً مع زيادة تركيز الرش بمستخلص أوراق الألوفيرا (0,25,50,100%) وحقق التركيز 100 غ/لتر أفضل النتائج. كما لوحظ من النتائج التي تم التوصل لها استجابة الصنف الهجين للرش بمستخلص أوراق الألوفيرا بشكل أكبر من الصنف البلدي وحسب المرحلة المورفولوجية.

الكلمات المفتاحية: الفليفلة الحريفة، الصنف الهجين، مستخلص أوراق الألوفيرا، الصفات الشكلية، الصفات الإنتاجية.

The effect of using Aloe Vera Leaf extract on the Morphological and Production Characteristics of the capsicum plant

Abstract:

The research was carried out during the 2023 agricultural season at the agricultural research center in homs governorate, in order to study the effect of using aloe vera leaf extract at concentration of (0-25-50-100%) on some morphological and productive traits of two varieties of the capsicum plant (the local variety- the hybrid variety), the experiment was designed according to a randomized block design, and the cultivation was carried out in agricultural bags with three replicates.

The results showed the superiority of the hybrid variety in the treatment of aloe vera extract in both Plant height in the flowering stage and The contract stage, number of days required for flowering, number of days required for the contract, number of pods weight of fruit, and the values of the studied increased significantly with increasing concentration of spraying with aloe vera extract, and the concentration of 100 g/l achieved the best results.

it was also noted from the results obtained that the response of the hybrid variety to spraying with aloe vera extract was greater than the local variety, depending on the morphological stage.

Keywords: Capsicum Annuum, Aloe Vera Leaf Extract, Morphological Traits Productive Traits.

1- المقدمة:

يعد نبات الفليفلة من نباتات الفصيلة الباذنجانية الصيفية، موطنه الأصلي أمريكا الوسطى وأمريكا الجنوبية، وانتشرت زراعته في منطقة البحر المتوسط، وتقدر المساحة المزروعة بالفليفلة الخضراء عالمياً 1.99 مليون هكتار بإنتاج قدره 36,77 مليون طن، وبلغ الإنتاج العالمي 732524 طن من مساحة 586078 هكتار، بينما بلغ الإنتاج في سورية 54116 طن بمساحة تقدر 4577 هكتار (2)

تزرع نباتات الفليفلة في مختلف المحافظات السورية، وتأتي محافظة طرطوس في مقدمتها من حيث المساحة المزروعة والإنتاج وتليها حماة وإدلب.

ينتمي نبات الفليفلة Pepper إلى العائلة الباذنجانية Solanaceae والجنس *Capsicum* ويضم الجنس *Capsicum* حوالي 22 نوعاً و5 أنواع مزروعة ومن أهمها:

الفليفلة الحريفة *Capsicum Annum* وهو نبات عشبي معمر ثنائي الحول غزير النفرع يحمل أوراقاً بسيطة بيضاوية الشكل حافتها ملساء أو مسننة وقمتها مدببة لونها أخضر داكن، الأزهار صغيرة الحجم بيضاء اللون والثمار قرنية حمراء مخروطية رفيعة تحتوي على بذور مستديرة الشكل لونها أصفر باهت.

تأتي أهمية الفليفلة من خواصها النوعية كونها غنية بالمواد الكربوهيدراتية كما أنها من الخضار الغنية بالفيتامينات خاصة فيتامين C الذي يعد المؤشر الأهم للقيمة الغذائية لثمار الفليفلة وتتراوح نسبته بين (98-242) مغ/100غ مادة طازجة، وفيتامين B9 (الفوليك) كما تعد من المصادر الهامة لفيتامين E الذي يصل أعلى نسبة في الثمار الناضجة وكما تحتوي على كمية من الأملاح المعدنية، أما محتواها من الكاروتين فيختلف حسب التركيب الوراثي.

يعتبر نبات الفليفلة من الناحية الغذائية من الخضروات الطازجة التي تتوفر فيها معظم الاملاح المعدنية، إذ تزود الجسم كل 100 غ منه 11 سعرة حرارية، وهي تحتوي على الكربوهيدرات والكالسيوم، الفوسفور، البوتاسيوم، الحديد، الصوديوم، الزنك، ومن الناحية الطبية يستخدم كفاتح للشهية وطارد للغازات ومنشط ومقو عام، واستعمل كعلاج شعبي لحالات المغص والإسهال وعسر الهضم والربو والتهاب المفاصل والتشنجات العضلية وآلام الأسنان.

لاقت المركبات الطبيعية المستخلصة من النباتات اهتماما خاصا من قبل الباحثين في الزيوت العطرية وزاد الاهتمام بدراسة الخصائص الحيوية لمستخلصات النباتات العطرية، وتعد سورية واحدة من المناطق الغنية بالأصول البرية لكثير من النباتات الطبية، ومن أهمها نبات الألويفيرا (*ALOE VERA*) الذي ينتمي إلى الفصيلة (*Asphodelaceae*) وهو من النباتات المقاومة للجفاف، إذ يعتبر نبات عصاري يرجع أصله إلى جنوب إفريقيا ومدغشقر وشبه الجزيرة العربية ينمو في المناطق الجافة والمناطق الاستوائية وأمريكا.

يعد نبات الألويفيرا من أهم وأفضل أنواع الصبار وذلك لإحتوائه على مادة فعالة تسمى الألوين تبلغ نسبتها 18-25% من وزن النبات، كما تحتوي أوراق الألويفيرا على 99% من الماء والأحماض الأمينية وعديد من السكريد. (Pankaj *et al.*, 2013)

تحتوي خلاصة الألويفيرا المستخرجة من أوراق النبات على العديد من المواد المفيدة التي تستخدم في صناعة الأدوية ومستحضرات التجميل مثل الإنزيمات والمعادن والفيتامينات والسكريات ومضادات الأكسدة وتستخدم الألويفيرا في العديد من الاستخدامات الطبية، فهو يعمل على خفض مستوى الجلوكوز في الدم، وتدخل في صناعة مستحضرات التجميل. (Kedarnath *et al.*, 2012)

2- الدراسة المرجعية:

اتجهت الأبحاث الزراعية إلى استخدام كل ما ينفع الإنسان ويخدمه، وقد عرفت منظمات النمو النباتية في الآونة الأخيرة، فوجد أنها ذات أهمية كبيرة في إيجاد كمية ونوعية ثمار الفاكهة والخضار، مما دفع الباحثين إلى البحث عن تأثير هذه المستخلصات فقد

وجدوا أن هناك الكثير من النباتات التي إذا حضر منها مستخلص ورشه على النباتات الكاملة أو أجزاء منها أو على التربة، قد يؤدي ذلك إلى التقليل من الإصابة بالأمراض أي استخدمت كمبيد (ناصر، 1997 ، فياض، 2005). فعلى سبيل المثال كان لمستخلص نبات دوار الشمس الأثر الواضح في مكافحة الأعشاب التي تنمو مع القمح بدلاً من استخدام المبيدات الكيميائية، فقد أدى الرش به في مراحل مختلفة من نمو النبات، إلى زيادة الإنتاج وتحسين نوعيته (Muhammad et al.,2009).
-أكد (Akandle et al., 2008) أن إضافة السماد العضوي لنباتات الفليفلة قد حققت نتائج عالية في عدد الثمار وفي الغلة الإنتاجية، كما أكد (محمد وآخرون، 2014) أن الرش الورقي على نباتات الفليفلة بالمستخلصات البحرية وسماد عالي الفوسفور أدى إلى زيادة في المساحة الورقية وعدد الثمار ووزن الثمرة.
وجد الباحثان (Rebecca and Fatoba, 2010) تأثير استخدام المستخلصات المائية لنباتات *Azadrachta*, *Phymatodes Scolopenta*, *Dryopteris flix-max*، قد أدت إلى زيادة في معدل الإنتاج لنباتات اللوبياء، وذلك بزيادة عدد القرون لكل نبات، وطول القرن، وكذلك عدد البذور لكل قرن ووزن البذور.

أظهر الباحث (عبد الرحمن، 2008) أن الرش بمستخلصات الحلبة، وجذور عرق السوس، والقريص، والثوم، استجابة معنوية في جميع الصفات الخضرية والإنتاجية لصنفين من الخيار، فقد أدى الرش بمستخلص الحلبة في الموسم الربيعي إلى تفوق في عدد الثمار وقطر الثمرة، أما الرش بمستخلص جذور عرق السوس فقد أدى إلى زيادة في ارتفاع النبات وعدد الثمار، بينما أدى الرش بمستخلص الثوم إلى زيادة في سماكة الورقة وبالتالي زيادة في المسطح الورقي، أما الرش بمستخلص القريص فقد أدى إلى زيادة عدد الفروع ونسبة العقد ووزن الثمرة.
شجعت المستخلصات المائية للجذور والأوراق الخضراء لنبات عباد الشمس المكسيكي على نمو نباتات اللوبياء لإمتلاكها مركبات محفزة للنمو، كما أنها ساعدت على تعديل الوسط الكيميائي، (Taiwo and Makinde, 2005).

بين (سمير محمد أحمد وآخرون، 2017) تأثير مستخلص أوراق السدر على نبات الفليفلة حيث أعطت فروقاً معنوية في صفة ارتفاع النبات إذ بلغت 94,30 سم قياساً مع معاملة الشاهد التي حققت 73 سم، كما أظهرت فروقاً معنوية في صفة وزن الثمار بأعطائها أعلى وزن 60,38 غ مقارنة مع معاملة الشاهد الذي أعطى 45,38 غ.

كما تتميز غالبية المستخلصات النباتية بكونها آمنة بيئياً، وقليلة السمية (Jabbar and Strang , 1997)

إن استخدام مستخلصات النباتات الراقية لا يؤدي فقط إلى التقليل من الإصابة بمختلف أنواع الأمراض والحشرات، وإنما يرافقها زيادة في النمو الخضري والزهري والثمري والإنتاج مما يؤدي إلى تحقيق الربح الاقتصادي وإعطاء المظهر الجذاب لهذه المحاصيل . كما وجد (Jeannin et al., 1991) أن رش المستخلص المائي للعشب البحري على نبات الذرة الصفراء، أدى إلى زيادة الإنتاج الكلي بمقدار (15-25%) مقارنة مع الشاهد، وذلك نتيجة لزيادة عدد الجذور والسوق للنبات.

بين الباحث (P. Tivojan et al., 2022) تأثير مستخلص أوراق المورينغا على نبات الفليفلة كمحسن للنمو عند تركيز 100% حيث أظهرت فروق معنوية بالنسبة لصفات ارتفاع النبات والمسطح الورقي وعدد الأوراق ووزن القرن الفردية 3,38 غ.

أكدت (Rania Khater et al., 2020) تأثير الرش بمستخلص الألوفايرا في نمو وإنتاجية نبات الكراوية *Carum Carvil* حيث أعطى زيادة معنوية في صفة ارتفاع النبات بمعدل 86,85% وصفة وزن الثمار حيث أعطت زيادة قدرها 205,6% مقارنة بالشاهد.

3- مبررات البحث:

نظراً لأهمية الفليفلة في السوق الاستهلاكية، وقلة الأبحاث العلمية المتعلقة بالأصناف المحلية للفليفلة رغم أهميتها لكونها من النباتات المتأقلمة مع ظروف البيئة السورية، وزيادة اهتمام الباحثين بالمستخلصات النباتية وخاصة مستخلص أوراق الألوفيريا لما له من أهمية تجارية نظراً لكونه من المواد ذات التأثير المحفز الحيوي على نمو نبات الفليفلة.

4- أهداف البحث:

دراسة أثر مستخلص أوراق الألوفيريا في بعض المؤشرات الشكلية والإنتاجية في نبات الفليفلة الحريفية بصنفيها (البلدي - الهجين) في ظروف حمص.

5- مواد وطرائق البحث:

1.5. موقع التجربة:

نفذت التجربة الحقلية في مركز البحوث العلمية الزراعية في حمص الذي يقع على بعد 7 كم شمال مدينة حمص.

2.5. المناخ:

جدول (1) الظروف المناخية السائدة في موقع الدراسة

الشهر	متوسط درجة الحرارة العظمى م°	متوسط درجة الحرارة الصغرى م°	معدل الهطول المطري الشهري ملم
حزيران	30.30	18.86	0.0
تموز	34.70	22.20	0.0

6.8	23.00	34.97	آب
0.7	20.36	32.70	أيلول

3.5. التربة:

جدول (2) التحليل الفيزيائي والكيميائي لتربة الموقع المدروس

طين %	سلت %	رمل %	بوتاسيوم معلق مغ/كغ	فوسفور معلق مغ/كغ	آزوت معدي مغ/كغ	مادة عضوية	EC /m ds	PH
58	18	24	220.5	5.2	20.19	1.75	0.09	7.92
طينية			متوسطة المحتوى	فقيرة المحتوى	متوسطة المحتوى بالأزوت	جيدة المحتوى	غير مالحة	قاعدية قليلاً

4.5. المادة التجريبية والمعاملات المستخدمة:

تم دراسة صنفين من نبات الفليفلة (الصنف البلدي - الصنف الهجين) بمعدل 90 شتلة من كل صنف.

تم استخدام أربعة مستويات مختلفة (0 - 25 - 50 - 100) من مستخلص أوراق الألويفيرا التي يقابلها التراكيز (0 - 0.5 - 1 - 2) مل/لتر من ماء مقطر وبثلاثة مكررات، وتم الرش خلال مرحلة الإزهار على دفعتين في الصباح الباكر.

5-6- طريقة التنفيذ الحقلية:

-تحضير أكياس الزراعة:

- تم تحضير الخلطة الترابية المؤلفة من التربة المأخوذة من تربة المركز من موقع الدراسة وهي طينية رملية بنسبة ثلثين والبتاموس بنسبة ثلث.

- ومن ثم تعبئتها ضمن أكياس سوداء بتاريخ 2023/6/5.
- تم زراعة شتلات الفليفلة الصنف البلدي - الصنف الهجين بتاريخ 2023/6/7 في مركز البحوث العلمية الزراعية بحمص في ظروف بيئية مناسبة درجة الحرارة (25-35) درجة مئوية ودرجة الرطوبة 65%.

5-7- طريقة التنفيذ المخبرية:

5.7.1. طريقة تحضير مستخلص أوراق الألوفيريا:

- تمت عملية غسل أوراق الألوفيريا بماء المقطر وتجفيفها وتقطعها بشكل طولي لنصفين لاستخراج الهلام بوساطة (الملعقة).
- تم إضافة 1 لتر من الماء المقطر إلى الهلام 400 غ
- تم ترك المزيج الناتج لمدة 12 ساعة مع التحريك المستمر للحصول على مزيج متجانس.
- تمت عملية الخلط باستخدام الخلاط الكهربائي لمدة دقيقة واحدة.
- تمت عملية الترشيح.
- ثم وضعه بجهاز الحاضنة على درجة الحرارة 37 درجة مئوية للحصول على سائل كثيف.

6- تصميم التجربة:

تم تصميم التجربة وفق تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، وكان عدد الوحدات التجريبية:

4 تراكيز (0-25-50-100) × (المعاملة مستخلص الألوفيريا) × 2 صنف (الصنف البلدي- الصنف الهجين) × 3 مكررات = 24 قطعة تجريبية

تم تبويب البيانات باستخدام برنامج Exell وحللت كافة المؤشرات التي شملتها الدراسة باستخدام البرنامج الإحصائي Gen. Stat 12 باستخدام الاختبار الإحصائي Two-Way Anove لتقدير قيمة أقل فرق معنوي LSD عند مستوى المعنوية 0.05.

7- المؤشرات المدروسة:

بعد اكتمال مرحلة الإزهار تم تحديد ثلاث نباتات من كل تركيز عشوائياً في كل مكرر، وذلك لتقدير الصفات المورفولوجية والإنتاجية التالية:

1.7 - ارتفاع النبات (سم): تم قياس ارتفاع النبات بواسطة المتر من سطح التربة حتى قمة النمو بعد اكتمال مرحلة الإزهار وكررت العملية عند مرحلة العقد.

2.7 - عدد الأيام اللازمة للأزهار: تم حساب متوسط عدد الأيام منذ بداية الزراعة حتى ظهور 50% من الإزهار.

3.7. عدد الأزهار: تم حساب متوسط عدد الأزهار المأخوذة من النباتات الممثلة لكل معاملة في مرحلة الإزهار.

4.7 - عدد القرون: تم حساب عدد القرون المأخوذة من النباتات الممثلة لكل معاملة في مرحلة النضج.

5.7- وزن الثمرة: تم حساب وزن الثمرة المأخوذة من النباتات الممثلة لكل معاملة في مرحلة النضج.

8- النتائج والمناقشة:

1.8. تأثير استخدام مستخلص أوراق الألويفيرا في ارتفاع نبات الفليفلة في مرحلتي

الإزهار والعقد:

بينت نتائج التحليل الإحصائي Two-Way Anove في الجدول (3) وجود فروق معنوية واضحة للرش بمستخلص أوراق الألويفيرا في صفة ارتفاع النبات في مرحلة الإزهار. بلغ متوسط ارتفاع النبات 50.50 - 46.75 سم في كل من الصنف الهجين والصنف البلدي على التوالي عند معاملة الرش بمستخلص أوراق الألويفيرا.

دلت النتائج على وجود فروق معنوية حيث تفوقت المعاملة ذات التركيز 100% من الصنف الهجين معنويا على باقي التراكيز المدروسة الذي أعطى ارتفاعاً قدره 62.67 سم وازيادة معنوية قدرها 75.69% مقارنة بالشاهد الذي بلغ 35.67 سم، بينما في الصنف البلدي أعطى ارتفاعاً قدره 56.33 سم وازيادة معنوية قدرها 72.42% مقارنة بالشاهد الذي بلغ 32.67 سم.

ازداد متوسط ارتفاع النبات في مرحلة الإزهار بازدياد تراكيز الرش 25%، 50%، 100% إذ بلغت (46.33 - 54.5 - 59.5) سم على الترتيب مقارنة بالشاهد الذي بلغ 34.17 سم وازيادة معنوية قدرها (35.61 - 59.49 - 74.12%) على الترتيب.

جدول رقم (3) يمثل تأثير مستخلص أوراق الألويفيرا في صفة ارتفاع النبات في مرحلة الإزهار

مرحلة الإزهار					
متوسط الصنفين عند المعاملات (g)	تركيز المستخلص في معاملة أوراق الألويفيرا				الصنف / المعاملة
	%100	%50	%25	الشاهد	
46.75	56.33	52.33	45.67	32.67	الصنف البلدي
50.50	62.67	56.67	47	35.67	الصنف الهجين
c.v%= 3.9	59.5	54.5	46.33	34.17	المتوسط (C)
	3.33				L.S.D(0.05)

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (4) وجود فروق معنوية بالنسبة لمعاملة مستخلص أوراق الألويفيرا في صفة ارتفاع النبات في مرحلة العقد حيث كانت في مرحلة العقد أعلى منها في مرحلة الإزهار.

بلغ متوسط ارتفاع النبات 55.75 - 60.08 سم في كل من الصنف الهجين والصنف البلدي على التوالي عند الرش بمستخلص أوراق الألويفيرا.

دلت النتائج على وجود فروق معنوية حيث تفوقت المعاملة ذات التركيز 100% من الصنف الهجين معنويًا على باقي التراكيز المدروسة الذي أعطى ارتفاعاً قدره 74 سم وبتزايد معنوية قدرها 65.65 % مقارنة بالشاهد الذي بلغ 44.67 سم، بينما في الصنف البلدي أعطى ارتفاعاً قدره 66 سم وبتزايد معنوية قدرها 58.38 % مقارنة بالشاهد الذي بلغ 41.67 سم.

ازداد متوسط ارتفاع النبات في مرحلة العقد بزيادة تراكيز الرش 25%، 50%، 100% إذ بلغت (54.83 - 64 - 70) سم على الترتيب مقارنة بالشاهد الذي بلغ 43.17 سم وبتزايد معنوية قدرها (27 - 48.15 - 62.14 %) على الترتيب.

تعود الزيادة في ارتفاع النبات إلى احتواء الألويفيرا على 99% من الأحماض الأمينية التي لها دور في زيادة استطالة النبات، وهذا يتفق مع الباحث (P.Tivojan *et al.*,2022) الذي أكد تأثير مستخلص الصبار كمحسن النمو عند التركيز 100% حيث أظهرت فروق معنوية بالنسبة لارتفاع النبات.

جدول رقم (4) يمثل تأثير مستخلص أوراق الألويفيرا في ارتفاع النبات في مرحلة العقد

مرحلة العقد					
متوسط الصنفين عند (gالمعاملات)	تركيز المستخدم في معاملة أوراق الألويفيرا				الصنف / المعاملة
	%100	%50	%25	الشاهد	
55.75	66	62.33	53.67	41.67	الصنف البلدي
60.08	74	65.67	56	44.67	الصنف الهجين
c.v%= 5.9	70	64	54.83	43.17	(المتوسط C)
	6.01				L.S.D(0.05)

2.8. تأثير استخدام مستخلص أوراق الألويفيرا في صفة عدد الأيام اللازمة للإزهار: بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (5) وجود فروقاتٍ معنويةٍ ($P \leq 0.05$) في صفة عدد الأيام اللازمة للإزهار.

بلغ متوسط عدد الأيام اللازمة للإزهار 49.5 - 52.75 يوم في كل من الصنف الهجين والصنف البلدي على التوالي عند معاملة الرش بمستخلص أوراق الألويفيرا. دلت النتائج على وجود فروق معنوية حيث تفوقت المعاملة ذات التركيز 100% من الصنف البلدي معنوياً على باقي التراكيز التجريبية في صفة عدد الأيام اللازمة للإزهار، فقد بلغ في الصنف الهجين 50.33 يوم ويزيادة قدرها 5.58% مقارنة بالشاهد الذي أعطى 47.67

أثر استخدام مستخلص أوراق الألوفا في الصفات المورفولوجية والإنتاجية لنبات الفليفلة

يوم، بينما أعطى في الصنف البلدي 56 يوم وزيادة قدرها 13.52 % مقارنة بالشاهد الذي بلغ 49.33 يوم.

ازداد متوسط عدد الأيام اللازمة للإزهار بازدياد تراكيز الرش 25% - 50% - 100% إذ بلغت (50.33 - 52.5 - 53.16 يوم) على الترتيب وزيادة قدرها (3.77 - 8.24 - 9.06%)

تعود الزيادة في عدد الأيام اللازمة للإزهار إلى العناصر الغذائية الكبرى والصغرى نتيجة لإضافة مستخلص الألوفا من جهة ومن جهة أخرى إلى أن صفة الإزهار تعتمد على التوازن الهرموني والغذائي وهذا التوازن يتم بشكل أساسي في الأوراق ولكي يكون التوازن مثالياً فإن كل العمليات التي تجري في الأوراق من امتصاص للضوء وعمل الأنزيمات يجب أن تجري بشكل أساسي ومثالي، وهذا يتفق مع الباحث (هلال محمد، 2023) الذي أكد تأثير مستخلص أوراق الصبار في نمو وإنتاجية نبات الفليفلة عند تركيز 75% فقد أعطت فروقاً معنوياً في صفة عدد الأيام اللازمة للأزهار 51 يوم.

جدول رقم (5) يوضح تأثير مستخلص أوراق الألوفا في عدد الأيام اللازمة للإزهار

عدد الأيام اللازمة للإزهار					
متوسط الصنفين عند المعاملات (g)	تركيز المستخلص في معاملة أوراق الألوفا				الصنف / المعاملة
	100%	50%	25%	الشاهد	
52.75	56	54.67	51	49.33	الصنف البلدي
49.5	50.33	50.33	49.67	47.67	الصنف الهجين
c.v%= 4.0	53.16	52.5	50.33	48.5	المتوسط (C)
	3.60				L.S.D(0.05)

3.8. تأثير استخدام مستخلص أوراق الألويفرا في صفة عدد الأزهار:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (6) وجود فروقاتٍ معنويةٍ ($P \leq 0.05$) في صفة عدد الأزهار.

بلغ متوسط عدد الأزهار 14.66 - 9.25 زهرة / نبات في كل من الصنف الهجين والصنف البلدي على التوالي عند معاملة الرش بمستخلص أوراق الألويفرا.

دلت النتائج على وجود فروق معنوية حيث تفوقت المعاملة ذات التركيز 100% من الصنف الهجين معنوياً على باقي التراكيز المدروسة في صفة عدد الأزهار إذ بلغت (14- 18- 19.33 زهرة / نبات) عند المستويات 25% - 50% - 100% على التوالي وبزيادة معنوية قدرها (90.99- 145.56- 163.71%) على الترتيب مقارنة بالشاهد الذي أعطى 7.33 زهرة/نبات، بينما بلغت في الصنف البلدي (7.67- 11.33- 13.67 زهرة /نبات) عند التراكيز المذكورة سابقاً على الترتيب قياساً بالشاهد الذي أعطى 4.33 زهرة/نبات.

تعود الزيادة في عدد الأزهار وعدد الأيام اللازمة للإزهار إلى محتوى مستخلص أوراق الألويفرا من العناصر الغذائية الكبرى والصغرى من جهة ومن جهة أخرى زيادة فعالية الأنزيمات منها الجبرلين والأوكسين التي تعمل على تنشيط الإزهار وتحلل المركبات العضوية المعقدة والتي تؤدي إلى تحرر العناصر فيها مما يزيد من تأثيرها في زيادة معدلات عدد الأزهار، وهذا يتفق مع الباحث (هلال محمد، 2023) الذي أكد تأثير مستخلص أوراق الصبار في نمو وإنتاجية نبات الفليفلة عند تركيز 75% فقد أعطت فروقاً معنوياً في صفة عدد الأيام اللازمة للأزهار وعدد الأزهار على النبات.

جدول رقم (6) يمثل تأثير مستخلص أوراق الألويفرا في صفة عدد الأزهار

عدد الأزهار					
متوسط الصنفين عند المعاملات (g)	تركيز المستخدم في معاملة أوراق الألويفرا				الصنف / المعاملة
	100%	50%	25%	الشاهد	

9.25	13.67	11.33	7.67	4.33	الصنف البلدي
14.66	19.33	18	14	7.33	الصنف الهجين
c.v%= 18.7	16.5	14.66	10.83	5.83	المتوسط (C)
	3.99				L.S.D(0.05)

4.8. تأثير استخدام مستخلص أوراق الألوفايرا في صفة عدد القرون:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (7) وجود فروقاتٍ معنوية ($P \leq 0.05$) في صفة عدد القرون في معاملة مستخلص أوراق الألوفايرا.

بلغ متوسط عدد القرون 6.08 - 5.07 قرن في كل من الصنف الهجين والصنف البلدي عند معاملة الرش بمستخلص أوراق الألوفايرا.

أكدت النتائج إلى وجود فروق معنوية واضحة في معاملة مستخلص أوراق الألوفايرا في صفة عدد القرون، إذ حققت أعلى عدد من القرون عند التركيز 100 من الصنف الهجين إذ بلغ 9.33 وزيادة معنوية قدرها 250% مقارنة بالشاهد الذي أعطى 2.33.

ازداد متوسط عدد القرون في معاملة أوراق الألوفايرا طرماً مع زيادة تركيز الرش (25%-50%-100%) إذ أعطت 4.83-6.49-8.49 وزيادة معنوية قدرها (93.97-160.64-240.96%) مقارنة مع معاملة الشاهد التي أعطت 1.83.

يعود سبب الزيادة في عدد القرون إلى زيادة خصوبة الأعضاء التكاثرية نتيجة تأثيرها بالعناصر المعدنية الموجودة في مستخلص أوراق الألوفايرا وبالتالي زيادة عدد القرون للصنفين.

وهذا يتفق مع (محمد واخرون،2014) الذين وجدوا أن الرش الورقي لنباتات الفليفلة بالمستخلصات النباتية والسماذ عالي الفوسفور أدى إلى زيادة في المساحة الورقية وعدد الثمار ووزن الثمرة.

جدول رقم (7) يوضح تأثير مستخلص أوراق الألويفرا في صفة عدد القرون:

عدد القرون					
متوسط الصنفين عند المعاملات عند (g)	تركيز المستخدم في معاملة أوراق الألويفرا				الصنف / المعاملة
	%100	%50	25%	الشاهد	
5.07	7.66	5.66	4.66	1.33	الصنف البلدي
6.08	9.33	7.33	5	2.33	الصنف الهجين
Cv= 29.1	8.492	6.49	4.83	1.83	المتوسط (C)
	2.85				L.S.D(0.05)

5.8. تأثير استخدام مستخلص أوراق الألويفرا في صفة وزن الثمرة:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (8) وجود فروقاتٍ معنوية ($P \leq 0.05$) في صفة وزن الثمرة في معاملة مستخلص أوراق الألويفرا.

بلغ متوسط وزن الثمرة 12.95 - 19.75 غ في كل من الصنف الهجين والصنف البلدي عند معاملة الرش بمستخلص أوراق الألويفرا.

دلت النتائج على وجود فروق معنوية حيث تفوقت المعاملة ذات التركيز 100% من الصنف الهجين معنوياً على باقي التراكيز المدروسة في صفة وزن الثمرة إذ بلغت -16.37

18.13 - 23.31 غ عند المستويات 25%-50%-100% على التوالي وبتزايد قدرها (123.32 - 147.33 - 218%) مقارنة بالشاهد الذي أعطى 7.33 غ.

قد يعود السبب في زيادة عدد القرون إلى احتواء مستخلص أوراق الألوفايرا على مادة فعالة تسمى الغليكوسيدات التي تشجع نمو النبات وتزيد من إنتاج الكربوهيدرات لتنتقل من أماكن تصنيعها في الأوراق إلى الثمار وهذا ينعكس إيجابياً في زيادة وزن الثمرة.

وتتفق هذه النتائج مع (Hayat et al., 2003) التي أكدت تأثير مستخلص الألوفايرا على

نبات التفاح في صفة وزن الثمار حيث كانت فروق معنوية.

جدول رقم (8) يوضح تأثير مستخلص أوراق الألوفايرا في صفة وزن الثمرة

وزن الثمرة					
متوسط الصنفين عند المعاملات (g)	تركيز المستخدم في معاملة أوراق الغار				الصنف / المعاملة
	%100	%50	%25	الشاهد	
12.95	17.38	14.51	13.75	6.17	الصنف البلدي
19.75	29.25	21.75	19	8.49	الصنف الهجين
c.v%= 24.7	23.31	18.13	16.37	7.33	المتوسط (C)
	6.20				L.S.D(0.05)

الاستنتاجات:

1- ازدادت قيم المؤشرات المدروسة طردياً مع زيادة تركيز رش مستخلص أوراق الألوفايرا

(25,50,100 غ/لتر) وحقق المستوى 100% أفضل النتائج.

2- استجابة الصنف الهجين للرش بمستخلص أوراق الألوفايرا بشكل أكبر من الصنف

البلدي وحسب المرحلة المورفولوجية.

- 3- زيادة معنوية واضحة عند معاملة مستخلص أوراق الألويفيرا عند المستوى 100% والذي وصل ارتفاع النبات عنده إلى 62.67 سم في مرحلة الإزهار مقارنة بالشاهد الذي بلغ 35.67 سم وإلى 74 سم في مرحلة العقد مقارنة بالشاهد الذي بلغ 44.67. 4- زيادة معنوية واضحة في عدد الأزهار بأعلى نسبة عند المعاملة مستخلص أوراق الألويفيرا عند المستوى 100% والتي بلغت إلى 19.33 زهرة/نبات بالنسبة للصنف الهجين و 13.67 زهرة / نبات للصنف البلدي.
- 5- زيادة معنوية واضحة في صفة عدد القرون عند معاملة مستخلص أوراق الألويفيرا عند المستوى 100% والتي بلغت 9.33 مقارنة بالشاهد الذي أعطى 2.33.
- 6- زيادة معنوية واضحة في صفة وزن الثمرة عند معاملة مستخلص أوراق الألويفيرا عند المستوى 100% والتي بلغت 29.25 غ مقارنة بالشاهد الذي بلغ 8.49 غ.

المقترحات:

- 1- استخدام الرش الورقي بمستخلص أوراق الألويفيرا عند 100% بتركيز (2 غ/لتر) على صنف الفليفلة الحريفة خلال مرحلتي الإزهار والعقد في ظروف محافظة حمص.
- 2- إجراء المزيد من الأبحاث والدراسات على الرش بمستخلصات النباتية أخرى وعلى أصناف أخرى من نبات الفليفلة الحريفة.

المراجع العربية:

- 1- أحمد سمير، جابر حسين، زامل قاسم، 2017 - تأثير بعض المستخلصات النباتية في نمو وحاصل نبات الفليفلة، مجلة الزراعة العراقية البحثية ، ص128
- 2- المجموعة الإحصائية الزراعية السنوية، وزارة الزراعة والإصلاح الزراعي السورية، مديرية التخطيط والتعاون الدولي لعام 2017.

- 3- المزيرة هاجر، 2019 - تأثير الرش بمستخلصات البحرية ومستخلص أوراق الغار في نمو نبات السلق، العراق. (ص 59)
- 4- عبد الرحمن، ليث. 2008- تأثير رش بعض المستخلصات النباتية في نمو وحاصل الخيار في البيوت البلاستيكية. رسالة ماجستير. كلية الزراعة- جامعة بغداد. العراق.
- 5- فياض، مرتضى حسين، 2005 - تأثير رش بعض منظمات النمو والمستخلصات النباتية في النمو والحاصل للوعين النباتين القثاء والخيار. أطروحة دكتوراه. كلية الزراعة-جامعة البصرة ص32-34
- 6- محمد، علي حسن علي وايمان يحيى شيت وأسماء محمد سلطان وإبراهيم فارس محمد طيب، 2014. تأثير الرش الورقي بالمستخلصات البحرية وسماذ عالي الفسفور والنتروجين العضوي في صفات نمو الخضري والحاصل الكمي لصنفين من البطاطا. كلية الزراعة-جامعة بغداد، العراق. ص50-55
- 7- ناصر، علي فرهود، 1997- تأثير بعض المستخلصات النباتية في إنبات ونمو الحنطة وفول الصويا وبعض الأدغال، أطروحة دكتوراه. كلية الزراعة- جامعة بغداد. العراق. ص60-61
- 8- هلال محمد، 2023، مستخلص أوراق المورينغا يعزز النمو والإنتاجية في الزراعة المستدامة للفليفلة الحريفة، كلية الزراعة - جامعة البصرة، العراق. ص 100 - 101

المراجع الإنكليزية:

- 1- Akandle, M.O.C.O.Kayode, F.I.Oluwatoyinbo. and J, Adediran. 2008-Efficiency of NEB - 33fortified fertilizers on groth and yild of pepper, African Journal of Biotechnology. 7(7); 873 - 877.

- 2- Arowora K.A. Williams J.o. Adetunji, c.o. Fawole. o.B.
Afolayana, S.S., Olaleye. and Ogundele 2013- Effects of Aloe vera coatings on quality characteristics of oranges stored under cold storage. greener journal of Agricultural Sciences. unviersity of Ilorin, Department of Agronomy pp:39-47
- 3- Fatoba, p.o. and O.Rebecca Akolo 2010-The Effects of some cryptogamie Extracts on the primary productivity of vignaunguiculatal. waTp. African journal of plant science vol(u). 4(8) pp304-307
- 4- Jabbar, A. and R.H. C. Strang. 1997- Acomparision of the Effect of Azadirachtin A on Cultered Insect and Mammalian Cells, In: Kleeberg,H.(ed.) Practice Oriented Results on Use and Production of Neem Ingredients and Pheromones. VII.5-8
- 5- Jeannin, I. C.Lescure; and F .Morot-Gaudry. 1991- The Effect of Aqueous Seaweed Sprays on The Growth of Maize, Botanica Marina Journal. Pages 469-474
- 6- Kedarnath, M. Ngonidzashe; and S.Bamusi 2010- An evaluation of the antimicrobial activities of Aloe barbadensis A chabaudii and A. arborescens leaf extract used in folklore veterinary medicine in Zimbabwe, Journal of Animal and Veterinary Advances. 923: 2- 2918
- 7- RANIA Khater, Abd-Allah Wafaa and El Shafay , 2020 , EFFECT of organic fertilization and sparying aloe vera extract

on the growth and productivity of *carum carvi* L. PLANT under
shaded conditions in

- 8- Muhammad, N. M.Ansar; M.Asalam; and M.Azhar.2009-
Allelopathic Effect of Sunflower water Extract on Weed Control
and Wheat Productivity, Pak.J. weed Sci. Rec.15(1): pages
107-116
- 9- Pankaj, K.; D.D.Sahu 1 Giri; R. Singh; P. Pandey; S. Gupta ;
A. K. Shrivastava, 2013- Therapeutic and medicinal uses of
Aloe Vera: A Review, Pharmacology and Pharmacy. 4: pages
599- 610
- 10- P.Tivogan, 2022-Application of moringa leaf powder
extract as plant growth and yield enhancer on capsicum
annuum, IRAQ, page 31-32
- 11- Taiwa, B. and j.o. Makinde. 2005- Influence of water
Extract of Mexican sunflower on Growth of cowpea. African
journal Biotechnology. 4(4): 355-360
- 12- Hayat, Imran; Masud, tariq; Rathore, Habib Ahmed,2003-
Effect OF coating and wrapping material on the shelf life of
apple, University of Arid Agriculture Rawalpindi Internet journal
of food. (5)pages 44
- 13- Taiwa, B. and j.o. Makinde. 2005- Influence of water
Extract of Mexican sunflower on Growth of cowpea. African
journal Biotechnology. 4(4): 355-360

الإستقرار الأسي لجملة معادلات فرقية لا توفقية من

خلال

استخدام مصفوفة مساعدة لحل معادلة لياونوف

ماهر قبلان * د. سامح العرجة **

* طالب دراسات عليا (ماجستير) في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة حمص
** أستاذ في قسم الرياضيات - كلية العلوم - جامعة حمص

الملخص

يعدّ حل معادلة لياونوف شرطاً كافياً لضمان استقرار حلول جملة المعادلات الفرقية، ولكن ليس بالأمر اليسير حل هذه المعادلة، فهو يعتبر موضوعاً منفصلاً يحتاج إلى دراسة بحد ذاته. لذلك قمنا بتقديم طريقة تبين فيما إذا كان هذا الحل موجود فعلياً أم لا دون الحصول على هذا الحل. تعتمد هذه الطريقة على تشكيل مصفوفة مساعدة محدّدة تحوي معامل متغيّر α ، ومن أجل بعض القيم الموجبة تماماً للمتغيّر α نضمن وجود الحل لمعادلة لياونوف ومن ثمّ ضمان الإستقرار. وفي نهاية العمل قمنا بوضع بعضاً من الأمثلة للتوضيح.

كلمات مفتاحية: معادلة فرقية، استقرار، استقرار أسي، معادلة لياونوف.

Exponential stability of a system of Non-Stationary difference equations using an auxiliary matrix to solve the Lyapunov equation

Abstract

Solving the Lyapunov equation is a sufficient condition to ensure the stability of solutions to difference equation systems, but it is not easy to solve this equation, it is considered a separate topic that needs to be studied in itself. Therefore, we have presented a method that shows whether this solution actually exists or not without obtaining this solution. This method depends on forming a specific auxiliary matrix containing the variable coefficient α , and for some completely positive values of the variable α , we guarantee the existence of the solution to the Lyapunov equation and thus ensure stability. At the end of the work, we have provided some examples for clarification .

Keywords : difference equation , stability , Exponential stability , Lyapunov equation .

1- مقدّمة :

تعتبر نظريّة الإستقرار من المواضيع ذات أهميّة كبرى في علم الميكانيك ، وفي الحقيقة لا يمكن تحديد تاريخ نشأة هذه النظرية بدقة ، يمكننا القول أنّ القرن السابع عشر بداية الفترة

التاريخية الأهم لهذه النظرية ، وذلك عندما بدأ البحث عن الإجابة لبعض الأسئلة مثل هل النظام الشمسي مستقر ؟

تحت أي قوة سوف ينحني شعاع ؟ كانت هذه الأسئلة الأساسية التي دفعت العلماء مثل أويلر ولاغرانج وبوانكاريه وليابونوف إلى التفكير في مفهوم استقرار الحركة . إن الإهتمام باستقرار الحركة اليوم أكبر من أي وقت مضى ، إذ تلعب نظرية الإستقرار دوراً هاماً في النماذج الإقتصادية والخوارزميات العددية وميكانيكا الكم ونظرية التحكم .

قدّم عالم الرياضيات الروسي أليكسندر ميخائيل ليابونوف في عام 1892 مذكّرتة الشهيرة التي تحوي طريقة جديدة لدراسة استقرار المعادلات التفاضلية غير الخطية . والتي تسمى طريقة ليابونوف المباشرة ، تسمح هذه الطريقة بتحليل الطبيعة النوعية للحلول دون تحديد الحلول نفسها فعلياً .

ولذلك فهي تعد أداة رئيسية في نظرية الأستقرار . حيث تعتمد هذه الطريقة على إيجاد دوال معينة ذات قيم حقيقية تحقّق خواص محدّدة ، تسمى هذه الدوال بدوال ليابونوف . سنقوم في هذا البحث بتوظيف طريقة ليابونوف المباشرة لدراسة استقرار المعادلات الفرقية اللاّ توفيقية من النمط $x(n+1) = A(n)x(n)$ ، علماً أنّ الشرط اللازم ليكون حل هذه الجمل مستقرّاً هو أن تكون القيم الذاتية للمصفوفة $A(n)$ تقع داخل دائرة الوحدة ($tr A(n) < k$) ، ولكن هذا الشرط غير كافي إذ يجب وضع شرط إضافي . تعد هذه المعادلات أداة هامة في النماذج الإقتصادية ونماذج النمو السكاني ونظرية التحكم .

2 - المصفوفات والدوال الموجبة تحديداً :

تعريف 2-1 نقول عن دالة $f: \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}$ أنها موجبة تحديداً إذا تحقّق الشرطان :

$$f(0) = 0 \quad \bullet$$

$$f(x) > 0 ; \forall x \in \mathbb{R}^K / \{0\} \quad \bullet$$

تعريف 2-2 : نقول عن مصفوفة $A = [a_{ij}]_{k \times k}$ أنها موجبة تحديداً إذا كانت محدداتها موجبة تماماً

$$\text{أي : } \Delta_{11} > 0 \text{ و } \Delta_{22} > 0 \text{ و } \dots \text{ و } \Delta_{kk} > 0 .$$

مثال 2-1 : من أجل المصفوفة :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 > 0 \quad \text{و} \quad \Delta_{22} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 3 > 0 \quad \text{و} \quad \Delta_{11} = 2 > 0$$

وبالتالي A موجبة تحديداً .

3 - المعادلات الفرقية الخطية ذات الأمثال المتغيرة والإستقرار الأسي :
نسمي جملة المعادلات الفرقية :

$$x(n+1) = f(n, x(n)) \quad (3-1)$$

جملة معادلات فرقية لا توفيقية . حيث : $x(n) = (x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n))^T$

$$f(n, x(n)) : Z^+ \times D \rightarrow R^K ; \quad D \subset R^K, K \in Z^+$$

إذا كانت $f(n, x(n)) = A(n)x(n)$ حيث : $A(n) = [a_{ij}(n)]_{k \times k}$ ، فإن الجملة
(3-1)

تسمى جملة معادلات فرقية خطية متجانسة ذات أمثال متغيرة ، يعطى الشكل غير المتجانس لها بالشكل : $x(n+1) = A(n)x(n) + g(n)$ حيث $g(n) \in R^K$.

تعريف 3-1 [1] : نقول أنّ $x(n) := x(n, n_0, x_0)$ حل للجملة (3-1) إذا تحقق الشرطين :

$$x(n_0) = x_0 - 1$$

-2 $x(n)$ يحقق المعادلة (3-1) من أجل كل $n \geq n_0 \geq 0$.

تعريف 3-2 [1] : يعطى الحل الوحيد للجملة المتجانسة $x(n+1) = A(n)x(n)$ مع الشرط الابتدائي $x(n_0) = x_0$ بالشكل :

$$x(n, n_0, x_0) = \prod_{i=n_0}^{n-1} A(i) \cdot x_0 ; \quad n \geq n_0 \geq 0$$

علماء أنّ :

$$\prod_{i=n_0}^{n-1} A(i) = \begin{cases} A(n-1)A(n-2) \dots A(n_0) ; & n > n_0 \\ I & ; \quad n = n_0 \end{cases}$$

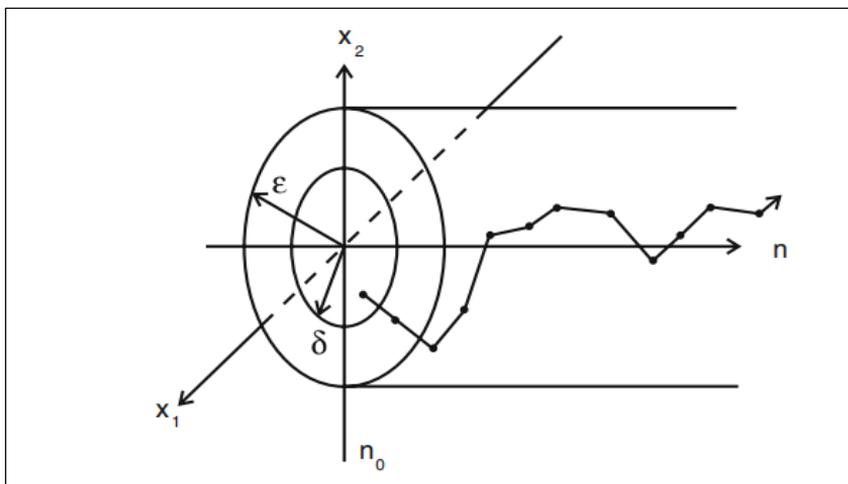
نضع $\Phi(n, n_0) = \prod_{i=n_0}^{n-1} A(i)$. واضح أنّ $\Phi(n_0, n_0) = I$.

تعريف 3-3 [1] : نقول أنّ الحل الصفري للجملة (3-1) مستقر إذا كان أي حل للجملة
(3-1) يحقق الشرط :

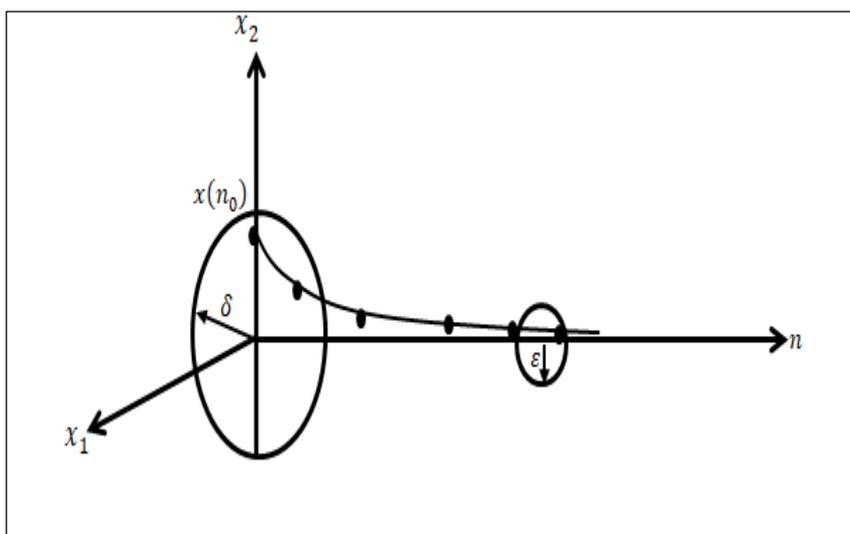
$$\forall \varepsilon > 0, n_0 \geq 0, \exists \delta(\varepsilon, n_0) ; \|x_0\| < \delta \Rightarrow \|x(n, n_0, x_0)\| < \varepsilon ; \quad \forall n \geq n_0$$

تعريف 3-4 [1]: نقول أن الحل الصفري للجملة (1 - 3) مستقرً أسياً إذا كان أي حل للجملة (1 - 3) يحقق الشرط:

$$\exists \delta > 0, M > 0; \|x_0\| < \delta \\ \Rightarrow \|x(n, n_0, x_0)\| \leq M\|x_0\|e^{-(n-n_0)}$$



الشكل (1): الحل الصفري مستقر



الشكل (2): الحل الصفري مستقرً أسياً

4- الإستقرار الأسي حسب طريقة لياونوف :

مبرهنة 4-1 [2] : في الجملة (1 - 3) إذا كانت الدالة $f(n, x)$ تحقق شرط ليبشتر في x على المنطقة $Z^+ \times D$ ، ووجدت دالة $V : Z^+ \times D \rightarrow R$ مستمرة في x وموجبة تحديداً وتحقق الشرطين:

$$1) V(n, x) < a\|x\|^2 \quad ; \quad a \in R_+^*$$

$$2) V(n + 1, f(n, x)) - V(n, x) \leq -b\|x\|^2 \quad ; \quad b \in R_+^*$$

لكل $n \geq 0$. عندئذٍ الحل الصفري مستقر أسياً .

نسمي الدالة V دالة لياونوف ، ووجودها يضمن استقرار الحل الصفري للجملة .
لنأخذ الجملة المتجانسة :

$$x(n + 1) = A(n)x(n) \quad (4 - 1)$$

ولنأخذ دالة لياونوف بالشكل :

$$V(n, x(n)) = x^T(n)p(n)x(n) \quad (4 - 2)$$

يسمى هذا الشكل بالصيغة التربيعية لدالة لياونوف ، حيث $p(n) = [b_{ij}(n)]_{k \times k}$ مصفوفة موجبة تحديداً ومتناظرة ومحدودة ، أي :

$$0 < c_1 I \leq p(n) \leq c_2 I \quad ; \quad n \geq 0 \quad (4 - 3)$$

نلاحظ أنّ :

$$\begin{aligned} V(n + 1, x(n + 1)) - V(n, x(n)) \\ = x^T(n)A^T(n)p(n + 1)A(n)x(n) - x(n)^T p(n)x(n) \\ x^T(n)(A^T(n)p(n + 1)A(n) - p(n))x(n) = -x^T(n)Q(n)x(n) \end{aligned}$$

حيث :

$$A^T(n)p(n + 1)A(n) - p(n) = -Q(n)$$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة لياونوف ووجود حل لهذه المعادلة يعني أنّ الحل الصفري للجملة (1 - 4) مستقر أسياً ، وسنبيّن ذلك من خلال المبرهنة الآتية .

مبرهنة 4-2 [2] : الشرطين الآتيين متكافئين :

1 - الحل الصفري للجملة (1 - 4) مستقر أسياً .

2 - يوجد لمعادلة لياونوف :

$$A(n)^T P(n + 1)A(n) - P(n) = -Q(n)$$

من أجل $Q(n) = [q_{ij}(n)]_{k \times k}$ مصفوفة موجبة تحديداً ومتناظرة ، و $A(n)$ محدودة ، حلاً $P(n)$ حيث $P(n)$ مصفوفة موجبة تحديداً ومحدودة ومتناظرة.

في الحقيقة حل معادلة ليابونوف لا يعدّ أمراً سهلاً حيث أنّ طرق حل هذه المعادلة تحتاج إلى دراسة خاصة [3].

لذلك سنقوم بإنشاء شكل محدّد للمصفوفة $P(n)$ تعتمد على مصفوفة مساعدة $P_1(n)$ ومن خلال شروط محدّدة نضعها على المصفوفة الأخيرة نتأكد من وجود المصفوفة $P(n)$. سننطلق من الشرط اللازم وضعه على المصفوفة $A(n)$ لتكون الجملة $(1 - 3)$ مستقرّة ، وهو أن تكون القيم الذاتية للمصفوفة $A(n)$ واقعة داخل دائرة الوحدة :

$$|\max \lambda_i [A(n)]| < e^{-\alpha} < 1$$

حيث α عدد حقيقي موجب تماماً .

لنأخذ المصفوفة المحدودة [4] :

$$B(n) = I - e^{-\alpha} A^{-1}(n)$$

علماً أنّ $A(n)$ قابلية للقلب ، إذا كانت المصفوفة المتناظرة الآتية موجبة تحديداً :

$$B^T(n) + B(n) > 0$$

عندئذٍ تكون القيم الذاتية للمصفوفة $(-B(n))$ تقع داخل دائرة الوحدة. [5]

ومنه تكون المصفوفة $D = (A^T(n)A(n))B(n)$ تحقق :

$$\max |\lambda_i [-D]| < 1$$

إذا كانت المصفوفة الآتية موجبة تحديداً :

$$D^T(n) + D(n) = B^T(n)(A^T(n)A(n)) + (A^T(n)A(n))B(n) > 0 \quad (4 - 4)$$

يمكن كتابة العلاقة (4 - 4) بالشكل :

$$P_1(n) = 2A(n)A(n) - e^{-\alpha}[A^T(n) + A(n)] > 0 \quad (4 - 5)$$

وبالتالي من أجل $\alpha > 0$ تكون (4 - 5) محققة ، واعتماداً على تعريف 2-2 فإنّه بحل المعادلة $\det P_1(n) = 0$ نحصل على الحد الأعلى $\alpha = \alpha_0$ للعدد α والذي من أجله نستطيع تحديد فيما

إذا كانت (4 - 5) محققة أم لا .

الآن نعرف المصفوفة $P(n)$ حل معادلة ليابونوف بالشكل :

$$P(n) = P_1(n)B_1(n) \quad (4 - 6)$$

حيث $B_1(n)$ مصفوفة موجبة تحديداً اختيارية تجعل المصفوفة $P(n)$ في (6 - 4) تحقق (4 - 2) و (4 - 3) .

مما سبق نستطيع تقديم المبرهنة الآتية :

مبرهنة 4-3 : إذا كانت المصفوفة $P(n) > 0$ (موجبة تحديداً) من أجل $\alpha \in] - \alpha_1, \alpha_0[$ حيث

$\alpha_1 \geq 0$ و $\alpha = \alpha_0 > 0$ حل المعادلة $\det(P(n)) = 0$. عندئذ تكون الجملة (1 - 4) مستقرة أسياً .

الإثبات :

المصفوفة $p(n)$ تحقق :

$$0 < c_1 I \leq p(n) \leq c_2 I \quad (4 - 7)$$

لنأخذ دالة لياونوف :

$$V(x, n) = x^T(n)p(n)x(n) \quad (4 - 8)$$

والتي تحقق :

$$c_1 \|x(n)\|^2 \leq V(x, n) \leq c_2 \|x(n)\|^2$$

الآن من (5 - 4) و (6 - 4) تصبح (8 - 4) بالشكل :

$$x^T(n)\{2A^T(n)A(n) - e^{-\sigma}[A(n) + A(n)]\}B(n)x(n) > 0 \quad (3 - 9)$$

نعلم أنّ :

$$x(n) = \Phi(n, n_0)x(n_0)$$

علماً أنّ

$$\Phi(n, n_0) = \prod_{i=n_0}^{i=n-1} A(i)$$

نعوّض في (9 - 4) ثمّ نأخذ المحدد ونساويه بالصفر :

$$\det\{2\Phi^T(n+1, n_0)B_1(n)\Phi(n+1, n_0) - e^{-\sigma_0}[\Phi^T(n+1, n_0)B_1(n)\Phi(n, n_0) + \Phi^T(n, n_0)B_1(n)\Phi(n+1, n_0)]\} = 0$$

هذه المعادلة محققة إذا تحقق الشرطان :

$$B_2(n) = A(n)B_1(n)A^{-1}(n) = B_1(n) \quad (4 - 10)$$

و أيضاً :

$$\Phi(n+1, n_0) = e^{-\sigma_0}\Phi(n, n_0) \quad (4 - 11)$$

من (11 - 4) نستنتج أنّ :

$$\Phi(n, n_0) = e^{-\sigma_0(n-n_0)}\Phi(n_0, n_0)$$

$$\|\Phi(n, n_0)\| = e^{-\sigma_0(n-n_0)}$$

وبالتالي من أجل $\sigma_0 > 0$ تكون الجملة (4 - 1) مستقرةً أسياً .

مثال 4-1: لنأخذ الجملة

$$x(n+1) = A(n)x(n) \quad ; \quad n \geq n_0 > 0 \quad (4-12)$$

$$\text{حيث: } A(n) = \begin{pmatrix} \frac{n}{n+1} & 0 \\ 0 & \frac{n+2}{n} \end{pmatrix} \text{ ، نلاحظ أنّ}$$

$$\text{tr } A(n) = \frac{2n^2 + 3n + 2}{n^2 + n} > 2$$

وبالتالي القيم الذاتية للمصفوفة $A(n)$ تقع خارج دائرة الوحدة وبالتالي الجملة (4 - 12) غير مستقرةً أسياً .

مثال 4-2: لنأخذ الجملة

$$x(n+1) = A(n)x(n) \quad ; \quad n \geq 1 \quad (4-13)$$

$$A(n) = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2}\right)^n & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^n \end{pmatrix} \text{ :حيث}$$

$$\text{tr } A(n) = 0 < 2$$

لنأخذ المصفوفة $p(n) = P_1(n)B(n)$ حيث :

$$P_1(n) = 2A^T(n)A(n) - e^{-\sigma}[A^T(n) + A(n)]$$

الآن نأخذ :

$$\det P(n) = \det P_1(n) \cdot \det B_1(n) = 0$$

بما أنّ $\det B_1(n) \neq 0$ فإنّ $\det P_1(n) = 0$ أي :

$$\det \begin{pmatrix} 2\left(\frac{1}{2}\right)^n \left(-\left(\frac{1}{2}\right)^n + e^{-\sigma_0}\right) & 0 \\ 0 & 2\left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - e^{-\sigma_0}\right) \end{pmatrix} = 0$$

$$-4\left(\frac{1}{2}\right)^{2n} \left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - e^{-\sigma_0}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow e^{-\sigma_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow \sigma_0 = n \ln 2 > 0$$

وبالتالي حسب مبرهنة 4-3 تكون الجملة (4 - 13) مستقرة أسياً .

مثال 4-3: لنأخذ الجملة

$$x(n+1) = A(n)x(n) \quad ; \quad n \geq 1 \quad (4-14)$$

$$\text{حيث: } A(n) = \begin{pmatrix} \frac{n}{n+4} & 1 \\ 0 & \frac{n}{n+5} \end{pmatrix}, \text{ نلاحظ أن:}$$

$$\text{tr } A(n) = \frac{2n^2 + 9n}{n^2 + 9n + 20} < 2$$

$$P_1(n) = 2A^T(n)A(n) - e^{-\sigma}[A^T(n) + A(n)] \quad \text{لنأخذ المصفوفة:}$$

$$P_1(n) = \begin{pmatrix} \frac{2n}{n+4} \left(\frac{n}{n+4} - e^{-\sigma} \right) & \frac{n}{n+4} - e^{-\sigma} \\ \frac{n}{n+4} - e^{-\sigma} & \frac{2n + 10n + 25}{(n+5)^2} - \frac{2n}{n+5} e^{-\sigma} \end{pmatrix}$$

$$\det P_1(n) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{n}{n+4} - e^{-\sigma_0} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_0 = \ln \left(\frac{n+4}{n} \right) > 0$$

وبالتالي فإن الجملة (4 - 14) مستقرة أسياً .

المراجع :

- [1] EIAYDI.S ,(2005) - **An Introduction to Difference Equations.**
Springer , Third
Edition , New York , p 539.
- [2] Bof,N and Carli,R and Schenato,L (2018) **Lyapunov theory
for
discrete time systems** , arXiv preprint arXiv:1809.05289.
- [3] LIAO.X and Wang.L and YU.P (2007) - **Stability of Dynamical
Systems**
. Elsevier, London, Canada , P 718.
- [4] BROGAN.W.L , (1990) - **Modern Control Theory.** Prentice-Hall ,
Third
Edition , Las Vegas , p 653.
- [5] HORN.R and JOHANSON.CR (1999)- **Topics in Matrix Analysis,** New
York
Cambridge University Press, p 607.

الإستقرار الأسي لجملة معادلات فرقية لا توقيية من خلال استخدام مصفوفة مساعدة لحل معادلة ليايونوف

الحلقات شبه المحلية

إيمان الخوجة¹

حمزة حاكمي²

مريم حاكمي³

الملخص

تعد الحلقة المحلية، واحدة من أهم الحلقات في صف الحلقات التي أساس جاكبسون لها لا يساوي الصفر. لأجل ذلك درسنا في هذه الورقة العلمية تعميماً للحلقة المحلية تحت اسم الحلقة شبه المحلية. حيث نقول عن حلقة ما R إنها شبه محلية إذا كان لأجل كل عنصر $a \in R$ إما العنصر a أو العنصر $1-a$ يكون قابلاً للقلب جزئياً في R . وقد تبين لنا أن الشرط اللازم والكافي كي تكون الحلقة R محلية هو أن تكون شبه محلية وعناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط.

وقد أوجدنا العديد من الشروط اللازمة والكافية لكي تكون الحلقة شبه محلية، نذكر منها على سبيل المثال، أن الشرط اللازم والكافي كي تكون الحلقة R شبه محلية هو أن يكون لأجل كل عنصر $a \in R$ إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر. إضافة لذلك، تكون الحلقة R شبه محلية عندما فقط عندما يكون لأجل كل عنصر $a \in R$ إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً منتظماً مغايراً للصفر. كما أثبتنا أن الحلقة التي لا تحوي عناصر جامدة مغايرة للصفر والواحد تكون شبه محلية عندما فقط عندما تكون نظيفة أو r -نظيفة أو f -نظيفة. وقد وجدنا أيضاً أن حلقة المصفوفات المربعة من أي مرتبة فوق حلقة شبه محلية، تكون أيضاً شبه محلية.

أخيراً، أثبتنا أن حلقة الإندومورفيزمات لمودول حر منتهي التوليد فوق حلقة شبه محلية تكون أيضاً حلقة شبه محلية.

الكلمات المفتاحية: العنصر الجامد، العنصر المنتظم، العنصر القابل للقلب جزئياً، الحلقة المحلية وشبه المحلية.

رقم التصنيف العالمي للعام 2020: 16D10, 16D40, 16D80, 16D90.

¹ أستاذ مساعد قسم الرياضيات كلية العلوم جامعة حمص.

² أستاذ قسم الرياضيات كلية العلوم جامعة حمص.

³ طالب دراسات عليا قسم الرياضيات كلية العلوم جامعة حمص.

Quasi-Local Rings

Eaman Al-Khouja¹ Hamza Hakmi² Maryam Bassam Hakmi³

Abstract

The local ring is concenter one of the most important rings in the class of rings which has a nonzero Jacobson radical. For that we study in this scientific paper a generalization for the local ring, called a quasi-local ring. Where we call a ring R is a quasi-local ring if for every element $a \in R$ either a or $1-a$ is a partially invertible element in R .

We show that the necessary and sufficient condition to be that a ring R is local if and only if R is a quasi-local ring and it's idempotent elements are $0,1$ only. We found many of necessary and sufficient conditions to be some ring, is quasi-local.

We mention from, that the ring R is quasi-local if and only if for every element $a \in R$ either a or $1-a$ contains a nonzero idempotent element. In addition to that, we proved that the ring R is quasi-local if and only if for every element $a \in R$ either a or $1-a$ contains a nonzero regular element.

Also, we obtain that if the ring R does not contains a non-zero idempotent elements is quasi-local if and only if R is a clean ring or r -clean ring or f -clean ring. We found that, the matrices ring from any order over a quasi-local ring is too quasi-local.

Finally, we proved that the endomorphism ring of free finitely generated module over a quasi-local ring is quasi-local.

Key Words: Idempotent element, Regular element, partially inver-tible element, Local and Quasi-local ring.

2020 Mathematical Subject Classification: 16D10,16D40,16D80,16D90.

¹ Assistant Professor, Department of Mathematics Homs University.

² Professor, Department of Mathematics Homs University.

³ Department of Mathematics Homs University.

المقدمة.

تعد الحلقة التي تحوي مثالياً أعظماً واحداً فقط والتي تسمى بالحلقة المحلية، واحدة من أهم الحلقات في صف الحلقات التي أساس جاكسون لها لا يساوي الصفر. ينتج من هذا التعريف أن كل عنصر a من حلقة محلية R إما أن يكون قابلاً للقلب في R أو أن العنصر $1-a$ يكون قابلاً للقلب في R ، وبالتالي لأجل كل عنصر a من حلقة محلية R يحقق إما $aR \cong R$ أو $(1-a)R \cong R$ ، وبالتالي فإن هذه الحلقة تحوي بداخلها نسخاً كثيرة عنها. فضلاً عن ذلك إن هذه الحلقة لا تحوي حدوداً مباشرة تختلف عن R والصفر.

لأجل ذلك درسنا في هذه الورقة العلمية تعميماً للحلقة المحلية تحت اسم الحلقة شبه المحلية. حيث نقول عن حلقة ما R إنها شبه محلية إذا كان لأجل كل عنصر $a \in R$ إما العنصر a أو العنصر $1-a$ يكون قابلاً للقلب جزئياً في R . وقد تبين لنا أن الشرط اللازم والكافي كي تكون الحلقة R محلية هو أن تكون شبه محلية وعناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط.

وقد أوجدنا العديد من الشروط اللازمة والكافية لكي تكون الحلقة شبه محلية، نذكر منها على سبيل المثال، أن الشرط اللازم والكافي كي تكون الحلقة R شبه محلية هو أن يكون لأجل كل عنصر $a \in R$ إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر. إضافة لذلك، تكون الحلقة R شبه محلية عندما فقط عندما لأجل كل عنصر $a \in R$ إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً منتظماً مغايراً للصفر. كما أثبتنا أن الحلقة التي لا تحوي عناصر جامدة مغايرة للصفر والواحد تكون شبه محلية عندما فقط عندما تكون نظيفة أو r -نظيفة أو f -نظيفة. وقد وجدنا أيضاً أن حلقة المصفوفات المربعة من أي مرتبة فوق حلقة شبه محلية، تكون أيضاً شبه محلية.

أخيراً، أثبتنا أن حلقة الإندومورفيزمات لمودول حر منتهي التوليد فوق حلقة شبه محلية تكون أيضاً حلقة شبه محلية.

الهدف من البحث.

لما كانت الحلقة المحلية تحتل أهمية كبيرة في نظرية الحلقات والمودولات، نظراً لأنها تحتوي مثالياً أعظماً واحداً فقط، حيث إنها تأتي في المرتبة الأولى في نظرية الحلقات، بين الحلقات التي أساس جاكبسون لها لا يساوي الصفر. ونظراً لهذه الأهمية درسنا في هذه الورقة العلمية تعميماً لهذه الحلقة تحت اسم الحلقات شبه المحلية.

1 - الدراسة المرجعية.

جميع الحلقات R التي سندرسها هي حلقات واحدة فيها $1 \neq 0$ والمودولات فوق هذه الحلقات هي مودولات يمينية. لأجل أي مودول M فوق R سنرمز لحلقة الإندومورفيزمات للمودول M بالشكل $S = \text{End}_R(M)$.

تعريف 1-1. لتكن R حلقة. نقول عن العنصر $a \in R$ إنه منتظم، إذا وجد عنصر $b \in R$ يحقق $a = aba$ ، ونقول عن الحلقة R إنها منتظمة إذا كان كل عنصر من الحلقة R هو عنصر منتظم، [4].

تعريف 1-2. لتكن R حلقة. نقول عن العنصر $e \in R$ إنه جامد إذا كان $e^2 = e$ ، ونقول عن العنصر الجامد $e \in R$ إنه مركزي إذا كان $eR = Re$ ، [1].

تعريف 1-3. لتكن R حلقة. نقول عن العنصر المغاير للصفر $a \in R$ إنه قابل للقلب جزئياً في R ، إذا وجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ يحقق $b = bab$ ، ونقول عن الحلقة R إنها شبه منتظمة إذا كان كل عنصر من R قابل للقلب جزئياً في R ، [5].

تعريف 1-4. نقول عن الحلقة R إنها محلية إذا كان لأجل كل عنصر $a \in R$ ، إما a أو $1 - a$ قابل للقلب في R ، [8].

تعريف 1-5. لتكن R حلقة. نقول عن العنصر $x \in R$ إنه نظيف إذا أمكن كتابته على الشكل $x = a + e$ حيث $a \in R$ عنصر قابل للقلب في R و $e \in R$ عنصر جامد، ونقول عن الحلقة R إنها نظيفة إذا كانت جميع عناصرها نظيفة، [3].

تعريف 1-6. لتكن R حلقة. نقول عن العنصر $x \in R$ إنه r -نظيف إذا أمكن كتابته على الشكل $x = a + e$ حيث $a \in R$ عنصر منتظم و $e \in R$ عنصر جامد، ونقول عن الحلقة R إنها r -نظيفة إذا كانت جميع عناصرها r -نظيفة، [2] و [6].

تعريف 1-7. لتكن R حلقة. نقول عن العنصر $a \in R$ إنه كامل في R ، إذا وجد عنصرين $s, t \in R$ بحيث $sat = 1$. ونقول عن العنصر $x \in R$ إنه f -نظيف إذا أمكن كتابته على الشكل $x = a + e$ حيث $a \in R$ عنصر كامل و $e \in R$ عنصر جامد. ونقول عن الحلقة R إنها f -نظيفة إذا كانت جميع عناصرها f -نظيفة، [7].

أمثلة.

1 - في أي حلقة R ، كل عنصر جامد مغاير للصفر، منتظم مغاير للصفر، كامل، قابل للقلب، هو عنصر قابل للقلب جزئياً في الحلقة R .

2 - في حلقة الأعداد الصحيحة $Z_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ بالنسبة لعمليتي الجمع والضرب بالمقاس 8، كل من 1, 3, 5, 7 هي عناصر قابلة للقلب جزئياً في Z_8 .

الدراسة البحثية.

2 - الحلقات شبه المحلية.

تعريف 2-1.

لتكن R حلقة. نقول عن الحلقة R إنها شبه محلية إذا كان لأجل كل عنصر $a \in R$ ، إما a أو $1 - a \in R$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R .

أمثلة.

1 - حلقة الأعداد الصحيحة $Z_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ بالنسبة لعمليتي الجمع والضرب بالمقاس 8 هي حلقة شبه محلية. لأنه إذا كان $a \in Z_8$ ، عندئذ:

- إذا كان $a = 0$ ، عندئذ $1 - a = 1$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_8 .

- إذا كان $a = 1, 3, 5, 7$ ، عندئذ a عنصر قابل للقلب في Z_8 وبالتالي فإن a عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_8 .

- إذا كان $a = 2$ ، عندئذ $1 - a = 1 - 2 = 1 + (8 - 2) = 7$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_8 .

- إذا كان $a = 4$ ، عندئذ $1 - a = 1 - 4 = 1 + (8 - 4) = 5$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_8 .

- إذا كان $a = 6$ ، عندئذ $1 - a = 1 - 6 = 1 + (8 - 6) = 3$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_8 .

مما سبق نجد أن الحلقة Z_8 شبه محلية.

2 - حلقة الأعداد الصحيحة $Z_{12} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$ بالنسبة لعمليات الجمع والضرب بالمقاس 12 هي حلقة شبه محلية. لأنه إذا كان $a \in Z_{12}$ ، عندئذ:

- إذا كان $a = 0$ ، عندئذ $1 - a = 1$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 1, 5, 7, 11$ ، عندئذ a عنصر قابل للقلب في Z_{12} وبالتالي a عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 4, 9$ ، عندئذ a عنصر جامد في Z_{12} وبالتالي فإن a عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 2$ ، عندئذ $1 - a = 1 - 2 = 1 + (12 - 2) = 11$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 6$ ، عندئذ $1 - a = 1 - 6 = 1 + (12 - 6) = 7$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 8$ ، عندئذ $1 - a = 1 - 8 = 1 + (12 - 8) = 5$ عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 3$ ، ولما كان $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3$ نجد أن a عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .

- إذا كان $a = 10$ ، ولما كان $4 \cdot 10 \cdot 4 = 4$ نجد أن a عنصر قابل للقلب جزئياً في Z_{12} .
مما سبق نجد أن الحلقة Z_{12} شبه محلية.

تمهيدية 2-2

لأجل أي حلقة R الشروط الآتية متكافئة:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - لأجل كل $a \in R$ ، إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر.

3 - لأجل كل $a \in R$ ، إما Ra أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر.

4 - لأجل كل $a \in R$ ، إما aR أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر.

5 - لأجل كل $a \in R$ ، إما Ra أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب التعريف إما a

أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر $a \in R$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر

$b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ومنه فإن $ab \in aR$ عنصر جامد مغاير للصفر في R .

- إذا كان العنصر $1-a \in R$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير

للصفر $d \in R$ بحيث إن $d = d(1-a)d$ ، ومنه فإن $(1-a)d \in (1-a)R$ عنصر جامد

مغاير للصفر في R .

(2) \Leftrightarrow (1). ليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصر

جامد مغاير للصفر $e \in R$. وهنا نميز حالتين:

- إذا كان $e \in aR$ ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $x \in R$ ، بحيث إن $e = ax$. لنضع

$b = xax$ ، فنجد أن $b \in R$ عنصر مغاير للصفر، وأن:

$$bab = (xax)a(xax) = xax = b$$

وهذا يبين أن العنصر $a \in R$ قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان $e \in (1-a)R$ ، عندئذ يوجد عنصر $y \in R$ ، $0 \neq y$ ، بحيث إن $e = (1-a)y$. لنضع

$d = y(1-a)y$ ، فنجد أن $d \in R$ عنصر مغاير للصفر، وأن:

$$d(1-a)d = y(1-a)y(1-a)y(1-a)y = y(1-a)y = d$$

وهذا يبين أن العنصر $1-a \in R$ قابل للقلب جزئياً في R ، ومنه الحلقة R شبه محلية.

التكافؤ (1) \Leftrightarrow (3) يبرهن بطريقة مشابهة للتكافؤ (1) \Leftrightarrow (2).

(1) \Leftrightarrow (4). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب التعريف إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر $a \in R$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه فإن $ab \in aR$ عنصر جامد مغاير للصفر في R .

- إذا كان العنصر $1-a \in R$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث إن $d = d(1-a)d$ ، ومنه فإن $d(1-a) \in R(1-a)$ عنصر جامد مغاير للصفر في R .

(4) \Leftrightarrow (1). ليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما aR أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً جامداً مغيراً للصفر $e \in R$. وهنا نميز حالتين:

- إذا كان aR ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $x \in R$ بحيث إن $e = ax$. لنضع $b = xax$ فنجد أن $b \in R$ عنصر مغاير للصفر، وأن:

$$bab = (xax)a(xax) = xax = b$$

وهذا يبين أن العنصر $a \in R$ قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان $e \in R(1-a)$ ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $y \in R$ بحيث إن $e = y(1-a)$. لنضع $d = y(1-a)y$ فنجد أن $d \in R$ عنصر مغاير للصفر، وأن:

$$d(1-a)d = y(1-a)y(1-a)y(1-a)y = y(1-a)y = d$$

وهذا يبين أن العنصر $1-a \in R$ قابل للقلب جزئياً في R .

مما سبق نجد أن الحلقة R شبه محلية.

التكافؤ (1) \Leftrightarrow (5) يبرهن بطريقة مشابهة للتكافؤ (1) \Leftrightarrow (4).

مبرهنة 2-3.

لأجل أي حلقة R الشروط الآتية متكافئة:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - لأجل كل $a \in R$ ، إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً منتظماً مغيراً للصفر.

3 - لأجل كل $a \in R$ ، إما Ra أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً منتظماً مغيراً للصفر.

4 - لأجل كل $a \in R$ ، إما aR أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً منتظماً مغيراً للصفر.

5 - لأجل كل $a \in R$ ، إما Ra أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً منتظماً مغايراً للصفر.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب التمهيدية (2-2) إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر في R . ولما كان كل عنصر جامد في R هو عنصر منتظم نجد أنه إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً منتظماً مغايراً للصفر في R .

(2) \Leftrightarrow (1). ليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما aR أو $(1-a)R$ يحوي عنصراً منتظماً $b \in R$ مغايراً للصفر في R . لما كان العنصر $b \in R$ منتظماً فإنه يوجد عنصر مغاير للصفر $c \in R$ بحيث إن $b = bcb$. وهنا نميز حالتين:

- إذا كان $b \in aR$ ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $x \in R$ بحيث إن $b = ax$ ، ومنه نجد أن $bc = axc \in aR$ وأن $bc \in R$ عنصر جامد مغاير للصفر في R .

- إذا كان $b \in (1-a)R$ ، عندئذ يوجد عنصر $y \in R$ $0 \neq y$ بحيث إن $b = (1-a)y$ ، ومنه نجد أن $bc = (1-a)yc \in (1-a)R$ ، وأن $bc \in R$ عنصر جامد مغاير للصفر في R . مما سبق وحسب التمهيدية (2-2) نجد أن الحلقة R شبه محلية.

التكافؤ (1) \Leftrightarrow (3) يبرهن بطريقة مشابهة للتكافؤ (1) \Leftrightarrow (2).

(1) \Leftrightarrow (4). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب التمهيدية (2-2) إما aR أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر في R . ولما كان كل عنصر جامد في R هو عنصر منتظم نجد أنه إما aR أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً منتظماً مغايراً للصفر في R .

(4) \Leftrightarrow (1). ليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما aR أو $R(1-a)$ يحوي عنصراً منتظماً $b \in R$ مغايراً للصفر في R . لما كان العنصر $b \in R$ منتظماً فإنه يوجد عنصر مغاير للصفر $c \in R$ بحيث إن $b = bcb$. وهنا نميز حالتين:

- إذا كان $b \in aR$ ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $x \in R$ بحيث إن $b = ax$ ، ومنه نجد أن $bc = axc \in aR$ ، وأن $bc \in R$ عنصر جامد مغاير للصفر في R .

- إذا كان $b \in R(1-a)$ ، عندئذ يوجد عنصر $y \in R$ $0 \neq y$ بحيث إن $b = y(1-a)$ ، ومنه نجد أن $cb = cy(1-a) \in R(1-a)$ ، وأن $cb \in R$ عنصر جامد مغاير للصفر في R .
 مما سبق وحسب التمهيدية (2-2) نجد أن الحلقة R شبه محلية.
 التكافؤ (1) \Leftrightarrow (5) يبرهن بطريقة مشابهة للتكافؤ (1) \Leftrightarrow (4).

تمهيدية 2-4.

لتكن R حلقة و $0 \neq e \in R$ عنصراً جامداً في R . القضيتان الآتيتان صحيحتان:
 1 - إذا كانت الحلقة R شبه محلية وأن العنصر $e \in R$ مركزي، عندئذ تكون الحلقة eR شبه محلية.
 2 - إذا كانت الحلقة eRe شبه محلية، عندئذ تكون الحلقة R شبه محلية.

البرهان.

1 - لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وأن العنصر $e \in R$ مركزي. ليكن $a \in eR$ ، لما كان $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه $(eb)a(eb) = eb$. فضلاً عن ذلك، إن $eb \in eR$ عنصر مغاير للصفر، وهذا يبين أن العنصر a قابل للقلب جزئياً في eR .

- إذا كان العنصر $1-a$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث إن $d = d(1-a)d$ ، ومنه فإن $(ed)(e-a)(ed) = ed$.

فضلاً عن ذلك، إن $ed \in eR$ عنصر مغاير للصفر، وهذا يبين لنا أن العنصر $e-a$ قابل للقلب جزئياً في الحلقة eR .

مما سبق نجد أن الحلقة eR شبه محلية.

2 - لنفرض أن الحلقة eRe شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ فإن $ea \in eRe$ ، ومنه إما $ea \in eR$ أو $e - ea \in eR$ عنصر قابل للقلب جزئياً في الحلقة eRe . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر ae قابلاً للقلب جزئياً في الحلقة eRe ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصف $b \in eRe$ بحيث $b = b(eae)b$ ، ومنه فإن $b = bab$. فضلاً عن ذلك، إن $b \in R$ عنصر مغاير للصف، وهذا يبين أن العنصر a قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان العنصر $e - eae$ قابلاً للقلب جزئياً في الحلقة eRe ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصف $d \in eRe$ بحيث $d = d(e - eae)d$ ، ومنه فإن $d = d(1 - a)d$. فضلاً عن ذلك إن $d \in R$ عنصر مغاير للصف، وهذا يبين أن العنصر $1 - a$ قابل للقلب جزئياً في R .

مما سبق نجد أن الحلقة R شبه محلية.

اعتماداً على التمهيدية (2-4) يمكننا صياغة النتيجة الآتية:

نتيجة 2-5.

لتكن R حلقة و $e \in R, e \neq 0$ عنصر جامد مركزي. الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - الحلقة eRe شبه محلية.

مبرهنة 2-6.

لأجل أي حلقة R الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R محلية.

2 - الحلقة R شبه محلية وعناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لنفرض أن الحلقة R محلية وليكن $e \in R$ عنصراً جامداً، عندئذ حسب التعريف

إما e أو $1 - e$ عنصر قابل للقلب في R .

- إذا كان العنصر e قابلاً للقلب في R ، عندئذ يوجد عنصر $b \in R$ بحيث $eb = 1$ ، ومنه

$$e = e(eb) = eb = 1$$

- إذا كان العنصر $1 - e$ قابلاً للقلب في R ، عندئذ يوجد عنصر $d \in R$ بحيث إن

$$d(1 - e) = 1 \text{ ومنه فإن } d(1 - e)e = d(e - e) = 0, \text{ وهذا يبين أن العناصر الجامدة}$$

في R هي $0, 1$ فقط.

بالإضافة لذلك، أيًا يكن $a \in R$ ، عندئذ بحسب الفرض إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر a قابلاً للقلب في R ، عندئذ $aR = R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر في R .

- إذا كان العنصر $1-a$ قابلاً للقلب في R ، عندئذ $(1-a)R = R$ يحوي عنصراً جامداً مغايراً للصفر في R .

مما سبق نجد أن حلقة شبه محلية وعناصرها الجامدة $0, 1$ فقط.

(2) \Leftrightarrow (1). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وعناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط. ليكن

$a \in R$ ، عندئذ بحسب الفرض إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث $b = bab$ ، ومنه كل من ab و ba عنصر جامد مغاير للصفر في R ،

وحسب الفرض نجد أن $ba = ab = 1$ ، وهذا يبين أن العنصر a قابل للقلب في R .

- إذا كان العنصر $1-a$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث $d = d(1-a)d$ ، ومنه كل من $(1-a)d$ و $d(1-a)$ عنصر جامد مغاير

للصفر في R ، وحسب الفرض نجد أن $d(1-a) = (1-a)d = 1$ ، وهذا يبين أن العنصر $1-a$ قابل للقلب في R .

مما سبق نجد أن الحلقة R محلية.

اعتماداً على المبرهنة (2-6) يمكننا صياغة النتيجة الآتية:

نتيجة 2-7.

ليكن M مودولاً غير قابل للتحويل فوق حلقة R و $S = \text{End}_R(M)$. عندئذ الشرط اللازم والكافي كي تكون الحلقة S محلية هو أن تكون الحلقة S شبه محلية.

مبرهنة 2-8.

لنكن R حلقة عناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط. عندئذ الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R نظيفة.

2 - الحلقة R شبه محلية.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لنفرض أن الحلقة R نظيفة وليكن $x \in R$ ، عندئذ $x = a + e$ حيث $a \in R$ عنصر قابل للقلب في R وأن $e \in R$ عنصر جامد في R . وحسب الفرض إما $e = 0$ أو $e = 1$.

- إذا كان $e = 0$ ، عندئذ $x = a$ عنصر قابل للقلب في R ، ومنه فإن العنصر x قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان $e = 1$ ، عندئذ $a = x - 1$ عنصر قابل للقلب في R ، ومنه فإن العنصر $x - 1$ قابل للقلب جزئياً في R ، وبالتالي العنصر $1 - x$ قابل للقلب جزئياً في R .
مما سبق نجد أن الحلقة R شبه محلية.

(2) \Leftrightarrow (1). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما a أو $1 - a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه كل من ab و ba عنصر جامد مغاير للصفر في R ، وحسب الفرض $ab = ba = 1$ ، وهذا يبين أن العنصر a قابل للقلب في R ، ولما كان $a = a + 0$ نجد أن العنصر a نظيف.

- إذا كان العنصر $1 - a$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يكون العنصر $a - 1$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، ومنه يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث $d = d(a - 1)d$ ، ومنه كل من $(a - 1)d$ و $d(a - 1)$ عنصر جامد مغاير للصفر في R ، وحسب الفرض نجد أن $(a - 1)d = d(a - 1) = 1$ ، وهذا يبين أن العنصر $a - 1$ قابل للقلب في R ، ولما كان $a = (a - 1) + 1$ نجد أن العنصر a نظيف.
مما سبق تكون الحلقة R نظيفة.

مبرهنة 2-9.

لتكن R حلقة عناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط. عندئذ الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - الحلقة R هي f -نظيفة.

البرهان.

(1) \Leftarrow (2). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما

أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه فإن ab عنصر جامد مغاير للصفر في R ، وحسب الفرض $ab = 1$ ، وهذا يبين أن العنصر a كامل، ولما كان $a = a + 0$ نجد أن العنصر a هو f -نظيف.

- إذا كان العنصر $1-a$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ فإن العنصر $a-1$ قابل للقلب جزئياً في R ، ومنه يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث إن $d = d(a-1)d$ ، ومنه فإن $(a-1)d$ عنصر جامد مغاير للصفر في R ، وحسب الفرض نجد أن $(a-1)d = 1$ ، وهذا يبين أن العنصر $a-1$ كامل في R ، ولما كان $a = (a-1) + 1$ نجد أن العنصر a هو f -نظيف.

مما سبق نجد أن الحلقة R هي f -نظيفة.

(2) \Leftarrow (1). لنفرض أن الحلقة R هي f -نظيفة وليكن $a \in R$ ، عندئذ $a = x + e$

حيث $x \in R$ عنصر كامل وأن $e \in R$ عنصر جامد في R ، وحسب الفرض إما $e = 0$ أو $e = 1$.

- إذا كان $e = 0$ ، عندئذ $a = x$ عنصر كامل، وبالتالي يوجد $s, t \in R$ بحيث $sat = 1$ ، ومنه نجد أن $(ts)a(ts) = ts$ و $ts \in R$ عنصر مغاير للصفر، وهذا يبين أن العنصر a قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان $e = 1$ ، عندئذ $a = x + 1$ ، ومنه فإن $x = a - 1$ وبالتالي $a - 1$ عنصر كامل، ومنه نجد أن العنصر $a - 1$ قابل للقلب جزئياً في R ، وبالتالي العنصر $1 - a$ قابل للقلب جزئياً في R .

مما سبق نجد أن الحلقة R شبه محلية.

مبرهنة 2-10.

لتكن R حلقة عناصرها الجامدة هي $0, 1$ فقط. عندئذ الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - الحلقة R هي r -نظيفة.

البرهان.

(1) \Leftarrow (2). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R . وهنا نميز حالتين:

- إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه فإن ab عنصر جامد مغاير للصفر في R ، وحسب الفرض $ab = 1$ ومنه $a = aba$ ، وهذا يبين أن العنصر a منتظم، ولما كان $a = a + 0$ نجد أن العنصر a هو r -نظيف.

- إذا كان العنصر $1-a$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ فإن العنصر $a-1$ قابل للقلب جزئياً في R ، ومنه يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث إن $d = d(a-1)d$ ، ومنه $(a-1)d$ عنصر جامد مغاير للصفر في R ، وحسب الفرض فإن $(a-1)d = 1$ ومنه نجد أن $(a-1)d(a-1) = (a-1)$ ، وهذا يبين أن العنصر $a-1$ منتظم في R ، ولما كان $a = (a-1) + 1$ نجد أن العنصر a هو r -نظيف.

مما سبق نجد أن الحلقة R هي r -نظيفة.

(2) \Leftarrow (1). لنفرض أن الحلقة R هي r -نظيفة وليكن $a \in R$ ، عندئذ فإن $a = x + e$ حيث $x \in R$ عنصر منتظم وأن $e \in R$ عنصر جامد في R ، وحسب الفرض إما $e = 0$ أو $e = 1$.

- إذا كان $e = 0$ ، عندئذ $a = x$ عنصر منتظم ومنه نجد أن العنصر a قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان $e = 1$ ، عندئذ $a = x + 1$ ، ومنه $x = a - 1$ وبالتالي $a - 1$ عنصر منتظم، ومنه نجد أن العنصر $a - 1$ قابل للقلب جزئياً في R وبالتالي العنصر $1 - a$ قابل للقلب جزئياً في R .

مما سبق نجد أن الحلقة R شبه محلية.

3 - حلقة المصفوفات شبه المحلية.

في هذه الفقرة سنستخدم الرموز الآتية:

لتكن R حلقة ولنفرض أن $D_2(R)$ حلقة المصفوفات القطرية من المرتبة 2×2 فوق الحلقة R ، و $T_2(R)$ حلقة المصفوفات المثلثية العليا من المرتبة 2×2 فوق الحلقة R ، و $M_n(R)$ حلقة المصفوفات المربعة من المرتبة n فوق الحلقة R .

تمهيدية 3-1.

لتكن R حلقة، عندئذ لأجل أي عنصر مغاير للصفر $a \in R$ القضيتان الآتيتان صحيحتان:

1 - إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ العنصر $\alpha = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix}$ يكون قابلاً للقلب جزئياً في الحلقة $D_2(R)$ ، وذلك أيأ كان $x \in R$.

2 - إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ العنصر $\alpha = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ يكون قابلاً للقلب جزئياً في الحلقة $D_2(R)$ ، وذلك أيأ كان $x \in R$.
البرهان.

1 - لنفرض أن العنصر a قابل للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه فإن $\beta = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in D_2(R)$ عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $\beta = \beta\alpha\beta$ ، وهذا يبين أن العنصر α قابل للقلب جزئياً في $D_2(R)$. بالمثل يمكننا إثبات صحة (2).

مبرهنة 3-2.

لأجل أي حلقة R الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - الحلقة $D_2(R)$ شبه محلية.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية، وليكن $\alpha = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \in D_2(R)$ حيث

$a, b \in R$. لما كان $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R ، وحسب التمهيديّة (1-3) نجد أنه إما α أو $1-\alpha$ عنصر قابل للقلب جزئياً في $D_2(R)$ ، وهذا يبين أن الحلقة $D_2(R)$ شبه محلية.

(2) \Leftrightarrow (1). لنفرض أن الحلقة $D_2(R)$ شبه محلية، وليكن $a \in R$ ، عندئذ

$w = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \in D_2(R)$ وحسب الفرض إما w أو $1-w$ عنصر قابل للقلب جزئياً في

الحلقة $D_2(R)$.

- إذا كان العنصر w قابلاً للقلب جزئياً في $D_2(R)$ ، عندئذ يوجد عنصر $\beta \in D_2(R)$

بحيث $\beta \neq 0$ ويحقق أن $\beta = \beta w \beta$. إن $\beta = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$ حيث $x, y \in R$ ، ومنه فإن:

$$\beta w \beta = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \beta$$

وبالتالي فإن $\begin{bmatrix} xax & 0 \\ 0 & yay \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$ وهذا يبين أن $xax = x$ و $yay = y$. لما كان

$\beta \neq 0$ نجد أنه إما $x \neq 0$ أو $y \neq 0$ وهكذا فإن العنصر a قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان العنصر $1-w$ قابلاً للقلب جزئياً في $D_2(R)$ ، عندئذ يوجد $\beta \in D_2(R)$

بحيث $\beta \neq 0$ ويحقق أن $\beta = \beta(1-w)\beta$. إن $\beta = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$ حيث $x, y \in R$ ، ومنه نجد

أن:

$$\beta(1-w)\beta = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-a & 0 \\ 0 & 1-a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \beta$$

وبالتالي يكون:

$$\begin{bmatrix} x(1-a)x & 0 \\ 0 & y(1-a)y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix}$$

وهذا يبين أن $x(1-a)x = x$ و $y(1-a)y = y$. لما كان $\beta \neq 0$ نجد أنه إما $x \neq 0$

أو $y \neq 0$ ، وهكذا نجد أن العنصر $1-a$ قابل للقلب جزئياً في R .
مما سبق نجد أن الحلقة R شبه محلية.

تمهيدية 3-3.

لتكن R حلقة، عندئذ لأجل أي عنصر مغاير للصفر $a \in R$ القضيتان الآتيتان صحيحتان:

1 - إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ العنصر $\alpha = \begin{bmatrix} a & x \\ 0 & y \end{bmatrix}$ يكون قابلاً للقلب جزئياً في الحلقة $T_2(R)$ ، وذلك أياً كان $x, y \in R$.

2 - إذا كان العنصر a قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ العنصر $\alpha = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & a \end{bmatrix}$ يكون قابلاً للقلب جزئياً في الحلقة $T_2(R)$ ، وذلك أياً كان $x, y \in R$.
البرهان.

1 - لنفرض أن العنصر a قابل للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث إن $b = bab$ ، ومنه فإن $\beta = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in T_2(R)$ عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $\beta = \beta\alpha\beta$ ، وهذا يبين أن العنصر α قابل للقلب جزئياً في $T_2(R)$. بالمثل يمكننا إثبات صحة (2).

مبرهنة 4-3.

لأجل أي حلقة R الشرطان الآتيان متكافئان:

1 - الحلقة R شبه محلية.

2 - الحلقة $T_2(R)$ شبه محلية.

البرهان.

(1) \Leftrightarrow (2). لنفرض أن الحلقة R شبه محلية، وليكن $\alpha = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \in T_2(R)$ حيث

$a, b, c \in R$. لما كان $a \in R$ ، عندئذ حسب الفرض إما a أو $1-a$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R ، حسب التمهيدية (3-3) نجد أنه إما α أو $1-\alpha$ عنصر قابل للقلب

جزئياً في $T_2(R)$ ، وهذا يبين أن الحلقة $T_2(R)$ شبه محلية.

(2) \Leftrightarrow (1). لنفرض أن الحلقة $T_2(R)$ شبه محلية وليكن $a \in R$ ، عندئذ:

$$\alpha = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \in T_2(R)$$

لما كانت الحلقة $T_2(R)$ شبه محلية فإنه إما α أو $1-\alpha$ عنصر قابل للقلب جزئياً في الحلقة $T_2(R)$.

- إذا كان العنصر α قابلاً للقلب جزئياً في $T_2(R)$ ، عندئذ يوجد عنصر $\beta \in T_2(R)$

بحيث $\beta \neq 0$ يحقق أن $\beta = \beta\alpha\beta$. إن $\beta = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix}$ حيث $x, y, r \in R$ ، ومنه فإن:

$$\beta\alpha\beta = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xa & ya \\ 0 & ra \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} = \beta$$

وبالتالي فإن:

$$\begin{bmatrix} xax & xay + yar \\ 0 & rar \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix}$$

وهذا يبين أن $xax = x$ و $xay + yar = y$ و $rar = r$.

- إذا كان $x = y = 0$ نجد أن $r \in R$ عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $rar = r$.

- إذا كان $y = r = 0$ نجد أن $x \in R$ عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $xax = x$.

- إذا كان $x = r = 0$ نجد أن $y = 0$ وهذا غير ممكن، لأن $\beta \neq 0$.

مما سبق نجد العنصر $a \in R$ قابل للقلب جزئياً في R .

- إذا كان $1-\alpha$ قابلاً للقلب جزئياً في $T_2(R)$ ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر

$\beta = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} \in T_2(R)$ حيث $x, y, r \in R$ ويحقق أن $\beta = \beta(1-\alpha)\beta$ ومنه فإن:

$$\begin{aligned} \beta(1-\alpha)\beta &= \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-a & 0 \\ 0 & 1-a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x(1-a) & y(1-a) \\ 0 & r(1-a) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix} = \beta \end{aligned}$$

وبالتالي يكون:

$$\begin{bmatrix} x(1-a)x & x(1-a)y + y(1-a)r \\ 0 & r(1-a)r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & r \end{bmatrix}$$

وهذا يبين أن $x(1-a)x = x$ و $x(1-a)y + y(1-a)r = y$ و $r(1-a)r = r$.
 - إذا كان $x = y = 0$ فإن $r \in R$ عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $r(1-a)r = r$.
 - إذا كان $y = r = 0$ فإن $x \in R$ عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $x(1-a)x = x$.
 - إذا كان $x = r = 0$ نجد أن $y = 0$ وهذا غير ممكن، لأن $\beta \neq 0$.
 مما سبق نجد العنصر $1-a \in R$ قابل للقلب جزئياً في R . بالتالي تكون الحلقة R شبه محلية.

مبرهنة 3-5.

لتكن R حلقة. إذا كانت الحلقة R شبه محلية، عندئذ فإن الحلقة $M_n(R)$ تكون شبه محلية أيضاً.
البرهان.

نفرض أن الحلقة R شبه محلية، وليكن $\alpha = [a_{ij}] \in M_n(R)$ حيث $a_{ij} \in R$. لما كانت الحلقة R شبه محلية فإنه إما a_{11} أو $1-a_{11}$ عنصر قابل للقلب جزئياً في R .
 - إذا كان العنصر a_{11} قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $b \in R$ بحيث $b = ba_{11}b$ ومنه فإن $\beta = [b_{ij}] \in M_n(R)$ حيث $b_{11} = b$ ، و $b_{ij} = 0$ عدا ذلك، عنصر مغاير للصفر ويحقق أن $\beta \cdot \alpha \cdot \beta = \beta$.
 - إذا كان العنصر $1-a_{11}$ قابلاً للقلب جزئياً في R ، عندئذ يوجد عنصر مغاير للصفر $d \in R$ بحيث $d = d(1-a_{11})d$ ، ومنه يوجد عنصر $\beta = [b_{ij}] \in M_n(R)$ حيث $b_{11} = d$ وأن $b_{ij} = 0$ عدا ذلك، ويحقق أن $\beta \cdot (1-\alpha) \cdot \beta = \beta$.
 مما سبق نجد أن الحلقة $M_n(R)$ شبه محلية.

اعتماداً على المبرهنة (3-5) يمكننا صياغة المبرهنة الآتية:

مبرهنة 3-6.

ليكن F مودولاً حراً منتهي التوليد فوق حلقة R وأن $S = \text{End}_R(F)$. إذا كانت الحلقة R شبه محلية، عندئذ تكون الحلقة S شبه محلية أيضاً.

البرهان.

لنفرض أن R حلقة شبه محلية وأن F مودولاً حراً منتهي التوليد فوق الحلقة R مولداً بـ n عنصر، عندئذ فإن $F \cong R^n$. ولما كانت الحلقة R شبه محلية فإنه حسب المبرهنة (3-5) تكون الحلقة $M_n(R)$ شبه محلية أيضاً، ولما كان:

$$M_n(R) \cong \text{End}_R(R^n) \cong \text{End}_R(F) = S$$

نجد أن الحلقة S شبه محلية.

المراجع العلمية.

- [1] – Anderson, F. W. and Fuller, K. R., " Rings and Categories of Modules ", New York. Springer (1973).
- [2] – Ashrafi, N. and Nasibi, E., " Rings in Which Elements are Sum of an Idempotent and Regular Element ", Bulletin of the Iranian Mathematical Society. **Vol. 39**, No. 3, (2013), p.p 579 – 588.
- [3] – Chen, W. and Cui, S., " On Clean Rings and Clean Elements ", South. Asian Bull. Math. **Vol. 32**, No. 5, (2008), pp. 855 – 861.
- [4] – Goodearl, K. R., " Von Neumann Regular Rings ", Pitman 1979 .
- [5] – Hamza, H., " I_0 –Rings and I_0 –Module", Math. J. Okayama Univ. **Vol. 40**, (1998), p. 91 – 97.
- [6] – Hamza, H., " r –Clean Rings Relative to Right Ideals ", Journal of Algebraic Systems. **Vol. 9**, No. 2, (2022), pp. 1 – 19.
- [7] – Handam, A., "On f-Clean Rings and f-Clean Elements ", Proyecciones Journal of Mathematics. **Vol. 30**, No 2, (2011), pp. 277 – 284.
- [8] – Lambek, J., " Lectures on Rings and Modules ", Blaisdell, Mass. 1966.

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

أ. د. جورج غندور⁽¹⁾ د. فادي عباس⁽²⁾ عزيزة محمد الحسين⁽³⁾

(1) أستاذ مساعد في قسم علم الحياة بكلية العلوم، جامعة حمص.

(2) مدير بحوث، الهيئة العامة للبحوث العلمية الزراعية، مركز حمص.

(3) طالبة ماجستير، قسم علم الحياة، كلية العلوم جامعة حمص.

الملخص:

نفذ البحث خلال العام 2023 في مركز البحوث العلمية الزراعية في حمص التابع للهيئة العامة للبحوث العلمية الزراعية بهدف دراسة تأثير الرش بخل الخشب والتسميد المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء (غوطة-82). صممت التجربة وفق تصميم القطاعات المنشقة لمرة واحدة حيث توضع معاملات التسميد المعدني في القطع الرئيسية، ومعاملات الرش بخل الخشب في القطع المنشقة من الدرجة الأولى، وبثلاثة مكررات. أظهرت النتائج تفوق معاملة الرش بخل الخشب 6 مل/لتر ثلاث رشات قبل الإزهار في جميع المؤشرات المدروسة، كما تفوقت معاملة التسميد المعدني 100% من التوصية السماذية على المعاملة 50%، وبالنتيجة حققت التسميد المعدني 100% مع الرش بخل الخشب 6 مل/لتر أفضل القيم، حيث بلغ متوسط ارتفاع للنبات 185.95 سم، وعدد الأوراق في النبات 15.92 ورقة/نبات، ومساحة المسطح الورقي 7016 سم²/نبات، محتوى الكلوروفيل أ 43.87 ملغ/غ والكلوروفيل ب 13.18 ملغ/غ، مما أدى إلى زيادة متوسط وزن 100 حبة والذي بلغ

29.52 غ والغلة الحبية 8363 كغ/هكتار. كما أظهرت النتائج أنه يمكن توفير 50 % من الأسمدة المعدنية مقابل الرش بخل الخشب بتركيز 6 مل/لتر بمعدل ثلاث رشات قبل الإزهار. **الكلمات المفتاحية:** خل الخشب، التسميد المعدني، صفات النمو، الإنتاجية، الذرة الصفراء.

The Effect of Wood Vinegar and Mineral Fertilizer Treatments on some Maize Growth and Yield Traits

Abstract:

The research was carried out during the year 2023 at the Scientific Agricultural Research Center in Homs, General Commission for Scientific Agricultural Research, to study the effect of spraying with wood vinegar and mineral fertilization on some growth and yield characteristics of corn crop (Ghouta-82). The experiment was designed according to a split plot design, where mineral fertilization treatments were placed in the main plots, and wood vinegar spraying treatments were placed in the split plots, with three replicates.

The results showed that the treatment of spraying with wood vinegar 6 ml/L three sprays before flowering was superior in all the indicators studied, and the mineral fertilization treatment of 100% of the fertilizer recommendation was superior to the treatment of 50%. As a result, the treatment of the 100% recommendation with spraying with wood

vinegar 6 ml/L achieved the best values. The average of plant height was 185.95 cm, the number of leaves in the plant was 15.92 leaves/plant, the leaf area was 7016 cm²/plant, the content of chlorophyll A was 43.87 mg/g and chlorophyll B was 13.18 mg/g, which led to an increase in the average weight of 100 grains, which amounted to 29.52 g and grain yield 8363 kg/ha. The results also showed that 50% of mineral fertilizers can be saved compared to spraying with wood vinegar at a concentration of 6 ml/liter at a rate of three sprays before flowering.

Keywords: Wood vinegar, mineral fertilization, growth traits, yield, corn.

المقدمة والدراسة المرجعية:

تُعدّ الذرة الصفراء (*Zea mays* L.) من أهم محاصيل الحبوب الغذائية في العالم والتي تنتمي إلى العائلة النجيلية Poaceae والقبيلة Maydeae التي تضم عدداً من الأجناس. وتأتي بعد القمح (*Triticum* spp)، والأرز (*Oryza sativa* L.) من حيث المساحة المزروعة والإنتاج الكلي. غير أنها تشغل المرتبة الأولى من حيث مردودية وحدة المساحة. إذ ساعدت زراعتها في تشكيل حياة مستقرة في المكسيك وأمريكا الوسطى، وشكلت مصدراً مهماً للمواد الكربوهيدراتية لسكان المناطق الاستوائية وشبه الاستوائية والمناطق الدافئة في العالم [2]

تنتشر زراعة الذرة الصفراء في بيئات متباينة، وتمتد على منطقة واسعة من العالم، من خط العرض 58 شمالاً في كندا وتمتد جنوباً عبر المنطقة الآسيوية ثم المعتدلة الجنوبية حتى خط عرض 45 جنوباً، وضمن مناطق معدل هطولها المطري يتراوح بين (250-1500) مم سنوياً، ويعود السبب في ذلك إلى التباينات الوراثية الموجودة في هذا النوع، وقدرته على تطوير تراكيب وراثية جديدة متأقلمة مع المناطق المتباينة [3]

تعد الذرة الصفراء من النباتات المحبة للضوء لذلك تنمو وتنجح في المناطق ذات الإضاءة الكافية، ونظراً لإنتاجها الخضري الكبير فهي تحتاج إلى إضاءة جيدة خاصة في مرحلة النمو الخضري، هذه الإنتاجية اليخضورية العالية عائدة إلى شدة التمثيل الضوئي فيها والذي يتطلب إضاءة كافية، والذرة الصفراء من نباتات النهار القصير التي تعطي إنتاجاً ثمرياً في ظروف النهار القصير وهي حساسة جداً للفترة الضوئية، والأصناف المتأخرة النضج تعتبر أصنافاً مثالية للإضاءة المنخفضة والتي لا تنتج إلا عندما يميل النهار للقصر في أواخر الصيف أما في فترة النهار الطويل فتطول فترة النمو الخضري عند هذه الأصناف، أما الأصناف مبكرة النضج والمتوسطة فمتلائمة مع ظروف النهار الطويل [16] والذرة الصفراء بشكل عام يمكن أن تنمو وتتطور في مدى واسع من الظروف المناخية [14].

تعتبر الذرة الصفراء المقوم الأساسي للغذاء البشري على مستوى العالم، يتناولها الإنسان مباشرة إما مسلوقة أو مشوية أو مقلية، كما يستخدم دقيق الذرة في صناعة بعض أنواع الفطائر، وأحياناً يُخلط دقيق الذرة مع دقيق القمح بنسبة 20 - 30% لصناعة الخبز [6]، من جهة أخرى يُعد محصول الذرة الصفراء أحد أهم المحاصيل الحبية الصناعية [28]، حيث يصنع من حبوبه النشاء والبيرة والدبس والأمصال السكرية والمطاط والأدوية والصبغ، ويستخرج الكحول والدكستريانات، كما تستخدم سيقان نباتات الذرة في صناعة الورق والبلاستيك، ويعد كل جزء من أجزاء النبات ذا أهمية اقتصادية، وللذرة الصفراء أهمية كبيرة في تغذية الماشية، كعلف أخضر أو سيلاج، أضف لذلك حبوبها الغنية ببيادئات البيتا كاروتين التي تساهم في توليد فيتامين A، بالإضافة إلى محتواها من النشاء الذي تشكل نسبته 73% والبروتين 9% والزيت 4% ومكونات أخرى (أميلاز، اميلوكتين، ومعادن متعددة...)، تصل نسبتها إلى 14% [15]،

كل ذلك يجعل حبوب الذرة الصفراء مصدر مهم للطاقة الحيوية يفوق ما تحتويه حبوب القمح والرز [19]، ونظراً لأهميتها يستخدم ما يزيد عن 42% من الإنتاج العالمي من حبوب الذرة الصفراء في تغذية الحيوانات، وتتوقع منظمة الأغذية والزراعة العالمية FAO أن يزداد الطلب على الذرة من 165 مليون طن في الوقت الحالي إلى 400 مليون طن في العام 2030 [20]. أشارت إحصائيات المنظمة العربية للتنمية الزراعية لعام 2020 إلى أن المساحة المزروعة بالذرة الصفراء في الوطن العربي لعام 2019 بلغت 1496.84 ألف هكتاراً، وبلغ الإنتاج من الحبوب 7157.68 ألف طناً، بمردود وسطي قدره 4782 كغ.هكتار⁻¹. وتأتي مصر في مقدمة الدول العربية من حيث المساحة والغلة والإنتاج.

تطورت زراعة الذرة الصفراء في القطر العربي السوري بشكل كبير خلال السنوات الماضية نظراً لزيادة الطلب عليها، وأهميتها في تغذية الإنسان والحيوان والصناعات الغذائية، فكانت المساحة المزروعة في أواخر السبعينيات بحدود 30 ألف هكتار، ثم ازدادت نظراً لدخولها في الزراعة التكنولوجية حتى بلغت 74450 هكتاراً عام 1997، وبعد ذلك أخذت المساحة بالانخفاض والتذبذب حتى وصلت إلى 56516 هكتاراً عام 2004 وأنتجت 210166 طناً بمردود 3719 كغ/ه. أما في العام 2010 فقد بلغت المساحة المزروعة 37918 هكتاراً أنتجت 133101 طناً بمردودية 3510 كغ/ه. وفي عام 2022 قدرت المساحة المزروعة بـ 91835 هكتاراً، أعطت 535718 طناً من الحبوب، بمردود 5833 كغ/ه [5].

يعد خل الخشب Wood vinegar أو حمض البيرولينوس هو سائل عضوي يتم الحصول عليه عن طريق تكثيف وفصل الغاز الناتج أثناء الانحلال الحراري والكربنة للكتلة الحيوية [17] فهو مزيج من مختلف المواد العضوية وخاصة الأحماض العضوية والفينولات. ويتكون خل الخشب أساساً من الماء (80-90%) مع كمية كافية من المركبات العضوية (10-20%) تتضمن أكثر من 200 مادة كيميائية تحتوي على حمض الخليك كمكون رئيسي

[23]. وكذلك الألدهيدات والكيثونات والكحول والاسترات والعناصر المعدنية مثل البوتاسيوم والكالسيوم والمغنيزيوم والحديد [11].

تم استخدام خل الخشب حديثا كسماذ ورقي ومنظم لنمو النبات، وذكرت العديد من الدراسات دوره في مقاومة الظروف البيئية غير المواتية مثل ارتفاع وانخفاض الحرارة والجفاف [26; 8; 30]

درس [22] تأثير معاملة حبوب الذرة بعدة مركبات عضوية من ضمنها خل الخشب فوجد تحسن نسبة الإنبات وتمائل في نمو البادرات، حيث كان طول ووزن الجذور والبادرات متماثل بعد 10 و 20 يوم من الزراعة، وبالتالي حسنت المعاملة من صفات النمو وإنتاجية النبات. أشارت العديد من الدراسات إلى دور خل الخشب في تعزيز نمو النبات وتحسين إنتاجيته [21; 13; 24; 7]

وجد أن خل الخشب عند استخدامه بنسبة 1: 300 ماء يمكن أن يزيد كفاءة التمثيل الضوئي بشكل كبير في الأرز وغلته الحبية كما يحسن نسبة البروتين في حبوبه [12; 25]

وجد أن رش خل الخشب في درجة حرارة عادية يقلل من عملية فتح المسام على الأوراق وبالتالي يخفف من النتح وبنفس الوقت يزيد من مساحة الورقة والكتلة الحيوية الكلية للنبات كما يعزز من كفاءة استخدام المياه. وتحت ظروف الجفاف أدى استخدام خل الخشب إلى تحسين محتوى البرولين والبروتين القابل للذوبان والسكر الذائب في الأوراق. واستنتج أن خل الخشب يمكن أن يخفف من الإجهاد الناتج عن درجات الحرارة المنخفضة عن طريق تحسين محتوى الإنزيم المضاد للأكسدة والمواد الواقية للنتح وتعزيز كفاءة استخدام المياه [10; 29].

ووفقاً لـ [17] فإن خلط خل الخشب مع الأسمدة التجارية بشكل متناسب كان له آثار إيجابية على المحصول الكلي للعديد من النباتات والأرز والقمح والذرة الصفراء وفول الصويا.

درس [1] استجابة محصول الذرة الصفراء (صنف غوطة-82) لعرق الحراثة الشاقة وكمية الأزوت المضافة للتربة الزراعية في منطقة حمص، فوجد تأثير معدل التسميد الأزوتي معنوياً

في مراحل نمو النبات حيث لوحظ زيادة عدد الأيام حتى اكتمال مراحل النمو (الإزهار المذكر والمؤنث والنضج التام) مع زيادة مستوى الآزوت المضاف، حيث حقق المعدل 200 كغ/هـ أعلى القيم بالنسبة لارتفاع النبات وارتفاع العرنوس ومساحة المسطح الورقي والغلة الحبية التي بلغت 6590 كغ/هـ.

درست [4] السلوكية الوراثية لعدة سلالات وهجن مستنبطة من الذرة الصفراء تحت تأثير موعد ومعدل إضافة السماد الآزوتي، فأظهرت النتائج أن معدل التسميد الآزوتي 190 كغ N /هـ حقق أفضل المؤشرات الإنتاجية مقارنة بالمعدلات الأخرى، والتي انعكست بشكل مباشر على الغلة الحبية للنبات. كما تفوق موعد إضافة الآزوت على مرحلتين بعد الإنبات بأسبوع ويعد ثلاثة أسابيع على الموعد المبكر عند الزراعة معنوياً بزيادة قدرها 3.1% ما يعادل 0.179 طن/هكتار لصفة الغلة الحبية.

بناءً على ما سبق فقد هدف هذا البحث إلى دراسة تأثير الرش بتراكيز مختلفة من خل الخشب مع معدلين للسماد المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء.

مواد البحث وطرائقه:

نفذ البحث خلال العام 2023 في مركز البحوث العلمية الزراعية بحمص. يبين الجدول (1) بعض الظروف المناخية السائدة خلال فترة تنفيذ البحث. ودراسته نجد أن موقع الدراسة كان حاراً جافاً خلال فترة تنفيذ البحث حيث تراوح متوسط الحرارة العظمى بين 30.30م في شهر حزيران و 34.97م في شهر آب، والصغرى بين 18.86م في شهر حزيران و 23.00م في شهر آب، وكان الهطول المطري مهماً. وبشكل عام كانت الظروف مناسبة لزراعة الذرة الصفراء في المنطقة.

الجدول (1) درجات الحرارة العظمى والصغرى والهطول المطري في موقع الدراسة خلال الموسم الزراعي 2023

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

متوسط درجة الحرارة الصغرى م°	متوسط درجة الحرارة العظمى م°	مجموع الهطول المطري ملم	الشهر
18.86	30.30	0	حزيران
22.20	34.70	0	تموز
23.00	34.97	6.8	آب
20.36	32.70	0.7	أيلول

تم تحليل تربة الموقع قبل الزراعة، وأظهرت النتائج (الجدول، 2) أن التربة طينية ذات تفاعل قاعدي، فقيرة المحتوى بالأزوت ومتوسطة المحتوى بالبوتاسيوم وغنية بالفوسفور. الجدول (2) التحليل الفيزيائي والكيميائي لتربة الموقع المدروس.

تحليل مستخلص عجينة التربة			K PPM	P PPM	N PPM	توزع حجم جزيئات التربة		
كربونات الكالسيوم CaCo3	التوصيل الكهربائي مليموس / سم	حموضة التربة PH				طين %	سلت %	رمل %
0.421	0.15	7.54	185.6	12.6	11.36	57.6	20.4	22.0

تم زراعة صنف الذرة الصفراء غوطة-82، وهو صنف ذو نضج متوسط التبيكير 120-130 يوم، ونباتاته ذات نمو خضري وطول متوسط. عرانيسه متوسطة الحجم وتستدق في نهايتها وتحتوي على 14-16 صف من الحبوب. الحبوب صفراء منغورة قليلاً وتتوضع في

النصف الأول من الساق. إنتاجيته بحدود 6-7 طن/هكتار وقد يصل في بعض الأحيان 7-9 طن / هكتار. يبلغ معدل البذار للهكتار 35 كغ. وزن الألف حبة 270 معاملات التجربة:

1. معاملات الرش بخل الخشب:

1. معاملة الشاهد بدون رش.

2. الرش بخل الخشب بتركيز 3 مل/لتر.

3. الرش بخل الخشب بتركيز 6 مل/لتر.

4. الرش بخل الخشب بتركيز 9 مل/لتر.

تم الرش بخل الخشب وفق التراكيز المقترحة بمعدل ثلاث رشات الأولى في مرحلة النمو النشط عند تشكل الورقة الخامسة والثانية بعد الرشة الأولى بعشرة أيام والثالثة بعد الرشة الثانية بعشرة أيام.

2. معاملات التسميد المعدني:

1- التسميد NPK 100% من التوصية السمادية (180:150:120) كغ/هكتار.

2- التسميد NPK 50% من التوصية السمادية (90:75:60) كغ/هكتار.

تم إضافة الأسمدة الآزوتية على دفعتين الأولى بعد الإنبات والثانية بعد 3 أسابيع من الأولى أما الأسمدة البوتاسية والفوسفاتية فتم إضافة كامل الكمية قبل الزراعة عند تخطيط الأرض للزراعة.

تصميم التجربة والتحليل الإحصائي:

صممت التجربة وفق تصميم القطاعات العشوائية بترتيب القطع المنشقة لمرة واحدة حيث توضع معاملة التسميد المعدني بالقطع الرئيسية، ومعاملات الرش بخل الخشب في القطع المنشقة وبثلاثة مكررات.

عدد القطع التجريبية = 2 للسماد × 4 لخل الخشب × 3 مكررات = 24 قطعة تجريبية.

عدد الخطوط في القطعة 4 خطوط وطول الخط 4 م.

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

المسافة بين الخطوط 70 سم وبين النباتات على الخط نفسه 25 سم.
مساحة القطعة التجريبية 11.2 م².
مساحة التجربة المزروعة فعلاً $24 \times 11.2 = 268.8$ م².

المؤشرات المدروسة:

- ارتفاع النبات (سم): تم قياس متوسط ارتفاع النبات من قاعدة النبات عند سطح التربة وحتى بداية قاعدة النورة المذكورة.
- عدد الأوراق في النبات: تم عد الأوراق الخضراء مكتملة النمو في مرحلة الإزهار وحساب المتوسط الحسابي لها.
- مساحة المسطح الورقي الكلي للنبات (PLA) Plant Leaf Area (سم²): تم حساب متوسط مساحة الورقة (سم²) يدويا لكافة أوراق ثلاثة نباتات باستخدام مسطرة مدرجة، وذلك بقياس طول الورقة والعرض الأعظمي لها، وضرب حاصل الجداء بمعامل التصحيح 0.75 وفق المعادلة التالية:

$$\text{مساحة الورقة (سم}^2\text{)} = \text{طول الورقة (سم)} \times \text{أقصى عرض للورقة (سم)} \times 0.75$$

0.75: ثابت تصحيح مساحة الورقة للذرة الصفراء [9].

ومن ثم تم حساب مساحة المسطح الورقي الكلي للنبات:

$$\text{المسطح الورقي الكلي (سم}^2\text{/نبات)} = \text{مجموع مساحة جميع أوراق النبات.}$$

- تركيز الكلوروفيل في الأوراق عند الإزهار: تمت عملية تقدير محتوى الكلوروفيل في الأوراق الخضراء، بعد عملية الطحن، ثم أخذ 1 غ من الأوراق النباتية التي تم سحقها بهاون البورسلان وأضيف إليها 10 مل أسيتون 85 % أولاً ثم أضيف إليها كميات أخرى من الأسيتون حتى الزوال التام للون الأخضر للبقايا النباتية وتحولها للون الأبيض، ثم تم الترشيح في كأس مدرج وأكمل الحجم إلى 100مل بإضافة الأسيتون .

ثم تم القياس باستخدام جهاز Spectrophotometer موديل 001141 على الموجات 645-663 نانومتر، ثم حسبت تراكيز كل من الكلوروفيل a والكلوروفيل b حسب المعادلات التالية:

$$\text{تركيز الكلوروفيل a: } (663 \text{ عند OD} * 31.15) - (645 \text{ عند OD} * 9.57)$$

$$\text{تركيز الكلوروفيل b: } (645 \text{ عند OD} * 44.37) - (663 \text{ عند OD} * 11.89)$$

- وزن 100 حبة (غ): تم وزن مئة حبة لثلاثة عينات من كل قطعة وحساب المتوسط الحسابي لها.

- الغلة الحبية: (كغ/هـ): حسب [27] تم حصاد النباتات الناضجة باليد عندما ظهرت علامات نضج المحصول وذلك عند اصفرار الأوراق والساق وجفاف الحبوب وتصلبها ومقاومتها للضغط بالظفر وظهور طبقة سوداء عند اتصال قمة الحبوب بالقولحة، من ثم تم تقشير العرائيس وتجفيفها بأشعة الشمس ثم فرط الحبوب يدوياً وتذريتها وغربلتها وتنقيتها، ووزنت الحبوب النظيفة 100% بعدها قدرت الغلة الحبية بـ (كغ/هـ) على أساس المحتوى الرطوبي القياسي للبذور 15%.

$$A = Y \times \frac{100 - B\%}{100 - C}$$

حيث أن: C = 15% ، A: وزن الحبوب عند الرطوبة (15%).

Y : وزن الحبوب الحقيقي عند الحصاد.

B% : رطوبة الحبوب بعد الحصاد.

وحسبت رطوبة الحبوب بعد الحصاد وفق المعادلة التالية:

$$\%B = \frac{B_1 - B_2}{B_2} \times 100$$

B₁: وزن الحبوب قبل التجفيف. B₂: وزن الحبوب بعد التجفيف. B₁ - B₂: وزن رطوبة الحبوب.

النتائج والمناقشة:

1. تأثير معاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في ارتفاع نبات الذرة الصفراء في مرحلة النضج الفيزيولوجي:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (3) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة ارتفاع النبات في مرحلة النضج بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و 100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني F2(50%) و F1 (100%) من التوصية السماذية حيث بلغ متوسط ارتفاع النبات 152.31، 175.27 سم على التوالي.

ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط ارتفاع النبات (158.60، 174.62، 170.91) سم على التوالي وبنسبة زيادة قدرها (5.01%، 15.62%، 12.97%) مقارنة بالشاهد 151.02 سم وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التراكيز.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعدل السماذ وتراكيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% والرش بالتركيز 6 مل/لتر على باقي التراكيز حيث بلغ متوسط ارتفاع النبات 185.95 سم بزيادة قدرها (15.44%) مقارنة مع الشاهد 161.07، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى بارتفاع قدره 140.97 سم.

مما تقدم أظهرت النتائج أن الفروق بين معاملي التسميد المعدني F1 (100%) بلا رش V0 والتسميد F2 (50%) مع الرش بالتركيز 6 مل/لتر كانت غير معنوية وبالتالي يمكن تخفيف نسبة السماذ المعدني إلى 50% عند تطبيق معاملة الرش بالتركيز 6 مل/لتر.

الجدول (3) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في ارتفاع النبات في مرحلة النضج (سم)

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	
151.02c	140.97	161.07	V0: 0 (con)

158.60b	145.93	171.28	V1: 3 ml/l
174.62a	163.28	185.95	V2: 6 ml/l
170.91a	159.04	182.78	V3: 9 ml/l
-	152.31b	175.27a	F متوسط
LSD _{0.05} V=6.80 , LSD _{0.05} F=4.81, LSD _{0.05} V*F=9.61 , CV=3.4 %			

2. تأثير معاملة خل الخشب والسماذ المعدني في عدد الأوراق في النبات في مرحلة الإزهار:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (4) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة عدد الأوراق في النبات بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و 100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني F2(50%) و F1 (100%) من التوصية السمادية حيث بلغ متوسط عدد الأوراق في النبات 13.65، 14.78 ورقة/النبات على التوالي. ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط عدد الأوراق في النبات (13.86، 15.20، 14.99) ورقة/النبات على التوالي وبنسبة زيادة قدرها (8.11%، 18.56%، 1693%) مقارنةً بالشاهد 12.82 ورقة/النبات وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التراكيز.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعدل السماذ وتركيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% والرش بالتركيز 6 مل/لتر على باقي التراكيز حيث بلغ متوسط عدد الأوراق 15.92 ورقة بزيادة قدرها (20.61%) مقارنة مع الشاهد 13.20، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى معنوياً وبلغت 12.44 ورقة/النبات.

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

أظهرت النتائج أن الفروق بين معاملي التسميد المعدني 100 % بلا رش V0 والتسميد 50% مع الرش 3 مل/لتر كانت غير معنوية وبالتالي يمكن تخفيف 50% من السماذ المعدني عند تطبيق معاملة الرش. كما تفوقت معاملي التسميد المعدني 50% مع الرش 6 و 9 مل/لتر على معاملة التسميد 100% بلا رش.

الجدول (4) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في عدد الأوراق في النبات

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	
12.82c	12.44	13.20	V0: 0 (con)
13.86b	13.45	14.26	V1: 3 ml/l
15.20a	14.47	15.92	V2: 6 ml/l
14.99a	14.23	15.75	V3: 9 ml/l
-	13.65b	14.78a	متوسط F
LSD _{0.05} V=0.625 , LSD _{0.05} F=0.442, LSD _{0.05} V*F=0.884 , CV= 3.6%			

3. مساحة المسطح الورقي:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (5) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة مساحة المسطح الورقي بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و 100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني (50%) F2 و (100%) F1 من التوصية السماذية حيث بلغ متوسط مساحة المسطح الورقي 5452، 6736 سم²/نبات على التوالي. ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط مساحة المسطح الورقي (5988، 6343، 6197) سم²/نبات على التوالي وبنسبة

زيادة قدرها (2.40%، 8.46%، 5.95%) مقارنةً بالشاهد 5848 سم²/نبات وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التركيزات.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعاملي السماد وتركيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% والرش بالتركيز 6 مل/لتر على باقي التركيزات حيث بلغ متوسط مساحة المسطح الورقي 7016 سم²/نبات بزيادة قدرها (9.20%) مقارنة مع الشاهد 6425، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى معنوياً وبلغت 5270 سم²/نبات.

الجدول (5) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماد المعدني في مساحة المسطح الورقي عند الإزهار (سم²/نبات)

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	
5848c	5270	6425	V0: 0 (con)
5988bc	5376	6600	V1: 3 ml/l
6343a	5669	7016	V2: 6 ml/l
6197ab	5492	6901	V3: 9 ml/l
-	5452b	6736a	F متوسط
LSD _{0.05} V=255.9 , LSD _{0.05} F=181.0, LSD _{0.05} V*F=361.9 , CV= 3.4%			

تفسر زيادة ارتفاع النبات وعدد الأوراق ومساحة المسطح الورقي بسبب دور خل الخشب كمخصب عضوي يحتوي كمية من المركبات العضوية تقدر بحدود 10-20%، كما يحتوي على العديد من العناصر المعدنية المغذية مثل البوتاسيوم والكالسيوم والمغنيزيوم والحديد [11]. كما أن خل الخشب يعتبر بمثابة منظم نمو ورقي وله دور في زيادة انقسام الخلايا

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

والتشجيع على تناولها والمحافظة على المحتوى الرطوبي في أنسجة النبات واللازم لاستمرار عمليات النمو والتمثيل الضوئي حيث يعمل على التقليل من عملية فتح المسام على الأوراق وبالتالي يخفف من النتج وبنفس الوقت يزيد من مساحة الورقة والكتلة الحيوية الكلية للنبات كما يعزز من كفاءة استخدام المياه. وتتفق هذه النتائج مع [7;30;22].

4. محتوى الكلوروفيل أ في الأوراق في مرحلة الإزهار:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (6) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة محتوى الكلوروفيل أ في الأوراق في مرحلة الإزهار بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و 100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني (50% F2 و 100% F1) من التوصية السماذية حيث بلغ متوسط محتوى الكلوروفيل أ في الأوراق عند الإزهار 32.62، 40.24 ملغ/غ على التوالي. ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط محتوى الكلوروفيل أ (35.55، 39.56، 37.76) ملغ/غ على التوالي وبنسبة زيادة قدرها (8.23%، 20.41%، 14.94%) مقارنةً بالشاهد 32.85 ملغ/غ، وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التراكيز.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعاملي السماذ وتركيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% مع الرش بالتركيز 6 مل/لتر حيث بلغ متوسط محتوى الكلوروفيل أ عندها 43.87 ملغ/غ بزيادة قدرها (19.99%) مقارنة مع الشاهد 36.56 ملغ/غ، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى معنوياً وبلغت 29.14 ملغ/غ.

الجدول (6) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في الكلوروفيل أ في مرحلة الإزهار (ملغ/غ)

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	
32.85d	29.14	36.56	V0: 0 (con)
35.55c	31.44	39.67	V1: 3 ml/l

39.56a	35.24	43.87	V2: 6 ml/l
37.76b	34.66	40.85	V3: 9 ml/l
-	32.62b	40.24a	F متوسط
LSD _{0.05} V= 1.365 , LSD _{0.05} F= 0.965, LSD _{0.05} V*F= 1.930 , CV= 3.1%			

محتوى الكلوروفيل ب في الأوراق في مرحلة الإزهار:

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (7) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة محتوى الكلوروفيل ب في الأوراق في مرحلة الإزهار بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و 100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني (50%) و (100%) F1 من التوصية السمادية حيث بلغ متوسط محتوى الكلوروفيل ب في الأوراق عند الإزهار 10.33، 11.75 ملغ/غ على التوالي. ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط محتوى الكلوروفيل ب (10.57، 12.20، 11.38) ملغ/غ على التوالي وبنسبة زيادة قدرها (5.64%، 21.90%، 13.67%) مقارنةً بالشاهد 10.01 ملغ/غ، وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التراكيز.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعاملي السماد وتركيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% مع الرش بالتركيز 6 مل/لتر حيث بلغ متوسط محتوى الكلوروفيل ب عندها 13.18 ملغ/غ بزيادة قدرها (24.69%) مقارنة مع الشاهد 10.57 ملغ/غ، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى معنوياً وبلغت 9.45 ملغ/غ.

الجدول (7) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماد المعدني في الكلوروفيل ب في مرحلة الإزهار (ملغ/غ)

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

10.01c	9.45	10.57	V0: 0, con
10.57c	10.06	11.09	V1: 3 ml/l
12.20a	11.22	13.18	V2: 6 ml/l
11.38b	10.59	12.17	V3: 9 ml/l
-	10.33b	11.75a	F متوسط
LSD _{0.05} V=0.599 , LSD _{0.05} F=0.423, LSD _{0.05} V*F= 0.846, CV= 4.4%			

تفسر زيادة محتوى الكلوروفيل في أوراق النبات بسبب دور خل الخشب في عملية تحول النيتروجين إلى بروتين أو أحماض أمينية مما يساعد على سرعة تحسن نمو النباتات من خلال زيادة نسبة الكلوروفيل الذي يحوي في تركيبه النتروجين بالأساس، كما أنه يدخل في بروتينات الأنزيمات ويشكل جزءاً أساسياً من الصانعات الخضراء. وبشكل عام ازداد محتوى الكلوروفيل بسبب زيادة مساحة الأوراق وزيادة محتوى النتروجين في الأوراق عند الرش بخل الخشب، ويتفق ذلك مع [18].

5. وزن 100 حبة (غ):

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (8) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة وزن 100 حبة بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني (50% F2 و100% F1) من التوصية السماذية حيث بلغ متوسط وزن 100 حبة 27.64، 28.83 غ على التوالي. ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط وزن 100 حبة (28.04، 28.70، 28.56) غ على التوالي وبنسبة زيادة قدرها (1.49%)،

3.87%، 3.36%) مقارنةً بالشاهد 27.63 غ، وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التراكيز.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعاملي السماد وتركيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% مع الرش بالتركيز 6 مل/لتر حيث بلغ متوسط وزن 100 حبة عندها 29.52 غ بزيادة قدرها (5.77%) مقارنة مع الشاهد 27.91 غ، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى معنوياً وبلغت 27.36 غ.

مما تقدم أظهرت النتائج أن الفروق بين معاملي التسميد المعدني (100%) F1 بلا رش V0 والتسميد (50%) F2 مع الرش بالتراكيز 3، 6، 9 مل/لتر كانت غير معنوية وبالتالي يمكن تخفيف نسبة السماد المعدني إلى 50% عند تطبيق معاملة الرش بخل الخشب.

الجدول (8) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماد المعدني في وزن 100 حبة (غ)

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	
27.63b	27.36	27.91	V0: 0, con
28.04ab	27.52	28.56	V1: 3 ml/l
28.70a	27.88	29.52	V2: 6 ml/l
28.56a	27.80	29.31	V3: 9 ml/l
-	27.64b	28.83a	F متوسط
LSD _{0.05} V= 1.063, LSD _{0.05} F= 0.751, LSD _{0.05} V*F= 1.503, CV= 3.1%			

6. الغلة الحبيبة (كغ/هكتار):

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

بينت نتائج التحليل الإحصائي في الجدول (9) وجود فروق معنوية عند ($P \leq 0.05$) في صفة الغلة الحبية بين كل من معاملي التسميد المعدني 50% و 100% وتراكيز الرش بخل الخشب والتداخل المشترك بينهما.

لوحظ وجود فروق معنوية في معاملي التسميد المعدني F2(50%) و F1(100%) من التوصية السماذية حيث بلغ متوسط الغلة الحبية 5220، 7044 كغ/هكتار على التوالي. ولدى دراسة تأثير الرش بخل الخشب في كل من التراكيز المدروسة (3، 6، 9) بلغ متوسط الغلة الحبية (5683، 7124، 6660) كغ/هكتار على التوالي وبنسبة زيادة قدرها (12.31%، 40.79%، 31.62%) مقارنةً بالشاهد 5060 كغ/هكتار، وحقق التركيز 6 مل/لتر أعلى متوسط مقارنة مع باقي التراكيز.

أما عند دراسة التأثير المشترك لمعاملي السماذ وتركيز الرش تفوقت معنوياً معاملة التسميد المعدني 100% مع الرش بالتركيز 6 مل/لتر حيث بلغ متوسط الغلة الحبية عندها 8363 كغ/هكتار بزيادة قدرها (49.25%) مقارنة مع الشاهد 5607 كغ/هكتار، في حين كانت معاملة التسميد 50% بلا رش (الشاهد) الأدنى معنوياً وبلغت 4513 كغ/هكتار.

مما تقدم أظهرت النتائج أن الفروق بين معاملي التسميد المعدني F1(100%) بلا رش V0 والتسميد F2(50%) مع الرش بالتركيز 6 مل/لتر كانت غير معنوية وبالتالي يمكن تخفيف نسبة السماذ المعدني إلى 50% عند تطبيق معاملة الرش بخل الخشب 6 مل/لتر، والمحافظة على غلة حبية مثلى.

الجدول (9) تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في الغلة الحبية (كغ/هكتار)

متوسط V	معاملة التسميد F (NPK)		الرش بخل الخشب V
	F2:90-75-60	F1:180-150-120	
5060d	4513	5607	V0: 0, con
5683c	4971	6395	V1: 3 ml/l
7124a	5886	8363	V2: 6 ml/l

6660b	5510	7810	V3: 9 ml/l
-	5220b	7044a	متوسط F
LSD _{0.05} V= 199.2 , LSD _{0.05} F= 281.7, LSD _{0.05} V*F= 398.3 , CV= 3.8%			

زادت إنتاجية الذرة الصفراء عند المعاملة بخل الخشب، ويعود ذلك لدوره في تحسين مواصفات النمو الخضري (الجدول، 3-7)، ويتفق ذلك مع العديد من الدراسات التي أشارت إلى دور خل الخشب في تعزيز نمو النبات وتحسين إنتاجيته [24;13;21;25;22]

الاستنتاجات والمقترحات:

- تفوقت معاملة الرش بخل الخشب 6 مل/لتر بمعدل ثلاث رشات قبل الإزهار وكانت الفروق بينها وبين التركيز الأعلى 9 مل/لتر غير معنوية في أغلب الصفات.
- حقق التداخل (معاملة التوصية السمادية 100% مع الرش بخل الخشب 6 مل/لتر) أفضل القيم، حيث بلغ متوسط ارتفاع النبات 185.95 سم، وعدد الأوراق في النبات 15.92 ورقة/نبات، ومساحة المسطح الورقي 7016 سم²/نبات، محتوى الكلوروفيل أ 43.87 ملغ/غ والكلوروفيل ب 13.18 ملغ/غ، مما أدى إلى زيادة متوسط وزن 100 حبة والذي بلغ 29.52 غ والغلة الحبية 8363 كغ/هكتار.
- أظهرت النتائج أن الفروق بين معاملي التسميد المعدني 100 % بلا رش 70 والتسميد 50% مع الرش 6 مل/لتر كانت غير معنوية وبالتالي يمكن تخفيف 50% من السماد المعدني عند تطبيق معاملة الرش.

بناءً على ما سبق نقترح ما يلي:

تأثير المعاملة بخل الخشب والسماذ المعدني في بعض صفات النمو والإنتاجية للذرة الصفراء

- للحصول على أعلى طاقة إنتاجية لصنف الذرة الصفراء غوطة-82 يجب الرش بخل الخشب ثلاث مرات قبل الإزهار بتركيز 6 مل/لتر مع التسميد بكامل الاحتياجات السمادية (120-150-180) NPK.
- لترشيد استخدام الأسمدة المعدنية ينصح بتوفير 50% من الأسمدة المعدنية اللازمة للذرة الصفراء والرش بخل الخشب 6 مل/لتر مع المحافظة على إنتاجية مقبولة.

المراجع:

- 1-الأسويد، حسام (2022). استجابة محصول الذرة الصفراء لعمق الحراثة الشاقة وكمية الآزوت المضافة للتربة الزراعية في منطقة حمص. أطروحة ماجستير، كلية الهندسة الزراعية. جامعة البعث، 119 ص.
- 2-حياص، بشار؛ مهنا، أحمد (2007). إنتاج محاصيل الحبوب والبقول، القسم النظري، منشورات جامعة البعث-كلية الزراعة، 340 ص.
- 3-عبد الحميد، عماد؛ علي ديب، طارق (2004). إنتاج محاصيل الحبوب وتكنولوجياها. منشورات جامعة تشرين، ص 400.
- 4-العلي، سمر (2022). السلوكية الوراثية لصفة الغلة الحبية ومكوناتها لهجن من الذرة الصفراء تحت معاملات زراعية مختلفة. أطروحة دكتوراه، كلية الهندسة الزراعية. جامعة البعث، 198 ص.
- 5-المجموعة الإحصائية الزراعية السنوية (2022). وزارة الزراعة والإصلاح الزراعي. سورية.

6-معلا، محمد يحيى ونزار علي حريا. (2005). تربية المحاصيل الحقلية. القسم النظري. منشورات جامعة تشرين.

7-Benzon, H.R.L., M.R.U. Rubenecia, V.U. Ultra Jr. and S.C. Lee. (2015). Chemical and biological properties of paddy soil treated with herbicides and pyroligneous acid. J Agric Sci.7(4):20-29. doi:10.5539/jas.7(4): 20.

8-Dissatian, A.; Sanitchon, J.; Pongdontri, P.; Jongrunklang, N.; Jothityangkoon, D. (2018). Potential of wood vinegar for enhancing seed germination of three upland rice varieties by suppressing malondialdehyde production. J. Agric. Sci. 40, 371-380.

9-El-Sahookie, M.M. (1985). A short Method for estimating plant leaf area in maize. Journal of Agronomy and Crop Science 154: 157-160.

10-Gourkhede, P.H.; Patil, V.D.; Pathrikar, D.T. (2017). Effect of foliar feeding of gluconate and EDTA chelated plant nutrients on yield, quality and nutrient concentration in Bt cotton. Cotton Res. Dev. Assoc. 31, 74-81.

11-Grewal, A.; Abbey, L.; Gunupuru, L.R. (2018). Production prospects and potential application of pyroligneous acid in agriculture. J. Anal. Appl. Pyrolysis. 135, 152-159.

- 12-Jeong, K.W.; Kim, B.S.; Ultra, V.U.; Lee, S.C. (2015). Effects of Rhizosphere Microorganisms and Wood Vinegar Mixtures on Rice Growth and Soil Properties. *Korean J. Crop. Sci.*, 60, 355–365.
- 13-Kang, M.Y., K.H. Heo, J.H. Kim, S.S. Cho, P.D. Seo, C.M. Rico and S.C. Lee. (2012). Effects of carbonized rice hull and wood charcoal mixed with pyroligneous acid on the yield, and antioxidant and nutritional quality of rice. *Turk J Agric For.* 36: 45–53.
- 14-Khodarahmpour, Z.; Ifar, M.; Motamedi, M. (2012). Effects of NaCl salinity on maize (*Zea mays* L.) at germination and early seedling stage. *African Journal of Biotechnology* 11, 298–304.
- 15-Laurie, C. C.; S. D. Chasalaw.; J. R. Ledeaux.; R. Mc. Carrola.; D. Bush.; B. Hang.; C. Lai.; D. Clark.; T. R. Rocheford and J. W. Dudely. (2004). The genetics architecture of response to long- term artificial selection for oil concentration in maize kernel. *Genetics*.168 2141–2155.
- 16-Mostafavi KH, Sadeghi Geive H, Dadresan M, Zarabi M (2011). Effects of drought stress on germination indices of corn hybrids (*Zea mays* L.). *Int. J. AgriSci.* 1 (2):10–18.
- 17-Mungkunkamchao, T.; Kesmala, T.; Pimratch, S.; Toomsan, B.; Jothityangkoon, D. (2013). Wood vinegar and fermented bioextracts: Natural products to enhance growth and yield of tomato (*Solanum lycopersicum* L). *Sci. Hortic.* 154, 66–72.

- 18-Myint, A., T. yama Kawa, Y. Kajihara and T. Zenmoy. 2010. Application of different organic and mineral fertilizers on the growth Yield and nutrient accumulation of rice in a japanese ordinary paddy field. Sci. Word.J.5(2):47-54.
- 19-Okporie, E. O. and I. U. Obi. (2020). Estimation of genetic grain in protein and oil of eight population of maize (*Zea mays* L.) after three cycles of Reciprocal Recurrent selection. J. of. Agric. Sci 20: 40-45.
- 20-Paliwal, R. L.; G.Grandos.; H. R. Laffitte and A.D. Violic. (2000).Tropical maize improvement and production .FAO. Plant. Prod. and. Prot. Series. No.28.
- 21-Prasertsit, K., N. Rattanawan and J. Ratanapisit. (2011). Effects of wood vinegar as an additive for natural rubber products. Songklanakarin J. Sci. Technol. 33(4):425-430.
- 22-Rocha LV, Digma GL (2022) Growth and Yield of White Corn (*Zea mays* L.) as Affected by Growth Enhancer. Agrotechnology. 11:289.
- 23- Rose H. L. Benzon and Lee Sang Chul (2016). Potential of Wood Vinegar in Enhancing Fruit Yield and AntioxidantCapacity in Tomato. Korean J. Plant Res. 29 (6):704-711.
- 24- Rui, Z., D. Wei, Y. Zhibin, Z. Chao, and A. Xiaojuan. (2014). Effects of wood vinegar on the soil microbial characteristics. J Chem Pharma Res. 6(3):1254-1260.

- 25-Simma, B.; Polthanee, A.; Goggi, A.S. (2017). Wood vinegar seed priming improves yield and suppresses weeds in dryland directseeding
- 26-Sun, R.; Cheng, G.; Li, Q.; He, Y.; Wang, Y.; Lan, Y.; Li, S.; Zhu, Y.; Song, W.; Zhang, X (2017). Light-induced variation in phenolic compounds in cabernet sauvignon grapeseeds (*Vitis vinifera* L.) involves extensive transcriptome reprogramming of biosynthetic enzymes transcription factors and phytohormonal regulators. *Front. Plant Sci.* 8, 547.
- 27-Tikhanov A.B (1979). *Khakasberekaioshe Abrabotka Botshfe B Odesske Oblacte, Odessa, Maiak, 186p. 11-12p.*
- 28-Unay, A.; H. Basal and C. Konak. (2004) . Inheritance of Grain yield in half – Diallel maize population. *Turk. J. Agri.* 28 239–244.
- 29-Yu, L.; Lin, A.; Li, T.; Yuan, L.; Zhao, Q. (2014). Effects of spraying low molecular organic compounds on growth and nutrients uptake of rape (*Brassica Chinensis* L.). *J. Plant Nutr. Fertil.* 20, 1560–1568.
- 30-Zhu, K.; Liu, J.; Luo, T.; Zhang, K.; Khan, Z.; Zhou, Y.; Cheng, T.; Yuan, B.; Peng, X.; Hu, L. (2022). Wood Vinegar Impact on the Growth and Low-Temperature Tolerance of Rapeseed Seedlings. *Agronomy*, 12, 2453.

دراسة استقرار المعادلة التفاضلية اللاخطية ذات تأخير

زمني

المشرف الدكتور سامح العرجة

الاسم: وفاء خضر شحادة

ملخص البحث:

في هذا البحث سندرس الاستقرار التقاربي للحل الصفري والحلول الدورية بتطبيق نظرية النقطة الثابتة للمعادلات التفاضلية اللاخطية من الشكل:

$$\dot{x}(t) = -a(t, x_t)x(t) + F(t, x_t) \quad (1.1)$$

أو من الشكل

$$\dot{x}(t) = -g(t, x(t)) + F(t, x_t) \quad (1.2)$$

حيث $a(t, x_t), F(t, x_t) \in C(R^+ \times \mathbb{C}, R)$ و $g(t, x(t)) \in C^1(R \times R, R)$ و

$$\mathbb{C} = C([-r, 0], R)$$

. $r > 0$ و $\theta \in [-r, 0]$ من أجل $x_t(\theta) = x(t + \theta)$

كلمات مفتاحية: معادلات تفاضلية، استقرار تقاربي، نظرية النقطة الثابتة، تأخير زمني

Study of stability of a nonlinear differential equation with delay

Abstract

First, we consider the nonlinear differential equation with bounded delay by using the fixed point theory:

$$\dot{x}(t) = -a(t, x_t)x(t) + F(t, x_t)$$

Or

$$\dot{x}(t) = -g(t, x(t)) + F(t, x_t)$$

where $g(t, x(t)) \in a(t, x_t), F(t, x_t) \in C(R^+ \times \mathbb{C}, R), C^1(R \times R, R),$

$x_t(\theta) = x(t + \theta)$ any $\theta \in [-r, 0], r > 0$

$\mathbb{C} = C([-r, 0], R)$

Key words: asymptotic stability, variable delay, fixed-point theory, differential equation.

المشكلة وأهمية البحث:

وجدنا صعوبة بدراسة الاستقرار باستخدام تابع لبيانوف للمعادلات التفاضلية من الشكل:

$$\dot{x}(t) = -a(t, x_t)x(t) + F(t, x_t)$$

$$\dot{x}(t) = -g(t, x(t)) + F(t, x_t)$$

وجدنا أن استخدام مبرهنة النقطة الثابتة أسهل لدراسة الاستقرار لهذا النوع من المعادلات.

مقدمة :

يلعب الاستقرار دورا مهما في نظرية النظم الديناميكية حيث كانت طريقة لبيانوف المباشرة قبل أكثر من مئة سنة الأداة الأساسية للتعامل مع مسائل الاستقرار [11,14,22] إلا أن بناء تابع لبيانوف يعتمد على التجريب وليس له تقنية محددة، وعادة تتطلب شروط نقطية بينما العديد من النماذج الديناميكية في الواقع لها شروط على شكل معدلات، وقد تم تجاوز هذه العقبات باستخدام نظرية النقطة الثابتة حيث كان بورتن أول من درس الاستقرار باستخدام نظرية النقطة الثابتة [2,3,5]، حيث توضع الشروط على شكل معدلات [5]. للمقارنة بين الطريقتين يمكن رؤية [4] و [5] وقد تم دراسة الاستقرار على المعادلات النصف خطية بتطبيق نظرية لبيانوف.

تعريف ليكن (M, d) فضاء مترى نقول عن التطبيق $A: M \rightarrow M$ أنه تطبيق ضاغط أي كان x, y تنتمي الى M إذا وجد عدد $0 < \alpha < 1$ بحيث $d(Bx, By) < \alpha d(x, y)$.

مبرهنة النقطة الثابتة لباناخ: بفرض M مجموعة مغلقة غير خالية في فضاء باناخ B على الحقل K وليكن المؤثر $A: M \rightarrow M$ مؤثر ضاغط عندئذ يملك نقطة ثابتة وحيدة في المجموعة M .

تعريف نقول عن نقطة التوازن X_e أنها مستقرة تقاربياً إذا تحقق الشرط :

$$\forall \delta > 0; \|X(t_0) - X_e\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \|X(t)\| = X_e$$

1- طريقة مبدأ التطبيق الضاغط: نبدأ بالمعادلة التفاضلية (1.1).

أولا الفرضيات:

H_1 يوجد التوابع المستمرة $a_1, a_2 \in C(R, R)$ بحيث $a_1(t) \leq a(t, x_t) \leq a_2(t)$.

H_2 : بفرض $F(t, 0) = 0$ و L عدد موجب والتابع المستمرة $b_1 \in C(R, R^+)$ بحيث

$$\emptyset, \psi \in \mathbb{C}_L := \{x \in \mathbb{C}: |x| \leq L\} \text{ من أجل } |F(t, \emptyset) - F(t, \psi)| \leq b_1 |\emptyset - \psi|$$

مبرهنة 1.1

بفرض H_1, H_2 محققة إذا وجد عدد ثابت $\alpha \in]0, 1[$ بحيث

$$\int_0^t e^{-\int_s^t a_1(u) du} b_1(s) ds \leq \alpha, t \geq 0: H_3$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t a_1(s) ds \rightarrow +\infty: H_4$$

عندئذ الحل الصفري للمعادلة (1.1) مستقر تقاربياً.

البرهان:

من أجل $t_0 > 0$ نجد $\delta_0 \geq 0$ بحيث $\delta_0 \leq L$ و $\delta_0 K_1 + \alpha L \leq L$ بحيث:

$$K_1 := \text{SUP} \left\{ e^{-\int_{t_0}^t a_1(s) ds} \right\}$$

ينتج من (H_2) أنه من أجل $\emptyset \in \mathbb{C}$ يوجد حل وحيد للمعادلة (1.1).

بمعنى أن:

$$\psi \in \mathbb{C}_{\delta_0} := \{x \in \mathbb{C} : |x| \leq \delta_0\}$$

ليكن $u(t) = u(t, t_0, \psi)$ الحل الوحيد للمعادلة (1,1)

من أجل (t_0, ψ) على اعتبار مسألة القيمة الحدية

$$\dot{x}(t) = -a(t, u_t)x(t) + F(t, x_t) \quad ; \quad x_{t_0} = \psi \dots (1,3)$$

نضرب طرفي المعادلة (1,3) بـ $e^{\int_{t_0}^t a(s, u_s) ds}$ ثم نكامل من t_0 الى t عندئذ حل المعادلة (1,3) يكتب بالشكل:

$$x(t) = \psi(0)e^{-\int_{t_0}^t a(s, u_s) ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a(\tau, u_\tau) d\tau} F(s, x_s) ds$$

ليكن

$$\Omega = \left\{ x \in C([t_0-r, +\infty[, R) : x_0 = \psi, |x_t| \leq L ; t \geq t_0 ; \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0 \right\}$$

نعرف التطبيق $p: \Omega \rightarrow C([t_0-r, +\infty[, R)$ بحيث

$$(px)(t) = \begin{cases} \psi(t - t_0) & t_0 - r \leq t \leq t_0 \\ \psi(0)e^{-\int_{t_0}^t a(s, u_s) ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a(\tau, u_\tau) d\tau} F(s, x_s) ds & t \geq t_0 \end{cases}$$

عندئذ Ω فضاء متري حيث القياس: $\rho(x, y) = \sup_{t \geq t_0-r} |x(t) - y(t)|$

بعد ذلك نرى بأن p تطبيق من Ω الى Ω وإن $x \in \Omega$ و px مستمر و $(px)(t) = \psi(t - t_0)$ من أجل $t \in [t_0 - r, t_0]$

$$|(px)(t)| \leq |\psi(0)|e^{-\int_{t_0}^t a(s,u_s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau)d\tau} b_1(s)|x_s|ds$$

$$\leq \delta_0 K_1 + \alpha |x_s| \leq \delta_0 K_1 + \alpha L \leq L \quad , t \geq t_0$$

ليكن $(px)(t) \in C_L$ من أجل $t \geq t_0$ نرى بأن $(px)(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$ باستخدام H_4 لدينا

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\int_{t_0}^t a_1(s)ds} = 0$$

وبالتالي الحد الأول من الطرف الأيمن لـ $(px)(t)$ يسعى نحو لصفر، بقي أن نثبت أن الحد الثاني من الطرف الأيمن لـ $(px)(t)$ يسعى نحو الصفر.

إن $x \in \Omega$ تؤدي الى أن $|x(t)| < L$ من أجل $t \geq t_0$ ومن أجل أي $\varepsilon > 0$ يوجد $t_1 > t_0$ بحيث $|x(t)| < \varepsilon$ من أجل $t \geq t_1$ ينتج من (H_4) أنه يوجد $t_2 > t_1$ بحيث أن

$$e^{-\int_{t_1+r}^t a_1(s)ds} < \frac{\varepsilon}{\alpha L}$$

من أجل $t > t_2$ لدينا:

$$\left| \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a(\tau,u_\tau)d\tau} F(s,x_s)ds \right|$$

$$\leq \int_{t_0}^{t_1+r} e^{-\int_s^t a(\tau,u_\tau)d\tau} |F(s,x_s)|ds$$

$$+ \int_{t_1+r}^t e^{-\int_s^t a(\tau,u_\tau)d\tau} |F(s,x_s)|ds \leq$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{t_0}^{t_1+r} e^{-\int_s^t a_1(\tau) d\tau} b_1(s) |x_s| ds + \int_{t_1+r}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau) d\tau} b_1(s) |x_s| ds \\
 & \leq e^{-\int_{t_1+r}^t a_1(\tau) d\tau} \int_{t_0}^{t_1+r} e^{-\int_s^{t_1+r} a_1(\tau) d\tau} b_1(s) |x_s| ds \\
 & + \int_{t_1+r}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau) d\tau} b_1(s) |x_s| ds \\
 & \leq L e^{-\int_{t_1+r}^t a_1(\tau) d\tau} \int_{t_0}^{t_1+r} e^{-\int_s^{t_1+r} a_1(\tau) d\tau} b_1(s) ds \\
 & + \varepsilon \int_{t_1+r}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau) d\tau} b_1(s) ds \leq \alpha L e^{-\int_{t_1+r}^t a_1(\tau) d\tau} + \alpha \varepsilon \\
 & < \varepsilon + \alpha \varepsilon = (1 + \alpha) \varepsilon
 \end{aligned}$$

لذلك $\lim_{t \rightarrow +\infty} px(t) = 0$ و $(px) \in \Omega$.

لنثبت أن $(px)(t)$ تطبيق ضاغط من اجل $x, y \in \Omega$:

$$\begin{aligned}
 |(px)(t) - (py)(t)| & \leq \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a(\tau, u_\tau) d\tau} |F(s, x_s) - F(s, y_s)| ds \\
 & \leq \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau) d\tau} |F(s, x_s) - F(s, y_s)| ds \\
 & \leq \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau) d\tau} b_1(s) |x_s - y_s| ds \leq \alpha \rho(x, y)
 \end{aligned}$$

باستخدام مبدأ التطبيق الضاغط يملك p نقطة ثابتة وحيدة في Ω والتي هي حل للمعادلة (1,3) والتي تسعى نحو الصفر عندما $t \rightarrow +\infty$.

من الواضح أن الحل الوحيد للمعادلة (1,3) هو $u(t)$ لذلك

$\lim_{t \rightarrow +\infty} (u, t, t_0, \psi) = 0$ للحصول على الاستقرار التقاربي نحتاج أن نرى أن الحل الصفري لـ (1,1) مستقر من أجل كل $\varepsilon > 0$ يمكن أن نختار $\delta > 0$ بحيث $\delta < \frac{(1-\alpha)\varepsilon}{K_1}$ عندئذ نحصل:

$$|u(t)| \leq |\psi(0)|e^{-\int_{t_0}^t a_1(s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau)d\tau} b_1(s)|u_s|ds$$

$$\leq K_1|\psi| + \alpha|u_s| \leq K_1|\psi| + \alpha\|u\| \quad , t \geq t_0$$

حيث $\|u\| = \text{SUP}_{t \geq t_0-r} |u(t)|$ ، عندئذ $|\psi| < \delta$ يؤدي الى $\varepsilon < \frac{\delta K_1}{1-\alpha}$ لذلك نحصل على أن الحل الصفري للمعادلة (1,1) مستقر تقاربياً.

مبرهنة 1,2

بفرض الشروط H_1, H_2, H_3 محققة من أجل (1,1) و

$$(H_5) \liminf_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t a_1(s)ds > -\infty$$

إذا كان الحل الصفري لـ (1,1) مستقر تقاربياً عندئذ

$$(H_6) \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t a_2(s)ds = +\infty$$

البرهان: سنثبت المبرهنة بالفرض الجدلي

بفرض (H_6) غير محقق. بما أن $a_1(t) \leq a(t, x_t) \leq a_2(t)$ عندئذ من (H_5) يؤدي

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \inf \int_0^t a_2(s)ds > -\infty$$

ويوجد متتالية $\{t_n\}$ حيث $t_n \rightarrow +\infty$ و $n \rightarrow +\infty$ بحيث $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{t_n} a_2(s)ds =$ من أجل $l \in R$ نختار عدد موجب ثابت q بحيث

$$-q \leq \int_0^{t_n} a_2(s) ds \leq q \quad n = 1, 2, \dots$$

إذا كانت H_6 غير محققة فإن H_4 غير محققة أيضاً. باستخدام H_5 من أجل المتتالية $\{t_n\}$ المعرفة سابقاً يمكن أن نختار عدد موجب R يحقق: $-R \leq \int_0^{t_n} a_1(s) ds \leq R$ لذلك يؤدي الى

$$\begin{aligned} \int_0^{t_n} e^{\int_0^s a_1(u) du} b_1(s) ds &= e^{\int_0^{t_n} a_1(s) ds} \int_0^{t_n} e^{-\int_s^{t_n} a_1(u) du} b_1(s) ds \\ &\leq \alpha e^{\int_0^{t_n} a_1(s) ds} < e^R \end{aligned}$$

فالممتتالية $\left\{ \int_0^{t_n} e^{\int_0^s a_1(u) du} b_1(s) ds \right\}$ محدودة لذلك توجد متتالية جزئية متقاربة للايجاز في التقييم نفرض المتتالية $\left\{ \int_0^{t_n} e^{\int_0^s a_1(u) du} b_1(s) ds \right\}$ متقاربة. نختار عدد صحيح موجب k كبير جدا بحيث

$$\int_{t_k}^{t_n} e^{\int_0^s a_1(u) du} b_1(s) ds \leq \frac{1 - \alpha}{2K_1^2 e^{2q}} \quad ; n \geq k$$

يمكن أن نعتبر الحل $x(t) = x(t, t_k, \psi)$ بحيث أن $\delta_0 \equiv \psi(s - t_k)$ من أجل $s \in$

$$\begin{aligned} |x(t)| &\leq \delta_0 e^{-\int_{t_k}^s a_1(u) du} + \int_{t_k}^t e^{-\int_s^t a_1(u) du} b_1(s) |x_s| ds \leq \delta_0 K_1 + \alpha |x_t| \end{aligned}$$

لدينا $|x_t| < \frac{\delta_0 K_1}{1 - \alpha}$ من أجل $t \geq t_k$.

من ناحية أخرى من أجل n كبيرة بقدر كاف لدينا:

$$x(t_n) = x(t_k) e^{-\int_{t_k}^{t_n} a(s, u_s) ds} + \int_{t_k}^{t_n} e^{-\int_s^{t_n} a(\tau, u_\tau) d\tau} F(s, x_s) ds$$

$$\begin{aligned}
 |x(t_n)| &\geq \delta_0 e^{-\int_{t_k}^{t_n} a_2(s) ds} - \left| \int_{t_k}^{t_n} e^{-\int_s^{t_n} a(\tau, u_\tau) d\tau} F(s, x_s) ds \right| \\
 &\geq \delta_0 e^{-\int_{t_k}^{t_n} a_2(s) ds} - \int_{t_k}^{t_n} e^{-\int_s^{t_n} a(\tau, u_\tau) d\tau} |F(s, x_s)| ds \\
 &\geq \delta_0 e^{-\int_{t_k}^{t_n} a_2(s) ds} - \int_{t_k}^{t_n} e^{-\int_s^{t_n} a_1(\tau) d\tau} b_1(s) |x_s| ds \\
 &\geq \delta_0 e^{-\int_{t_k}^{t_n} a_2(s) ds} \\
 &\quad - \frac{\delta_0 K_1}{1-\alpha} e^{-\int_0^{t_n} a_1(\tau) d\tau} \int_{t_k}^{t_n} e^{\int_0^s a_1(\tau) d\tau} b_1(s) ds
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e^{-\int_{t_k}^{t_n} a_2(s) ds} &= e^{\int_{t_n}^0 a_2(s) ds} e^{\int_0^{t_k} a_2(s) ds} = \text{لكن} \\
 e^{-\int_0^{t_n} a_2(s) ds} e^{\int_0^{t_k} a_2(s) ds} &\geq e^{-2q}
 \end{aligned}$$

$$K_1 \leq e^{-\int_0^{t_n} a_1(s) ds}$$

لذلك

$$|x(t_n)| \geq \delta_0 e^{-2q} - \frac{\delta_0 K_1}{1-\alpha} K_1 \frac{1-\alpha}{2K_1^2 e^{2q}} = \frac{1}{2} \delta_0 e^{-2q}$$

يؤدي الى أن $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) \neq 0$ وهذا يناقض الفرض وبذلك يتم المطلوب.

نتيجة 1,1

إذا كان $a(t) \equiv a(t, x_t)$ و H_2, H_3, H_5 محققة عندئذ الحل الصفري (1,1) مستقر

تقاربيا إذا فقط إذا كان $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t a(s) ds \rightarrow +\infty$

ندرس المعادلة التفاضلية ذات التأخير الزمني لـ (1,2). وبشكل مشابه لـ (1,1) إذا فرضنا أن

$$(H_7) \dots g(t, 0) = 0$$

يوجد تابعان مستمران $a_1, a_2 \in C(R, R)$ بحيث:

$$a_1(t) \leq \frac{\partial g(t, x)}{\partial x} \leq a_2(t)$$

عندئذ لدينا المبرهنة:

مبرهنة 1,3

بفرض H_2, H_4, H_7 محققة عندئذ الحل الصفري لـ (1,2) مستقر تقاربياً.

البرهان: من أجل $g \in C^1$ و $g(t, 0) = 0$ عندئذ:

$$g(t, x) = \left[\int_0^1 \frac{\partial g(t, sx)}{\partial x} ds \right] x$$

يمكن أن نكتب المعادلة (1,2) كما المعادلة (1,1) بحيث:

$$a_1(t) \leq a(t, x_t) \leq a_2(t)$$

عندئذ بالاعتماد على المبرهنة (1.1) يكون الحل الصفري للمعادلة (1,2) مستقر تقاربياً.

المبرهنة 1,4

بفرض H_2, H_3, H_5, H_7 محققة إذا كان الحل الصفري للمعادلة (1,2) مستقر تقاربياً
عندئذ H_6 محققة.

2- طريقة مبرهنة النقطة الثابتة لشاوور:

بفرض أن حلول (1,1) و (1,2) موجودة ووحيدة ويوجد تابع $b_2(t) \in C(R, R)$
بحيث:

$$H_8 : |F(t, \emptyset)| \leq |b_2(t)| |\emptyset|$$

$$H_9 : \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (a_1(s) - b_2(s)) ds = +\infty$$

مثال تطبيقي على المعادلة (1,1) لتكن المعادلة الخطية:

$$\dot{q}(t) = [-a_1(t) + |b_2(t)|]q(t) \dots \dots (2,4)$$

من أجل كل $t \geq 0$ نرى بأن الحل الوحيد للمعادلة (2,4) ويكتب:

$$q(t) = \beta e^{\int_{t_0}^t (b_2(s) - a_1(s)) ds} \quad t \geq t_0 \dots (2,5)$$

$$q(t_0) = \beta > 0 \text{ حيث}$$

ينتج من (H_9) أن $q(t) \rightarrow 0$ حيث $t \rightarrow \infty$ و

$$0 \leq q(t) \leq \beta e^{\sigma} := \gamma \quad t \geq t_0$$

$$\sigma = \sup \left\{ \int_{t_0}^t (b_2(s) - a_1(s)) ds ; t \geq t_0 \right\} \leq +\infty$$

من البديهي أن نرى بأن الحل الصفري لـ (2,4) مستقر تقريبا.

تعريف 2,1 (متساوي التقارب) نسمي المجموعة S من التتابع ذات القيم الحقيقية على المجال $[-r, +\infty[$ متساوية التقارب نحو الصفر إذا وفقط إذا كان التابع $q: R^+ \rightarrow R^+$ بحيث أن $q(t) \rightarrow 0$ وذلك من أجل $\varphi \in S$ و $t \in R^+$ و $|\varphi(t)| \leq q(t)$ محققة.

تمهيدية 2,1 [5] إذا كانت المجموعة $\{\varphi_k(t)\}$ للتتابع ذات القيمة الحقيقية على $[-r, +\infty[$ متساوية التقارب نحو الصفر فيما يتعلق بالتابع المستمر $q: R^+ \rightarrow R^+$ عندئذ المتتالية $\{\varphi_k(t)\}$ تحوي على متتالية جزئية متقاربة بانتظام على R^+ نحو التابع المستمرة $\varphi(t)$ بحيث $|\varphi(t)| \leq q(t)$ على R^+ .

مبرهنة 3,1

من أجل المعادلة (1.1) إذا كانت H_9, H_8, H_1 محققة عندئذ الحل الصفري للمعادلة (2,4) مستقر،

البرهان:

من أجل كل $\varepsilon \in]0, \gamma[$ و $t_0 \in R^+$ يوجد $\eta = \eta(\varepsilon, t_0) \in]0, \beta[$ بحيث من أجل أي q_0

$|q_0| \leq \eta$ بحيث $|q(t, t_0, q_0)| < \varepsilon$ من أجل كل $t \geq t_0$ من أجل $\psi \in \mathbb{C}_\eta$ نعرف

$$S = \{u \in C([t_0 - r, +\infty[, R) ; u_{t_0} = \psi ; |u(t)| \leq q(t) \quad , t \geq t_0\}$$

بحيث

$$|u(t_1) - u(t_2)| \leq L|t_1 - t_2| ; t_1, t_2 \in R^+ , t_0 \leq \tau_1 \leq t_1 , t_2 \leq \tau_2$$

$$L = L(\tau_1, \tau_2) = \max_{t \in [\tau_1, \tau_2]} \{|a_1(t)|\gamma + |a_2(t)|\gamma + |b_2(t)|\gamma\} \text{ حيث}$$

$q(t)$ معرفة بالعلاقة (2,5)

$$|q(t)| \leq \gamma \text{ حيث } \beta = \eta$$

$$|\dot{q}(t)| \leq |a_1(t)|\gamma + |b_2(t)|\gamma \leq L, t \geq t_0 \dots (2,6)$$

نعرف:

$$\xi(t) := \begin{cases} \psi(t - t_0) & ; t_0 - r \leq t \leq t_0 \\ \frac{\psi(0)q(t)}{\eta} & ; t \geq t_0 \end{cases}$$

$$|\xi(t)| \leq \frac{|\psi(0)||q(t)|}{\eta} \leq \frac{|\psi||q(t)|}{\eta} \leq |q(t)| ; t \geq t_0 \text{ عندئذ}$$

ينتج من (2,6) أن:

$$|\xi(t_1) - \xi(t_2)| = \frac{\psi(0)}{\eta} |q(t_1) - q(t_2)| \leq L|t_1 - t_2| ;$$

من أجل $\tau_1 \leq t_1, t_2 \leq \tau_2$ يوجد $\xi \in S$ من التمهيدية 2,1 نستطيع أن نرى أن S مجموعة جزئية غير خالية متراسة ومحدبة من $C([t_0 - r, +\infty[, R)$.

ليكن $u(t)$ حل وحيد للمعادلة (1,1) بحيث $u_{t_0} = \psi$ ونعتبر أن المعادلة:

$$\dot{x}(t) = -a(t, x_t)x(t) + f(t, u_t) \dots (2,7)$$

عندئذ $u(t)$ حل وحيد للمعادلة (2,7) و $u(t)$ تكتب بالشكل:

$$u(t) = \psi(0)e^{-\int_{t_0}^t a(s, u_s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a(\tau, u_\tau)d\tau} F(s, u_s)ds ; t \geq t_0$$

نعرف التطبيق p على S بالشكل:

$$(pu)(t) = \psi(t - t_0), t_0 - r \leq t \leq t_0$$

$$(pu)(t) = \psi(0)e^{-\int_{t_0}^t a(s, u_s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a(\tau, u_\tau)d\tau} F(s, u_s)ds; t \geq t_0$$

من الواضح أن حل (1,1) مكافئ ليجاد النقطة الثابتة للتابع p في S .

نرى بأن التابع p يطبق من S الى S نلاحظ أن:

$$(pu)(t) = \psi(t - t_0) \quad , t_0 - r \leq t \leq t_0$$

$$\begin{aligned} |(pu)(t)| &\leq |\psi(0)|e^{-\int_{t_0}^t a_1(s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau)d\tau} |F(s, u_s)|ds \\ &\leq \eta e^{-\int_{t_0}^t a_1(s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau)d\tau} |b_1(s)||u(s)|ds \\ &\leq \eta e^{-\int_{t_0}^t a_1(s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau)d\tau} |b_2(s)|q(s)ds \\ &= \eta e^{-\int_{t_0}^t a_1(s)ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t a_1(\tau)d\tau} (\dot{q}(s) - a_1(s)q(s))ds \\ &= q(t) \quad ; t \geq t_0 \end{aligned}$$

حيث $\dot{q}(t) = -a_1(t)q(t) + |b_2(t)|q(t)$ وبالتالي

$$(pu)'(t) = -a(t, u_t)(pu)(t) + f(t, u_t)$$

والذي يؤدي الى أن:

$$\begin{aligned} |(pu)'(t)| &\leq |a(t, u_t)|q(t) + |b_2(t)|q(t) \\ &\leq |a_1(t)|\gamma + |a_2(t)|\gamma + |b_2(t)|\gamma \leq L; t \geq t_0 \end{aligned}$$

لذلك التطبيق p يطبق من S الى S . من الواضح أن p مستمر. باستخدام مبرهنة النقطة الثابتة لساوور فإن التطبيق p له نقطة ثابتة u في S يحقق $|u(t)| \leq q(t)$ حيث $t \geq t_0$ والتي تؤدي الى أن الحل $(u(t, t_0, \psi))$ ل (1,2) يحقق:

$$|u(t, t_0, \psi)| \leq q(t) = q(t, t_0, \eta) < \varepsilon \quad ; t \geq t_0$$

الحل الصفري ل (1,1) مستقر. ينتج من أن $q(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$ و $u(t, t_0, \psi) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$ وبذلك يتم الاثبات.

مبرهنة 2.2

إذا كان H_9, H_8, H_7 محققة عندئذ الحل الصفري للمعادلة (1,2) مستقر تقاربياً.

3- التطبيقات

في هذا القسم وباستخدام المعايير في القسمين الثاني والثالث سندرس الاستقرار لعدة معادلات وبشكل خاص استقرار التذبذبات في نموذج الخلايا الدم الحمراء. أولاً سنبدأ في المثال:

مثال 3.1 لتكن المعادلة

$$\dot{x}(t) = -\gamma(t) \left(\beta(t) + \frac{1}{\beta(t) + x^2(t - \tau(t))} \right) x(t) + \gamma(t) \beta(t) x(t) - \tau(t) \dots (3,8)$$

انظر [24]

حيث $\tau(t), \beta(t), \gamma(t) \in C(R, R^+)$ و $\tau(t)$ محدود من الأعلى بعدد موجب.

المعادلة (3,8) حالة خاصة من المعادلة (1,1) حيث

$$a(t, x_t) = \gamma(t) \left(\beta(t) + \frac{1}{\beta(t) + x^2(t - \tau(t))} \right)$$

يمكن أن نأخذ $a_1(t) = \gamma(t) \beta(t)$, $a_2(t) = \gamma(t) \left(\beta(t) + \frac{1}{\beta(t)} \right)$ عندئذ

$$.a_1(t) \leq a(t, x_t) \leq a_2(t)$$

إذا كانت $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \gamma(s) \beta(s) ds = +\infty$ عندئذ نختار $b_1(t) = \gamma(t) \beta(t)$ نلاحظ

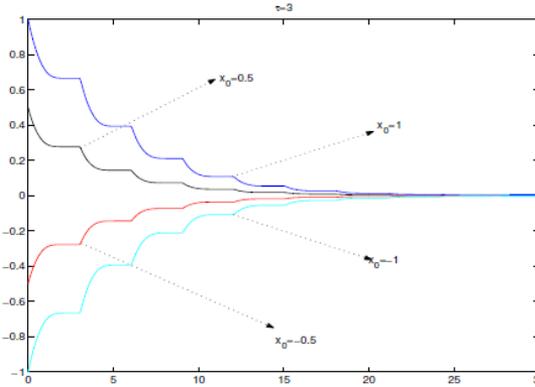
أن

$$\int_0^t e^{-\int_s^t a_1(u)du} b_1(s) ds = \int_0^t e^{-\int_s^t \gamma(u)\beta(u)du} \gamma(s)\beta(s) ds$$

$$= 1 - e^{-\int_0^t \gamma(u)\beta(u)du} < 1$$

$$\int_s^t a_1(s) ds = \int_s^t \gamma(s)\beta(s) ds \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} +\infty$$

إن H_4, H_2 محققة. ينتج من المبرهنة (1,3) بأن الحل الصفري لـ (3,8) مستقر تقاربياً. في (3,8) إذا أخذنا $\gamma(t) = 1 + t^2$ عندئذ كما نرى بالشكل 3,1 أن الحل الصفري لـ (3,8) مستقر تقاربياً.



الشكل (3,1): الحل الصفري (3.8) مستقر تقاربياً. هنا $\theta \in [-\tau, 0]$, $x(\theta) = x_0$, $r = 3$.

بديهية 3,1:

إذا كان $\int_0^t e^{-\int_s^t \gamma(u)du} |\alpha(s)||\beta(s)| ds \leq \alpha < 1$; $t \geq 0$ عندئذ الحل الموجب الدوري w -مستقر تقاربياً.

البرهان:

لدراسة لاستقرار التقاربي للحل الدوري غير الابتدائي $x^*(t)$ نجعل

عندئذ: $y(t) = x(t) - x^*(t)$

$$\dot{y}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}^*(t) \dots (3.9)$$

$$= -\gamma(t)y(t) + \alpha(t)e^{-\beta(t)x^*(t-\tau(t))}(e^{-\beta(t)y(t-\tau(t))} - 1)$$

من الواضح أن الاستقرار التقاربي لـ $x^*(t)$ مكافئ للاستقرار التقاربي للحل الصفري للمعادلة (3.9) بأخذ

$$f(t, \phi) = \alpha(t)e^{-\beta(t)x^*(t-\tau(t))}(e^{-\beta(t)\phi(-\tau(t))} - 1)$$

عندئذ

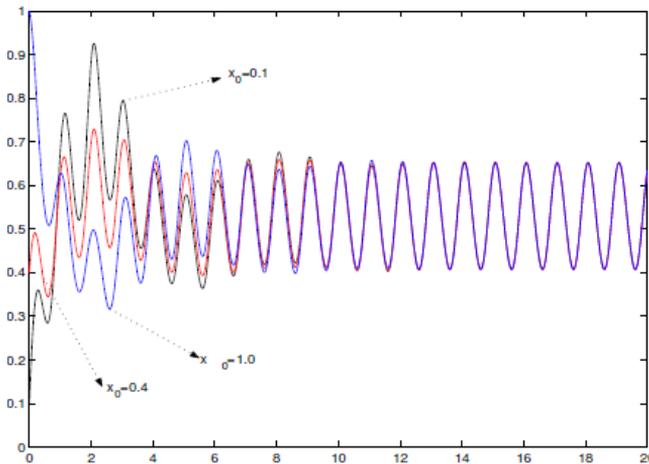
$$\begin{aligned} |f(t, \phi) - f(t, \psi)| &\leq |\alpha(t)| |e^{-\beta(t)\phi(-\tau(t))} - e^{-\beta(t)\psi(-\tau(t))}| \\ &\leq |\alpha(t)\beta(t)| |\phi - \psi| \end{aligned}$$

بالإضافة الى أن $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \gamma(s) ds = +\infty$

حيث $\gamma(t)$ تابع غير سالب دوري ودوره w .

بجعل $b_1(t) = |\alpha(t)\beta(t)|$ عندئذ باستخدام المبرهنة 1.1 الحل الموجب الدوري - w و $x^*(t)$ مستقر تقاربيا.

مثال 3.3 لدراسة التعميم نشكل عناصر خلية الدم في الجسم. درس جلاس و ميكي [16] نموذج المعادلة التفاضلية ذات التأخير الزمني حيث يعتبر تعميم للأصل،



الشكل 3.2: الحل الصفري للمعادلة (1.1) مستقرة تقاربياً. حيث $\gamma(t) = 1 + \sin 2\pi t$ و $\alpha(t) = 4 + \cos 2\pi t$,

و $\beta(t) \equiv 1$ ، $\tau = 2$ ، حيث $x(\theta) = x_0$ ، $\theta \in [-\tau, 0]$.

وقد عممت المعاملات من ثوابت موجبة الى توابع غير سالبة

$$\dot{x}(t) = -\gamma(t)x(t) + \frac{\beta(t)\theta^n x(t - \tau(t))}{\theta^n + x^n(t - \tau(t))} \quad (3.10)$$

حيث $\gamma, \beta, \tau \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^+)$ و θ ثابت موجب و n عدد صحيح موجب. في (3,10) التأخير الزمني τ هو الزمن بين انتاج الخلايا الغير ناضجة في نخاع العظم ونضوجهم للاطلاق في مجرى الدم و $x(t)$ يدل على كثافة الخلايا في الدم.

بديهية 3.2

إذا كانت:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t (\gamma(s) - \beta(s)) ds = +\infty$$

عندئذ الحل الصفري لـ (3,10) مستقر تقاربياً .

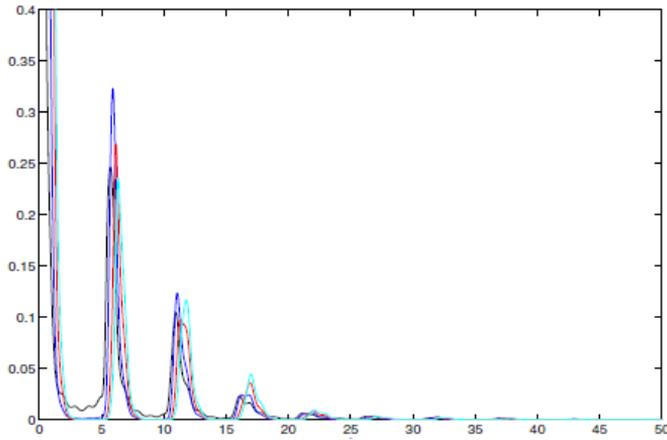
البرهان: نلاحظ أن $f(t, \phi) = \frac{\beta(t)\theta^n \phi(-\tau(t))}{\theta^n + \phi^n(-\tau(t))}$

$$|f(t, \phi)| = \left| \frac{\beta(t)\theta^n \phi(-\tau(t))}{\theta^n + \phi^n(-\tau(t))} \right| \leq \beta(t) |\phi(-\tau(t))| \leq \beta(t) |\phi|$$

يمكن أن نأخذ $b_2(t) = \beta(t)$ عندئذ

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t (a_1(s) - |b_2(s)|) ds = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t (\gamma(s) - \beta(s)) ds = +\infty$$

الاستقرار التقاربي ينتج من المبرهنة 2.1.



الشكل 3.3: الحل الصفري ل (3.10) مستقر تقاربياً $\beta(t) = 2 + \cos t$ و $\gamma(t) = 0.4 + \sin 2\pi t$
 $n = 5, \tau = 3$
 $x(\theta) = 5, 15, 50, 100 > 0$ حيث $\theta \in [-r, 0]$.

مثال 3.4 نموذج نيكلسن بلونز

$$\dot{x}(t) = -\gamma(t)x(t) + \beta(t - \tau(t))e^{ax(t-\tau(t))} \dots (3.11)$$

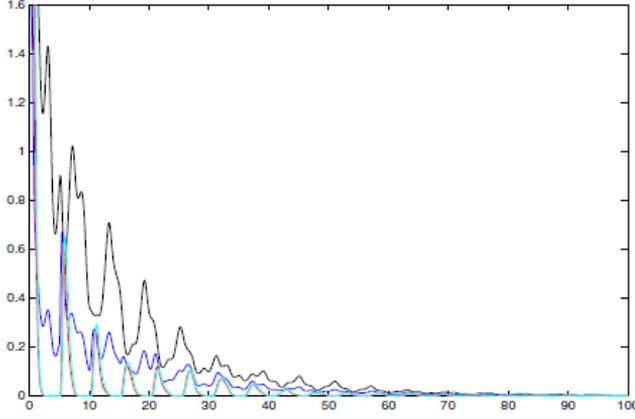
حيث $\gamma, \beta, \tau \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^+)$ و a عدد موجب، عندها جميع المعاملات ثابتة موجبة ، المعادلة (3,11) تخفض الى النموذج الأصلي المطور بواسطة جورني لوصف سكان لوسيدا كاربينا الاسترالية الذي يوافق جيداً بالبيانات التجريبية لنيكلسن بينما ديناميكية المعادلة تقابل بشكل جيد بيانات نيكلسن لضربة المعادلة والتي نسميها نموذج ضربات نكلسن والذي درس على نطاق واسع . بتنفيذ البرهان بالضبط كما البديهية 3.2 نصل الى النتائج الآتية:

بديهية 3.3 إذا كانت $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\gamma(s) - \beta(s))ds = +\infty$ عندئذ الحل الصفري

للمعادلة (3,11) مستقر تقاربياً. اختلاف البيئة يلعب دوراً مهماً في العديد من الأنظمة الديناميكية البيئية و الحيوية. اقترح نيكلسن أن أي تغير دوري في المناخ يسعى الى فرض دوريته على تذبذبات الأصل الداخلي أو لتسبب مثل هذه التذبذبات بأن تكون لها علاقة متناسقة بالتغيرات المناخية الدورية.

نظراً لهذا في الواقع من الطبيعي أن نفرض بأن المعاملات النماذج هي دورية.

المحاكات العددية تقوم بأخذ $\gamma(t) = 4 + \cos \pi t$ و $\beta(t) = 3 + \sin t$ كما في الشكل 3.4 الحل الصفري للنموذج (3.11) مستقر تقاربياً. $\tau = 5, a = 0.25$.



الشكل 3.4 : الحل الصفري ل (3.11) مستقر تقاربياً $\gamma(t) = 4 + \cos \pi t$ و $\beta(t) = 3 + \sin t$ $a = 0.25, \tau = 5$

$$x(\theta) = 5, 15, 50, 100 ; \theta \in [-r, 0]$$

المراجع

1. O. Arino and M. Kimmel, Stability analysis of models of cell production system, *Math. Modelling* 17 (1986), 1269-1300.
2. T. A. Burton and T. Furumochi, Fixed points and problems in stability theory for ordinary and functional differential equations, *Proc. Dynamic Syst. Appl.* 10 (2001), 89-116.
3. T. A. Burton and T. Furumochi, Asymptotic behavior of solutions of functional differential equations by fixed point theorems, *Proc. Dynamic Syst. Appl.* 11 (2002), 499-519.
4. T. A. Burton, Stability by fixed point theory or Liapunov theory: a comparison, *Fixed Point Theory* 4 (2003), 15-32.
5. T. A. Burton, *Stability by Fixed Point Theory for Functional Differential Equations*, Dover Publications Inc., 2006.
6. S. N. Chow, Existence of periodic solutions of autonomous functional differential equations, *J. Diff. Equ.* 15 (1974), 350-378.
7. K. Gopalsamy, *Stability and Oscillations in Delay Differential Equations of Population Dynamics*, Springer-Verlag, 1992.
8. K. Gopalsamy and S. Trofimchuk, Almost periodic solutions of Lasota-Wazewaska type delay differential equations, *J. Math. Anal. Appl.* 237 (1999), 106-127.
9. J. R. Graef, C. Qian and P. W. Spikes, Oscillation and global attractivity in a periodic delay equation, *Canad. Math. Bull.* 38 (1996), 275-283.
10. W. S. Gurney, S. P. Blythe and R. M. Nisbet, Nicholson's blowies revisited, *Nature* 287 (1980), 17-21.
11. J. K. Hale, *Theory of Functional Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1977.
12. Y. Kuang, *Delay Differential Equations with Applications to Population Dynamics*, Academic Press, 1994.
13. M. R. S. Kulenovic and G. Ladas, Linearized oscillations in population dynamics, *Bull. Math. Biol.* 49 (1987), 615-627.

14. V. Lakshmikantham, S. Sivasundaram and B. Kaymakcalan, Dynamic Systems on Measure Chains, Kluwer Academic Publishers, 1996.
15. G. Liu, A. Zhao and J. Yan, Existence and global attractivity of unique positive periodic solution for a Lasota-Ważewska model, Nonlinear Anal. 64 (2006), 1737-1746.
16. M. C. Mackey and L. Glass, Oscillation and chaos in physiological control system, Science 197 (1977), 287-289.
17. A. J. Nicholson, The self adjustment of population to change, Cold Spring Harbor Symposium Quantitative Biol. 22 (1957), 153-173.
18. A. J. Nicholson, The balance of animal population, J. Animal Ecol. 2 (1993), 132-178.
19. H. Y. Wang, Positive periodic solutions of functional differential equations, J. Di. Equ. 202(2) (2004), 354-366.
20. M. Ważewska-Czyżewska and A. Lasota, Mathematical problems of the dynamics of the red blood cells system, Annals of the Polish Mathematical Society Series III, Appl. Math. 17 (1976), 23-40.
21. D. Ye, M. Fan and H. Y. Wang, Periodic solutions for scalar functional differential equations, Nonlinear Anal. TMA 62(7) (2005), 1157-1181.
22. T. Yoshizawa, Stability Theory by Liapunov's Second Method, Mathematical Society of Japan, Tokyo, 1966.
23. M. B. Mesmouli, A. Ardjouni, A. Djoudi Study of Stability in Nonlinear Neutral Differential Equations with Variable Delay Using Krasnoselskii–Burton's Fixed- Point (2016).
24. MENG FAN, ZHINAN XIA AND HUAIPING ZHU, ASYMPTOTIC STABILITY OF DELAY DIFFERENTIAL EQUATIONS VIA FIXED POINT THEORY AND APPLICATIONS Volume 18, Number 4 (2010).